LE OPERE

DI

GALILEO GALILEI.

VOLUME VIII.

LE OPERE

DI

GALILEO GALILEI

EDIZIONE NAZIONALE

SOTTO GLI AUSPICII

DI

SUA MAESTÀ IL RE D'ITALIA.

VOLUME VIII.



FIRENZE,

TIPOGRAFIA DI G. BARBÈRA.

1898.

Promotore della edizione

IL R. MINISTERO DELLA ISTRUZIONE PUBBLICA.

Direttore

ANTONIO FAVARO.

Coadiutore letterario

ISIDORO DEL LUNGO.

Consultori

V. CERRUTI. — G. V. SCHIAPARELLI.

Assistente per la cura del testo

UMBERTO MARCHESINI.

LE NUOVE SCIENZE.

AVVERTIMENTO.

Quando Galileo, giunto presso al termine dei suoi giorni, giudicava i migliori di tutta la sua età i diciotto anni consumati a Padova [1], egli dovè, insieme con le care memorie della più forte virilità, confortata da tutte le gioie della vita, ricordare che in quegli anni felici aveva fatte le sue maggiori scoperte e posti i fondamenti di tutti i lavori ai quali legava il nome immortale. Imperocchè anche di quello da lui stesso designato come suo capolavoro [2] e generalmente conosciuto sotto il titolo di *Dialoghi delle Nuove Scienze*, che fu l'ultimo ch'egli potè vedere stampato, aveva gittate le basi in Padova [3]; e le moltissime conchiusioni, alle quali era già pervenuto, conferite quivi ed in Venezia « a' suoi amici, che si trovarono a varie esperienze ch'egli di continuo faceva intorno all'esamina di molti curiosi problemi e proposizioni naturali [4] », avevano siffattamente destata l'ammirazione di tutti, che Fra Paolo Sarpi era uscito a dire, che alla cognizione del moto, Dio e la Natura avevano formato l'intelletto di Galileo [5].

---

(1) Lettera di GALILEO a FORTUNIO LICETI del 6 luglio 1640. — Cfr. *De secundo-quaesitis per epistolas a claris viris, ardua, varia, pulchra et nobilia quaeque petentibus in medicina* ecc., *responsa* FORTUNII LICETI. Utini, ex typ. Nicolai Schiratti, MDCXLVI, pag. 64.

(2) Lettere di GALILEO ad ELIA DIODATI del 25 luglio 1634 (Bibl. d'Inguimbert a Carpentras, Reg. XLI, vol. II, car. 23) e del 9 giugno 1635 (Mss. Gal., Par. V, T. VI, car. 28 *r.*); e lettera di GALILEO A MATTIA BERNEGGER dei 15 luglio 1636 (*Epistolaris commercii* M. BERNEGGERI *cum viris eruditione claris.* Fasciculus secundus. Argentorati, 1670, pag. 115).

(3) Ciò è dimostrato da una grandissima quantità di documenti desunti dal suo carteggio. Cfr., p. e., le lettere di GALILEO: a GUIDOBALDO DEL MONTE dei 29 novembre 1602 (Mss. Gal., Par. VI, T. VI, car. 10); a FRA PAOLO SARPI, dei 16 ottobre 1604 (Bibl. dell'Università di Pisa); ad ANTONIO DE' MEDICI, degli 11 febbraio 1609 (Mss. Gal., Par. VI, T. V, car. 19); a BELISARIO VINTA, dei 7 maggio 1610 (Mss. Gal., Par. VI, T. V, car. 34); e a GIOVANNI KÈPLER, dei 19 agosto 1610 (Bibl. Palatina di Vienna, cod. 10702, car. 65). E PAOLO APROINO nella sua lettera a GALILEO del 3 marzo 1635 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 129) ricorda, come i detti Dialoghi contengano cose che in parte egli aveva « imbevute già tanto tempo dalla sua bocca », cioè mentre era scolaro di GALILEO in Padova.

(4) *Fasti consolari dell' Accademia Fiorentina* di SALVINO SALVINI. In Firenze, M.DCC.XVII, pag. 421.

(5) Lettere di FULGENZIO MICANZIO a GALILEO dell' 11 novembre 1634 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 95), del 25 ottobre 1636 (Bibl. Estense di Modena, Autogr. CAMPORI, Busta LXXX, 133) e del 7 marzo 1637 (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 12).

Alla prossima pubblicazione di questo suo lavoro Galileo accenna ripetutamente nel *Dialogo dei Massimi Sistemi* [1]: ma sebbene anche dopo il suo rimpatriare egli fosse tornato, e a varie riprese, sopra gli argomenti trattati nell' opera ch' egli ideava, come fanno fede i frammenti, che ad essa attengono, pervenuti insino a noi e che evidentemente risalgono a tempi diversi della sua vita, pure non sembra che alla elaborazione ed all' ordinamento dei materiali raccolti egli si sia applicato di proposito, prima della pubblicazione del famoso *Dialogo* e avanti che fosse passato il periodo più grave delle sventure a motivo di esso toccategli. Scorrendo pertanto il suo carteggio, troviamo che appena nell' ottobre del 1630 egli informa l'Aggiunti degli acquisti conseguiti nella dottrina del moto [2]; e che nel settembre del 1632, in occasione di dolersi con Cesare Marsili per la indiscrezione commessa dal Cavalieri intorno alla linea dei proietti, accenna ad un libro di prossima pubblicazione, nel quale avrebbe trattato anche di questa materia [3]; e un anno dopo, rispondendo ad una lettera d'Andrea Arrighetti, che gli inviava, in seguito a richiesta avutane, due proposizioni concernenti le resistenze dei solidi, scrive d' aver per le mani un trattato intorno a quest' argomento [4]. Con maggior precisione sotto il 7 marzo 1634 scriveva ad Elia Diodati d' essersi trattenuto cinque mesi in casa dell'Arcivescovo di Siena, « trattato da padre da Sua Signoria Illustrissima, ed in continue visite della nobiltà di quella città; dove composi un trattato di un argomento nuovo, in materia di mecaniche, pieno di molte specolazioni curiose ed utili [5] »; e gli amici, venutine in cognizione, lo sollecitavano a pubblicarlo [6]. Finalmente, pochi mesi dopo scriveva a Fra Fulgenzio Micanzio: « Il trattato del moto, tutto nuovo, sta all' ordine; ma il mio cervello inquieto non può restar d' andar mulinando, e con gran dispendio di tempo, perchè quel pensiero che ultimo mi sovviene circa qualche novità, mi fa buttare a monte tutti i trovati precedenti [7] ».

La notizia degli studi ai quali stava attendendo Galileo aveva varcato i confini d' Italia ed era giunta a Giovanni Pieroni, già suo familiare e fors' anco disce-

---

[1] *Le Opere* di Galileo Galilei. Edizione Nazionale, vol. VII, Firenze, tip. di G. Barbèra, 1897, pag. 477, 489.

[2] Lettera di Niccolò Aggiunti a Galileo del 28 ottobre 1630 (Mss. Gal., Par. VI, T. XI, car. 148).

[3] Archivio Marsigli in Bologna.

[4] Lettera dei 27 settembre 1633. Cfr. *Opere* di Galileo Galilei. In Padova, nella Stamperia del Seminario, appresso Gio. Manfrè, MDCCXLIV, T. II, pag. 346.

[5] *Nuovi studi galileiani* per Antonio Favaro. Venezia, tip. Antonelli, 1891, pag. 251-252 (Bibl. Nazionale di Parigi, Fond Peiresc, 9531, car. 113). — Vedi anche la lettera di Mario Guiducci a Galileo dell'8 ottobre 1633 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 35). Col Guiducci pare che Galileo mantenesse corrispondenza intorno al lavoro che andava proseguendo: questo almeno risulterebbe dalle lettere del Guiducci stesso al Maestro del 3, 10 e 24 settembre 1633 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 23, 27, 31).

[6] Lettere a Galileo di Mario Guiducci del 15 ottobre 1633 (Bibl. Estense di Modena, Autogr. Campori, Busta LXXVII, 137); di Francesco Stelluti del 22 novembre 1633 (Ibidem, Busta XC, 146); di Bonaventura Cavalieri del 10 gennaio 1634 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 43), e di Fulgenzio Micanzio del 28 gennaio 1634 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 49).

[7] Lettera di Galileo a Fulgenzio Micanzio del 19 novembre 1634 (Bibl. Marciana, Cl. XI It., cod. XLVII, car. 1).

polo, che si trovava in Germania al servizio dell' Imperatore. Infatti in una sua lettera a Galileo del 4 gennaio 1635, dopo aver toccato dei travagli ai quali aveva dato occasione la pubblicazione del *Dialogo,* accennando al « libro del moto » il Pieroni scrive: « e perchè m' è venuto pensiero che V. S. in publicarlo possa forse avere qualche difficultà o rispetto, ho risoluto di significarle che, se li paressi bene ed a proposito che si stampassi qua in qualche città, potrebbe questo venirli fatto molto facilmente, se ella volessi fidarsi a mandarlo a me; perchè, senza alcuna briga nè spesa di V. S., io mi prenderei volentieri l' assunto di ciò, e lo farei stampare di buon carattere, con le figure e forma che ella m' imponessi, puntualmente [1] ». Ma, prima ancora che questa lettera giungesse a Galileo, egli aveva interpellato il Micanzio intorno alla possibilità di stampare i *Dialoghi* in Venezia, e ne aveva avuto in risposta che non credeva si sarebbero incontrate difficoltà [2]; e con tale affidamento incominciò a mandarne dei fogli, i quali furono accolti dal Micanzio con quell' entusiasmo, nel quale può dirsi ch' egli non sia stato superato da alcuno degli ammiratori del sommo filosofo [3]. E anche della stampa dei medesimi *Dialoghi* pare che Galileo avesse personalmente trattato con Pietro Carcaville, consigliere al parlamento di Tolosa, nella occasione in cui questi gli si era profferto di far curare la pubblicazione in Francia di una raccolta di tutte le opere di lui, prendendo sopra di sè la spesa relativa [4]: nè è fuori di luogo il pensare che Galileo, valendosi della mediazione e degli ufficii d' un suo parente che viveva a Lione, avesse anco agitato il partito di farli stampare colà [5].

In mezzo a questi varii tentativi, il Nostro andava riducendo al netto e trascrivendo l' opera sua [6], del cui definitivo compimento giungeva notizia anche al Cavalieri [7].

L' aver Galileo saggiato da diverse parti il terreno per la stampa dei *Dialoghi* sta a dimostrare com' egli avesse concepito il sospetto di difficoltà che si sarebbero sollevate contro tale pubblicazione: e che questo sospetto fosse fondato, lo prova un' informazione mandatagli dal Micanzio, il quale, volendo far ristampare la scrittura sulle Galleggianti, ed avendone conferito con l' Inquisitore di Venezia, n' aveva avuto in risposta, esservi « espressa comissione da Roma in contrario », e che vi era « divieto generale *de editis omnibus et edendis* [8] ». E poichè qualche

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 107.

(2) Lettera di Fulgenzio Micanzio a Galileo del 6 gennaio 1635 (Bibl. Estense di Modena, Autogr. Campori, Busta LXXX, 116).

(3) Lettere del Micanzio a Galileo del 27 gennaio e 3 febbraio 1635 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 111, 113). Dal Micanzio ebbe comunicazione di tali fogli anche Paolo Aproino (cit. lettera di questo a Galileo del 3 marzo 1635).

(4) Lettere di Pietro Carcaville a Galileo del 28 gennaio, 3 aprile, 6 luglio e 26 ottobre 1635 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 109; Par. VI, T. XII, car. 142, 154, 173).

(5) Lettera di Roberto Galilei a Galileo del 19 marzo 1635 (Bibl. Nazionale di Firenze, filza Favaro A, car. 82).

(6) Lettera di Pier Battista Borghi a Galileo del 9 febbraio 1635 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 111); e lettera di Galileo ad Elia Diodati del 15 marzo 1635 (Mss. Gal., Par. V, T. VI, car. 270).

(7) Lettera di Bonaventura Cavalieri a Galileo del 24 giugno 1635 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 160).

(8) Lettera del 10 febbraio 1635 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 119).

dubbio venne sollevato intorno a questo particolare, aggiungeremo che il Micanzio riferì a Galileo, avergli l' Inquisitore mostrato « l' ordine rigorosissimo, di stampati, da stamparsi, in scritto [1] », e che tale ordine era stato mandato non soltanto a Venezia, ma « anco in tutti gli altri luochi, *nullo excepto* [2] ». Il Micanzio era anche trattenuto dal timore di danneggiare Galileo, ch' era in continua attesa della grazia da Roma; e per quanto la risposta di questo alla dimanda fattagli su ciò dall' amico [3] non sia giunta insino a noi, argomentiamo tuttavia che, appunto per tali rispetti, egli deve averlo pregato di desistere da pratiche ulteriori, ed essersi risoluto senz' altro a valersi delle offerte del Pieroni. Troviamo infatti che sotto il 9 giugno 1635 egli scriveva al Diodati [4]: « Parte oggi il Serenissimo Principe Mattia per Alemagna, e porta seco una copia de i due primi dialogi, de i quattro che mi restano da stampare ». Egli soggiunge poi: « Ed ha S. A. risoluto di volere egli stesso prendersi questa cura, e dedicargli a chi più gli piacerà »: ma questa seconda parte non era interamente conforme al vero; ed è più verisimile che il manoscritto sia stato semplicemente affidato al Principe, od al Marchese Guicciardini che con lui viaggiava e dal quale fu fatto trasmettere al Pieroni, nelle cui mani pervenne addì 10 agosto. La lettera con la quale Galileo lo accompagnava non è pervenuta insino a noi; ma dalla replica apprendiamo che il Nostro non gli aveva taciuta la proibizione della quale era stato informato dal Micanzio: gli scrive infatti il Pieroni [5]: « Io stimo che l' opera non si deva stampar qui in Vienna, ma in Praga o altrove, perchè qui le cose vanno un poco più osservate e ordinate, e potrebbe forse esserci necessaria qualche licenza, che là o non occorrerà o io l' avrò a mio arbitrio: sì che non la cimenterò più, per non avere un' esclusiva, se per sorte l' ordine, che ella mi avvisa, fusse penetrato insin qua ». Prosegue poi a dire come egli fosse propenso a preferire, per la stampa, la Boemia in confronto di Vienna, non solamente a cagione del trovarsi quivi il P. Scheiner, già così male affetto al Nostro e che si preparava alla riscossa contro la rivendicazione che della prima scoperta delle macchie solari aveva fatta a sè Galileo nel *Dialogo dei Massimi Sistemi*, ma anche perchè credeva che in Boemia, e particolarmente a Praga, si stampasse meglio che a Vienna. Nella lettera alla quale risponde il Pieroni, deve Galileo aver pure toccato della dedicatoria dell' opera e accennato alla intenzione sua di farla o all' Imperatore o al Re di Polonia: perchè il Pieroni, esprimendo a tale proposito il suo parere, gli scrive che la gran potenza dei Gesuiti alla corte imperiale doveva piuttosto far inclinare verso l' altro partito, tanto più che Galileo era già noto al Re di Polonia [6], ed

---

(1) Lettera del 10 marzo 1635 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 133).

(2) Lettera del 17 marzo 1635 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 136).

(3) Lettera del 24 marzo 1635 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 138).

(4) Squarcio di lettera del 9 giugno 1635 (Mss. Gal., Par. V, T. VI, car. 28r.).

(5) Lettera dell' 11 agosto 1635 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 131).

(6) *Relazioni di Galileo Galilei colla Polonia, esposte, secondo i documenti per la maggior parte non*

il Pieroni stesso si riprometteva di potersene conciliare il favore. Queste cose ribadisce il Pieroni in altra sua del 15 dicembre 1635 a Galileo, scrivendo altresì d' aver ottenuto dall' Imperatore una tipografia e che intanto faceva intagliar le figure [1]. Ma poichè la effettiva concessione della tipografia andava per le lunghe, si rivolse il Pieroni, col mezzo del Barone Miniati, al Card. Dietrichstein [2], vescovo di Olmütz; il quale poneva a disposizione due tipografie esistenti nella sua diocesi, « con questo però, che il libro da stamparsi sia prima visto ed approvato da due dottissimi teologi.... dicendo che senza tale aprovazione non si può, nè è lecito, stampare qua cosa alcuna [3] » : e la condizione fu, con qualche cautela, dal Pieroni accettata [4]. Il 1° marzo 1636, anche se l' approvazione ecclesiastica non era stata ottenuta, pareva che il principio della stampa dovesse esser imminente, essendosi ormai intagliate tutte le figure [5] ; ma, o fosse per queste varie difficoltà, o perchè il Pieroni scriveva che forse non avrebbe potuto vegliare personalmente l' impressione, Galileo stabilì di chiedere la restituzione del suo manoscritto [6].

Il carteggio, già così frequente fra Galileo ed il Pieroni, tacque, a motivo delle peregrinazioni di questo, per circa quindici mesi: le pratiche fatte a fine di ottenere la licenza di stampa in Moravia non avevano dapprima approdato ad alcun risultato, nè sembrava opportuno di chiederla a Vienna, sempre a motivo della presenza quivi dello Scheiner; sicchè, mancata da parte dell' Imperatore la concessione della promessa tipografia, si rivolse novamente il Pieroni al Card. Dietrichstein, il quale, prendendo la cosa sopra di sè e consentendo che la stampa si facesse in Olmütz, diede da rivedere il libro ad un frate dell' Ordine Domenicano, ottenendone l' approvazione. Ma, non ostante che alla morte del Cardinale, avvenuta di lì a poco, il nuovo vescovo di Olmütz avesse senz' altro sottoscritto ed approvato il libro, con la sola riserva del titolo, pure, sia a motivo di questa eccezione, per quanto lieve, sia ancora perchè la tipografia non sodisfaceva completamente il Pieroni, questi, approfittando d' un' assenza dello Scheiner da Vienna, ottenne che il libro fosse letto e licenziato da un Gesuita, aggiungendovisi, conforme prescrivevano le norme della stampa vigenti colà, l' approvazione del rettore dell' Università [7].

---

pubblicati, dal dott. ARTURO WOLYNSKI (*Archivio Storico Italiano,* Serie III, T. XVI, pag. 88-94). Firenze, tip. di M. Cellini e C., 1872.

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 187.

(2) Parecchi personaggi della famiglia DIETRICHSTEIN erano stati allo Studio di Padova al tempo dell' insegnamento di GALILEO. Cfr. *Galileo Galilei e lo Studio di Padova* per ANTONIO FAVARO, vol. I. Firenze, Successori Le Monnier, 1883, pag. 189.

(3) Lettera di ANTONIO MINIATI a GIOVANNI PIERONI del 28 gennaio 1636 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 178).

(4) Lettera di GIOVANNI PIERONI a GALILEO del 9 febbraio 1636 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 180).

(5) Lettera di GIOVANNI PIERONI a GALILEO del 1° marzo 1636 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 186).

(6) Lettere di GALILEO a FULGENZIO MICANZIO del 15 marzo 1636 (Bibl. Marciana, Cl. X It., cod. XLVII, car. 5), e di GIOVANNI PIERONI a GALILEO del 19 aprile 1636 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 194).

(7) Lettera di GIOVANNI PIERONI a GALILEO del 9 luglio 1637 (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 33).

Ma già parecchio tempo innanzi col mezzo del Principe Mattias aveva Galileo fatto sapere al Pieroni che, senza suo nuovo ordine, non procedesse alla stampa [1]; e ciò perchè può dirsi che egli, approfittando della presenza di Lodovico Elzeviro in Venezia e della mediazione di Fra Fulgenzio Micanzio, fino dal maggio 1636 avesse determinato valersi di quella celeberrima tipografia per la stampa dei *Dialoghi* e per la ristampa di altre sue opere [2], intorno al quale argomento egli ebbe agio di conferire personalmente con l'Elzeviro stesso, ch'era stato a visitarlo in Arcetri [3]: e poichè egli non aveva riavuto dal Pieroni il manoscritto inviatogli [4], provvide a far ricopiare anche i primi due dialoghi, affinchè l'Elzeviro, che stava per rimpatriare, potesse portar seco l'opera intera [5]. Addì 26 luglio 1636 il Micanzio aveva già ricevuto i « primi due dialoghi [6] », ed il 23 agosto successivo « li due tanto aspettati libri del moto [7] », che l'Elzeviro portò seco, partendo da Venezia a mezzo settembre [8]. Questi due ultimi dialoghi però non erano completi, perchè Galileo stesso scrive al Diodati, il quale gli comunicava d'aver visto in mano dell'Elzeviro il manoscritto della nuova opera: « Vi manca la 3ª parte, attenente al moto de' proietti, che non ebbi tempo di ricopiare, sollecitando egli la partita, e giudicai meglio il consegnargli quella parte, acciò quanto prima si desse principio alla stampa, con mandar poi il resto, col titolo e la dedicazione, la quale non ho per ancora stabilita: ma ciò si termina presto. Sono attorno al trattato de' proietti, materia veramente mirabile, e nella quale quanto più vo speculando, tanto più trovo cose nuove, nè mai state osservate, nonchè dimostrate, da nessuno. E se bene anco in questa parte apro l'ingresso a gl'ingegni speculativi di diffondersi in immenso, vorrei io ancora ampliarmi un poco più; ma provo quanto la vecchiaia tolga di vivezza e di velocità agli spiriti, mentre duro fatica ad intendere non poche delle cose nell'età più fresca ritrovate e dimostrate da me. Manderò quanto prima questo trattato de' proietti, con una appendice d'alcune dimostrazioni di certe conclusioni *de centro gravitatis solidorum*, trovate da me essendo d'età di 22 anni e di 2 anni di studio di geometria, le quali è bene che non si perdino [9] ». A riprova dello

---

(1) Cfr. la lettera citata nella nota precedente.

(2) Lettere di FULGENZIO MICANZIO a GALILEO del 7 giugno (Bibl. Estense di Modena, Autogr. CAMPORI, Busta LXXX, 127) e del 5 luglio 1636 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 214).

(3) *Epistolaris commercii* M. BERNEGGERI ecc., loc. cit.

(4) Questo, con le due approvazioni di Olmütz e di Vienna e con un esemplare delle figure, era ancora presso il PIERONI nell'ottobre 1637 (cfr. Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 53); ma GALILEO finì col riaverlo. Oggi, come diremo più innanzi, è nella Biblioteca Nazionale di Firenze. Una copia delle due approvazioni, di mano del PIERONI, si ha pure nei Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 52.

(5) Lettere di GALILEO a FULGENZIO MICANZIO del 21 e 28 giugno, 12 e 26 luglio, e 16 agosto 1636 (Bibl. Marciana, Cl. X It., cod. XLVII, car. 7, 2, 8, 9, 10).

(6) Lettera di FULGENZIO MICANZIO a GALILEO sotto questa data (Bibl. Estense di Modena, Autogr. CAMPORI, Busta LXXX, 129).

(7) Lettera di FULGENZIO MICANZIO a GALILEO sotto questa data (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 239).

(8) Lettera di FULGENZIO MICANZIO a GALILEO del 20 settembre 1636 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 241).

(9) Lettera del 6 dicembre 1636 (Mss. Gal., Par. V, T. VI, car. 85*t*.).

stesso fatto addurremo pure, che Lodovico Elzeviro, nel partecipare al Micanzio di aver posto mano alla stampa, sollecitava l'invio del compimento dell'opera [1]; e anche da altre parti sappiamo che nel gennaio, nel febbraio e nel marzo del 1637 Galileo attendeva sempre allo studio del moto dei proietti [2]. Infatti parte del manoscritto da spedirsi agli Elzeviri era mandata da Galileo ancora al principio del maggio al Micanzio [3], il quale accusa ricevuta del compimento sotto il dì 20 giugno 1637 [4].

Addì 9 maggio 1637 Galileo riceveva avviso da Venezia ch'era in viaggio il primo foglio stampato dei Dialoghi [5], ai quali, per essere compiutamente impressi, non mancava più al 25 gennaio 1638 se non la tavola finale delle cose più notabili, il frontespizio e la dedica [6]: della tavola veniva fatta richiesta a Galileo, ed il titolo e la dedicatoria si attendevano dal Diodati. Quanto al titolo, dobbiamo limitarci a dire che non piacque a Galileo, e che anzi avrebbe voluto « ricorreggerlo [7] »; ma rispetto alla dedicatoria possiamo, con la scorta dei documenti, entrare in qualche particolare.

Fra i più cospicui scolari privati che Galileo aveva avuti a Padova, era stato il conte Francesco di Noailles, il quale aveva udito da lui lezioni intorno all'uso del compasso geometrico e militare ed alle fortificazioni [8]. Questi, mandato nel 1634 ambasciatore di Francia a Roma, rinnovò quivi conoscenza col Castelli, già suo condiscepolo; ed avuta da lui notizia della triste sorte del loro comune Maestro, gli manifestò subito il proposito di adoperarsi in suo favore. Andato a vuoto un primo tentativo, fatto con la mediazione del Card. Antonio Barberini, il

---

(1) Lettere del 16 marzo e 4 aprile 1637 (Mss. Gal., Par. VI, T. XIV, car. 68 e 69), e lettera di FULGENZIO MICANZIO a GALILEO del 2 aprile 1637 (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 18).

(2) Lettera di GALILEO ad ALESSANDRO MARSILI dei 10 gennaio 1637 (Bibl. Nazionale di Firenze, cod. Magliabechiano VIII, 832, car. 182); lettere a GALILEO di DINO PERI, senza data, ma tra la fine del gennaio ed il principio del febbraio 1637 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 209), e di FULGENZIO MICANZIO del 7 febbraio (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 8); di GALILEO ad ELIA DIODATI del 7 marzo (Mss. Gal., Par. V, T. VI, car. 76*t.*), e di RAFFAELLO MAGIOTTI a GALILEO del 21 marzo 1637 (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 14).

(3) Lettera di FULGENZIO MICANZIO a GALILEO del 9 maggio 1637 (Bibl. Estense di Modena, Autogr. CAMPORI, Busta LXXX, 122). Di questa stessa data è una lettera di GALILEO a BENEDETTO GUERRINI, dalla quale risulta, a quanto pare, che per il compimento del suo lavoro il Nostro si sia giovato del suo scolaro DINO PERI, l'aiuto del quale, concessogli dal Granduca, « in pochi giorni », egli scrive « mi condurrà in porto ». Cfr. *Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei, ordinate ed illustrate con annotazioni del cav.* GIAMBATISTA VENTURI. Par. II, Modena, per G. Vincenzi e Comp., M.DCCC.XXI, pag. 220.

(4) Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 29.

(5) Lettera citata di GALILEO a BENEDETTO GUERRINI.

(6) Lettera di LODOVICO ELZEVIRO a GALILEO (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 76).

(7) Lettera di GALILEO ad ELIA DIODATI del 14 agosto 1638: cfr. VENTURI, op. cit., Par. II, pag. 283. A questo proposito scrive il NELLI (*Vita e commercio letterario di Galileo Galilei* ecc., vol. II, Losanna, 1793, pag. 620): « Gli Elzeviri, editori di questa celebre opera, dettero occasione di lagnarsi del loro contegno al Sig. Galileo...., per essersi.... preso l'arbitrio di mutare il titolo, con averne sostituito un vile e plebeo al nobile e maestoso che portava in fronte ». Non sappiamo sopra quali documenti abbia il NELLI fondata tale asserzione, chè la lettera al DIODATI, da lui pure addotta, nulla dice di più di quanto abbiamo riferito.

(8) ANTONIO FAVARO, *Galileo Galilei e lo Studio di Padova*. Vol. I, pag. 187-188, 209, 229; vol. II, pag. 175, 196-197.

Conte di Noailles, a mezzo luglio dell' anno 1636, ripetè personalmente gli uffici presso il Pontefice, ottenendone soltanto risposte evasive; finalmente addì 8 agosto, colta l' occasione dell' udienza di congedo, reiterò le pratiche, non riuscendo però ad avere se non la promessa che la cosa sarebbe portata nella Congregazione del Santo Uffizio [1]: promessa invero di poca importanza, ove si rifletta che la completa liberazione di Galileo, la quale veniva chiesta, dipendeva dalla sola volontà d'Urbano VIII. L' unico favore, che non fu rifiutato all'Ambasciatore di Francia, fu che la Congregazione del Santo Uffizio concedesse a Galileo il permesso di recarsi a Poggibonsi, allo scopo d' incontrarvi il Noailles, il quale doveva prendere la via più breve di Pisa e Livorno per far ritorno in Francia e non poteva venire fino a Firenze, per dove non avrebbe potuto passare senza inchinare il Granduca. L' abboccamento, preparato dal Castelli, ebbe effetto in Poggibonsi addì 16 ottobre 1636 [2]: ed in esso Galileo presentò al Conte di Noailles il manoscritto dei quattro suoi Dialoghi, la massima parte dei quali, come abbiamo veduto, era stata già consegnata all' Elzeviro per la stampa. Il pretesto di tale consegna, che Galileo accenna nella Dedicatoria, non aveva alcun fondamento; e probabilmente il Nostro non ebbe altro scopo nel far omaggio del suo libro al Conte di Noailles, da quello in fuori di mostrargli la sua gratitudine e compiacere al desiderio che il Conte aveva manifestato d' aver copia dei *Dialoghi* [3], volgendo forse fin d' allora nell' animo il pensiero di propiziarselo maggiormente con la dedica dell' opera stampata. La profferta formale di tale dedica fu fatta, con la mediazione del Diodati, sul finire dell' anno 1637 [4]; ed è del primo giorno dell' anno successivo la lettera del Conte di Noailles a Galileo, con la quale, accettando quella profferta, gli scrive: « ce sera donc, Monsieur, avec beaucoub de joye et d'honeur que ie verray mon nom a la teste du livre duquel Monsieur Deodati m'a parle: en recognoissance dequoy il n'y a chose au monde que vous puissies desirer de moy, que ie ne sois prest de vous rendre [5] ». La Dedicatoria, stampata in capo ai *Dialoghi,* reca la data del 6 marzo 1638 [6].

Nel luglio del 1638 i *Dialoghi* erano completamente stampati [7]; ma soltanto nel dicembre di questo medesimo anno ne arrivarono esemplari a Roma [8], nel-

---

(1) Lettera di BENEDETTO CASTELLI a GALILEO del 9 agosto 1636 (Mss. Gal., Par. I, T. XI, car. 222).

(2) Mss. Gal., Par. V, T. VI, car. 76*t*.

(3) Dalla lettera or ora citata del CASTELLI abbiamo che il Conte di NOAILLES gli aveva comandato di scrivere al Nostro « che in tutti i modi li mandi una copia de' suoi discorsi *de motu,* promettendoli tenerli cari come tesori preciosi ».

(4) Lettere di ELIA DIODATI a GALILEO del 22 dicembre 1637, e di GALILEO al DIODATI del 2 gennaio 1638 (Mss. Gal., Par. V, T. VI, car. 33*r*., 33-34).

(5) Mss. Gal., Par. I, T. XV, car. 22.

(6) Il Conte di NOAILLES ne ringraziò GALILEO con lettera del 20 luglio 1638 (Mss. Gal., Par. I, T. XII, car. 77).

(7) Cfr. le citate lettere del Conte di NOAILLES a GALILEO del 20 luglio 1638, e di GALILEO ad ELIA DIODATI del 14 agosto 1638.

(8) Lettera di BENEDETTO CASTELLI a GALILEO dell'8 gennaio 1639 (Bibl. Estense di Modena, Autogr. CAMPORI, Busta LXX, 36). — Intorno all' accoglienza che in Roma ricevettero i *Dialoghi*, cfr. la lettera del CASTELLI a GALILEO del 12 febbraio 1639 (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 128).

l'aprile dell'anno successivo a Venezia [1], e non prima del giugno pervennero in mano dell'Autore [2].

La stampa di Leida [3], della quale abbiamo riassunto la storia, è stata riprodotta fedelmente, nella presente edizione; ma abbiamo altresì profittato del copioso materiale manoscritto che giunse fino a noi, per correggere buon numero d'errori di quella stampa, e per arricchirla d'aggiunte, dall'Autore stesso volute, e di riscontri importanti per vari riguardi.

La dedicatoria al Conte di Noailles e la prefazione *Lo stampatore a i lettori*, che tien dietro alla Dedicatoria, sono state da noi pubblicate in quel corpo di carattere che riserbiamo alle scritture delle quali non è facile determinare quanta parte, nello stenderle, vi abbia avuto Galileo e quanta altri: e abbiamo inteso con questo di esprimere il nostro dubbio, che Galileo abbia inviato o agli Elzeviri o, più probabilmente, ad Elia Diodati (dal quale, come abbiam detto, gli Elzeviri attendevano la dedicazione), soltanto gli appunti dei pensieri che desiderava fossero esposti in quei due scritti preliminari [4], e che poi tali abbozzi siano stati liberamente rimaneggiati, almeno quanto alla forma. Conforme a questo concetto, abbiamo riprodotto esattissimamente la lezione della stampa, trattenendoci anche da quelle correzioni che sarebbero state suggerite dal confronto col manoscritto, del sec. XVII, che della Dedicatoria e della Prefazione abbiamo nel Tomo II della Par. V dei Manoscritti Galileiani posseduti dalla Biblioteca Nazionale di Firenze: e della lezione manoscritta, la quale è a car. 28*r*-*t*. e 31*r*.-32*r*. di questo Tomo (che abbiamo chiamato cod. *A*), ci siamo limitati a registrare appiè di pagina le varianti.

Con ragione anche più forte abbiamo stampato nello stesso corpo di carattere della Dedicatoria e della Prefazione la *Tavola* (che segue alla Prefazione) *delle materie principali che si trattano nella presente opera*. Non v'ha dubbio che nei titoli I e II di questa *Tavola* è incorso errore: il titolo II « Qual potesse esser la causa di tal coerenza » accenna alla coerenza come se prima ne fosse stata

---

(1) Lettera di Fulgenzio Micanzio a Galileo del 30 aprile 1639 (Bibl. Estense di Modena, Autogr. Campori, Busta LXXX, 146).

(2) Veggansi le lagnanze di Galileo per il ritardo nella citata lettera ad Elia Diodati del 14 agosto 1638 e in quella al P. Famiano Michelini del 28 marzo 1639 (cfr. Venturi, op. cit., Par. II, pag. 273); le scuse degli editori, nella lettera di Lodovico Elzeviro a Galileo del 7 marzo 1639 (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 131); i ringraziamenti di coloro ai quali furono subito spediti esemplari dei nuovi *Dialoghi*, nelle lettere di Bonaventura Cavalieri del 28 giugno (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 144), di Gio. Battista Baliani del 1° luglio (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 145), di Daniele Spinola del 3 agosto 1639 (Bibl. Estense di Modena, Autogr. Campori, Busta XC, 76), ecc.

(3) *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica & i movimenti locali, del Signor* Galileo Galilei *Linceo, Filosofo e Matematico primario del Serenissimo Grand Duca di Toscana. Con una appendice del centro di gravità d'alcuni solidi.* In Leida, appresso gli Elsevirii. M.D.C.XXXVIII.

(4) Possiamo congetturare che quell'appunto, relativo alla Dedicatoria, che pubblichiamo a pag. 365 ed ha carattere, per così dire, confidenziale, fosse precisamente destinato al Diodati o agli Elzeviri.

fatta menzione, laddove nel titolo precedente non è nominata; e, quello che ancora è più grave, alla Giornata prima è dato il titolo che spetta alla seconda, e viceversa [1]. Possiamo ben credere pertanto che, se pur Galileo inviò agli Elzeviri la *Tavola,* per colpa d'altri siano state introdotte tali confusioni.

Per la prima Giornata e per quasi tutta la seconda abbiamo tratto largo partito da un manoscritto veramente prezioso: vogliamo dire la copia che di quei due Dialoghi Galileo mandò al Pieroni, e che ora, dopo varie vicende [2], è nella Biblioteca Nazionale di Firenze, dove porta la segnatura *Banco Rari, A. 5, p. 2, n. 13.* Questo apografo, che chiamiamo *G*, è nitidamente trascritto, ed è ricco di correzioni (interlineari, marginali o su fogli inseriti) di mano di Galileo [3], di cui pugno sono poi per intero le ultime carte, a partire dalle parole Sagr. *Intendo benissimo,* a pag. 177, lin. 29, della nostra edizione: è mutilo pur troppo di circa una pagina in fine della seconda Giornata, rimanendo in tronco con le parole *e più e meno evacuati* della pag. 188, lin. 7. Poichè l'apografo dal quale deriva l'edizione di Leida è diverso dal cod. *G*, così su di questo collazionammo la stampa, correggendone buon numero d'errori [4]: le lezioni errate della stampa annotammo poi, secondo il nostro istituto, appiè di pagina, distinguendole con la lettera *s;* e dove non è altra indicazione, deve sempre intendersi che la correzione introdotta nel testo è ricavata dal cod. *G* [5]. Si danno anche molti passi ne' quali il cod. *G* presenta una lezione originale per sè stessa buona, ma tut-

---

[1] La resistenza infatti dei corpi solidi all'essere spezzati è bensì proposta come soggetto della Giornata prima a pag. 54, lin. 13 e seg.; ma ben tosto il ragionamento diverte ad altre speculazioni, ed anzitutto a ricercare le cagioni della coerenza delle parti dei corpi (pag. 55, lin. 24; pag. 59, lin. 6; pag. 65, lin. 25, ecc.): così che, andando di digressione in digressione, i personaggi del Dialogo non vengono più in questa sessione alla materia primieramente intesa, e questa è differita al giorno dopo (pag. 135, lin. 12-32, e pag. 151, lin. 2 e seg.). S'avverta ancora che nella *Tavola delle cose più notabili,* la quale è in fine dell'opera, come argomento di « tutta la seconda Giornata » è appunto indicato: « Della resistenza de i solidi a spezzarsi, aggravati dal proprio peso » (pag. 315, lin. 21-22).

[2] Il Nelli (op. cit., vol. II, pag. 617), la vide nel 1760 nella Libreria dei P. Teatini di Firenze, della quale porta infatti tuttora il bollo.

[3] Abbiamo tenuto conto, appiè di pagina, di tutte le correzioni dovute alla mano di Galileo, quando avessero qualche importanza; ma sarebbe stato superfluo notare dove Galileo corregge un materiale errore di penna, o una materiale omissione del copista, che non è molto accurato.

[4] Non solo abbiamo corretto gli errori certissimi della stampa Leidense, ma anche altri passi ne' quali la lezione di *G* era senza dubbio migliore, e, mentre era facile fosse penetrato errore nella stampa, (per colpa vuoi del copista che trascrisse l'apografo da cui derivò la Leidense, vuoi del tipografo), non pareva invece probabile che il copista di *G* avesse alterato l'autografo o che Galileo avesse posteriormente corretto il proprio originale. Citiamo per esempio i seguenti luoghi: pag. 50, lin. 22, *destruttori* della stampa corretto in *destruttivi* di *G;* pag. 56, lin. 29-30, *comprementi* corretto in *comprimenti* (cfr. pag. 57, lin. 22); pag. 73, lin. 24-25, *proverò* corretto in *procurerò;* pag. 83, lin. 35, *andranno* corretto in *cadranno;* pag. 129, lin. 25-26, *cinquanta o di venti, di dieci, di quattro* corretto in *cinquanta, di venti, di dieci e di quattro* (cfr. pag. 139, lin. 16-17); ecc. A pag. 69, lin. 26, a pag. 70, lin. 25, e a pag. 75, lin. 29, abbiamo corretto *di* della stampa in *de'* di *G;* e a pag. 70, lin. 12, a pag. 81, lin. 32, a pag. 82, lin. 22, a pag. 83, lin. 11, a pag. 130, lin. 21 e 29, abbiamo aggiunto, con l'autorità di *G*, un *etc.,* che nella stampa è omesso.

[5] Rarissime volte ci è occorso di dover correggere la lezione così di *s* come di *G:* vedi, p. e., a pag. 82, lin. 18, e a pag. 130, lin. 23. A pag. 122, lin. 22, dopo *agevolmente* si desidererebbe *in su,* che non si legge nè in *G* nè nella stampa Leidense, e che male si ricava dal precedente *in giù:* tuttavia non abbiamo toccato il passo.

tavia corretta di pugno di Galileo, e la stampa Leidense concorda con la lezione originale di *G:* è manifesto allora che l'autografo, dal quale sono derivati il cod. *G* e l'apografo della Leidense, conteneva quella lezione originale, che poi Galileo migliorò in *G*, mentre rimase non corretta nell'apografo della Leidense, sia perchè l'Autore dimenticasse di ripeter qui la correzione, sia perchè egli non rivedesse questa nuova copia. In tali casi noi accettammo nel testo la correzione che ci era imposta dalla mano di Galileo, ancorchè la lezione della Leidense non fosse errata, poichè ci parve che il cod. *G* rappresentasse meglio l'intenzione esplicita dell'Autore e tenesse, per così dire, il luogo di un'edizione emendata e corretta dallo stesso Galileo [1]. Di ogni altra particolarità notevole offerta dal cod. *G* è reso conto minuto appiè di pagina [2]: dove s'avverta che con la notazione *G* questo apografo è indicato ogni volta che per la chiarezza è necessario; ma anche tutte le lezioni che non portano altra indicazione, e di cui non è detto espressamente che sono della stampa, s'intendano ricavate da esso codice.

Nella prima Giornata cadono due aggiunte e due correzioni alla stampa di Leida, volute da Galileo, delle quali nel cod. *G* non è, nè poteva essere, traccia, perchè sono posteriori alla pubblicazione della Leidense. Sono state dettate infatti da Galileo al P. Clemente Settimi, o P. Clemente delle Scuole Pie, che

---

[1] Si ricordi, a questo proposito, che GALILEO non rivide le bozze di stampa dell'edizione di Leida. Come esempi di luoghi ne' quali non solo la lezione corretta in *G* dalla mano di GALILEO è evidentemente migliore di quella originale, che ritorna poi nella stampa Leidense e di qui è passata nella volgata, ma anche si riconosce senza difficoltà la ragione della correzione voluta dall'Autore, citiamo i seguenti: pag. 51, lin. 8; pag. 65, lin. 28-29; pag. 66, lin. 21 (cfr. pag. 72, lin. 9, e pag. 80, lin. 27, ne' quali passi la lezione da noi accettata nel testo è già originalmente in *G*); pag. 101, lin. 17; pag. 145, lin. 13, ecc.

[2] Per esempio, di tratti che non si leggono nella stampa, e che noi non accettammo nel testo, perchè possono essere stati deliberatamente omessi, più tardi, da GALILEO (vedi, p. e., pag. 50, lin. 9-10, e lin. 27); delle stesure di alcuni luoghi, le quali si devono considerare come precedenti a quelle della stampa (cfr., p. e., pag. 101, lin. 23 e seg., e pag. 176, lin. 6-26), ecc. Teniamo conto anche di quelle lezioni di *G* nelle quali la differenza a confronto della stampa consiste soltanto in trasposizione di parole, ma non, per contrario, degli errori certi e manifesti del codice, vuoi ortografici, vuoi d'altra maniera, nè delle forme dialettali dovute al copista (p. e., *soggionse, longhi, ponto*, ecc.), e spesso corrette dalla mano di GALILEO, e nemmeno delle varianti puramente ortografiche o fonetiche, soprattutto quando la forma del codice e quella della stampa sono buone del pari, e dal trovare nel codice l'una forma in luogo dell'altra non si può concludere che GALILEO avesse scritto in quel modo nell'autografo o invece, piuttosto, che in quel modo sia avvenuto al copista di trascrivere. Così non teniamo nota di forme apostrofate o tronche in luogo delle forme intere, o viceversa: e neppure registriamo *prattica, doppo* del cod. *G* per *pratica, dopo* della stampa; *proferì, caminasse* per *profferì, camminasse; argomentar, volgo, fosse, moltiplicano, corpuscoli, insorge* per *argumentar, vulgo, fusse, multiplicano, corpusculi, insurge; nessuna, resoluzione, dua, giovine, altrimenti, volontieri* per *nissuna, risoluzione, due, giovane, altrimente, volentieri; secreti, risigo, fra, conseguenza, abbiamo, dobbiamo* per *segreti, risico, tra, consequenza, aviamo, doviamo; subdivisione, subduplo*, per *suddivisione, sudduplo; istante* per *instante; instromenti* per *strumenti; stringe* per *strigne; drento* per *dentro; sciema* per *scema; augumenta* per *agumenta; oriolo* per *oriuolo; avuti* per *auti; averebbe, averemo* per *avrebbe, aremo; diciate* per *dichiate; sendo* per *essendo*, ecc. Il fatto che codice e stampa sono talora inconseguenti a sè stessi in quanto risguarda siffatte varietà grafiche e fonetiche, toglie ad esse ogni importanza. Abbiamo notato però anche le varianti di questo genere nelle ultime pagine della seconda Giornata, nelle quali, come abbiamo avvertito, il cod. *G* è autografo di GALILEO.

soleva visitare spesso il Nostro in Arcetri, e scritte su' margini, o in polizzini attaccati in margine, d'un esemplare dell'edizione di Leida: e noi le abbiamo pubblicate in note a' respettivi passi a cui si riferiscono (pag. 104, 107, 112, 126). Andiamo debitori di siffatte aggiunte e correzioni a Vincenzio Viviani, che dagli originali del P. Clemente le trascrisse in un foglio legato oggi in calce al T. IX della Par. V dei Manoscritti Galileiani (car. 188 e 189) [1]: dell'ultima, e più ampia, rimessa è giunto fino a noi però anche l'originale, di mano di detto Padre, che è in un mezzo foglio, inserito ora nello stesso Tomo IX (car. 49), e da quest'originale preferimmo, com'era ragionevole, riprodurla, anzichè dalla copia di mano del Viviani [2], dovuta necessariamente seguire per le tre precedenti.

In molti luoghi della terza e della quarta Giornata, per le quali ci mancava il sussidio del cod. *G*, abbiamo potuto, in quella vece, arricchire il testo della stampa Leidense di altri e non meno interessanti riscontri. È noto che le due ultime Giornate constano di due parti: la parte italiana, dialogizzata, e i teoremi in latino, inseriti nel dialogo; e ben possiamo credere che tutta la parte latina appartenga a studi che Galileo era venuto di lunga mano preparando, come dimostrano i *Frammenti* dei quali discorreremo ampiamente tra poco, così che quando, al momento della stampa, Galileo scriveva di lavorare sempre intorno alla Giornata terza e quarta, intendesse soltanto di alludere o a nuove elaborazioni di quelle vecchie proposizioni, o alla stesura della parte dialogizzata, o al computo delle tavole numeriche della quarta Giornata. E poichè molti di quei *Frammenti* altro non sono che addirittura prime bozze, o stesure anteriori e di

---

(1) Scrive il Viviani (car. 188*r.* e 189*r.*): « In un esemplare de' *Discorsi e Dimostrazioni matematiche* del Sig. Galileo, stampati in Leida ... vi è scritto, di dettatura del medesimo Galileo, quanto segue; e questo esemplare si trova appresso il Sig. Cosimo ... A fac. 60, rimessa in un polizzino di mano del P. Clemente delle Squole Pie: » e qui appresso trascrive, prima, l'aggiunta che noi pubblichiamo a pag. 104, nota 1, e poi, indicando per ciascuna il luogo in cui cade, le due correzioni (la prima, « rimessa in margine, di mano del detto P. Clemente »; la seconda, « rimessa in un polizzino attaccato in margine, di mano di detto Padre ») e l'aggiunta (« in un mezzo foglio, scritto di mano del detto Padre »), che abbiamo riprodotto nelle note a pag. 107, 112, 126. Ignoriamo quale sorte abbia corso l'esemplare già stato di Cosimo di Vincenzio Galilei, al quale accenna il Viviani; sono però giunte fino a noi parecchie delle carte che erano inserite in quell'esemplare e che contenevano cose di Galileo: possediamo infatti non solo, come tosto diremo, il « mezzo foglio » di mano del P. Clemente, sul quale è scritta l'ultima aggiunta, ma anche « le guardie avanti al frontispizio », che il Viviani dice che contenevano altre scritture, di mano di Pier Ferri, servitore di Galileo, e di Vincenzio Galilei iun. Vedi a questo proposito nel presente volume, pag. 437, nota 1, e pag. 631, nota 2.

(2) In quest'aggiunta (pag. 126-127) abbiamo corretto la lezione di mano del P. Clemente ne' seguenti passi: pag. 127, lin. 23, *quello medesimo* in *quel medesimo;* pag. 127, lin. 30, *mettendo* in *mettemmo;* pag. 126, lin. 22, e pag. 127, lin. 22 e 23, *altretanta* in *altrettanta.* Altre correzioni, oltre a queste, introduce il Viviani, trascrivendo essa aggiunta: p. e. egli muta *la gravità* in *la quantità del peso* (pag. 126, lin. 19), *accompagnato con* in *accompagnato da* (pag. 127, lin. 21-22), *a parte* in *da parte* (pag. 127, lin. 30), *Trovar* in *Il trovar* (pag. 127, lin. 31, ecc.; omette *dell'aria* a pag. 126, lin. 27; avverte in margine, relativamente all'intera aggiunta, che « questo discorso ha bisogno di esser riveduto e raggiustato », e segna con puntolini i tre *Quando dunque* con cui cominciano tre periodi successivi (pag. 126, lin. 27-28, e lin. 33; pag. 127, lin. 24). E invero l'elocuzione di questo tratto lascia non poco a desiderare; il che tuttavia non ci dava il diritto di correggere arbitrariamente.

poco diverse, l' una dall' altra staccate, dei teoremi che nei *Dialoghi* trovansi distribuiti in un tutto organico, così il luogo più opportuno e il modo più acconcio per renderne conto era il metterle a riscontro delle stesure definitive contenute ne' *Dialoghi* stessi, e registrarne, appiè di queste, le differenze in forma di varianti. In tal modo infatti abbiamo proceduto: e con ciò conseguimmo anche un altro vantaggio, cioè che il confronto di queste prime bozze ha messo in rilievo alcune lezioni errate della stampa Leidense, che abbiamo perciò corrette e notate appiè di pagina. Anche però in altri luoghi, latini e italiani, per i quali non ci soccorreva il riscontro delle stesure anteriori, correggemmo qualche volta, sempre tenendone nota, la lezione della stampa, quando l' errore e la correzione erano ben sicuri [1].

Nella terza Giornata non abbiamo dimenticato una notevolissima aggiunta, della quale Galileo intendeva che fosse arricchita la stampa originale, quando si ripubblicassero i suoi *Dialoghi:* abbiamo però riprodotto quest' aggiunta in nota, nel luogo in cui cade (pag. 214, nota 1), come abbiamo fatto per quelle della prima Giornata, appunto perchè anche questa è posteriore all' edizione Leidense; e l' abbiamo stampata in corpo di carattere minore, perchè essa fu distesa da Vincenzio Viviani. Scrive (o piuttosto fa scrivere) Galileo a Benedetto Castelli il 3 dicembre 1639: « L' opposizioni fattemi, son già molti mesi, da questo giovane, al presente mio ospite e discepolo, contro a quel principio da me supposto nel mio trattato del moto accelerato.... mi necessitarono in tal maniera a pensarvi sopra, a fine di persuadergli tal principio per concedibile e vero, che mi sortì finalmente, con suo e mio gran diletto, d' incontrarne, s' io non erro, la dimostrazione concludente, che da me fin ora è stata qua conferita a più d' uno. Di questa egli ne ha fatto adesso un disteso per me, che, trovandomi affatto privo degli occhi, mi sarei forse confuso nelle figure e caratteri che vi bisognano. È scritta in dialogo, come sovvenuta al Salviati, acciò si possa, quando mai si stampassero di nuovo i miei *Discorsi e Dimostrazioni*, inserirla immediatamente doppo lo Scolio della seconda Proposizione del suddetto trattato, a fac. 177 di questa impressione [2], come teorema essenzialissimo allo stabilimento delle scienze del moto da me promosse » [3]. Di tale disteso dialogizzato, dovuto al giovane ospite e discepolo di Galileo, non è giunta a noi alcuna copia manoscritta [4]: così

---

[1] In qualche rarissimo caso abbiamo dovuto correggere la lezione della stampa, nonostante fosse confermata dal riscontro della stesura anteriore: vedi, p. e., pag. 239, lin. 6.

[2] Cioè dell' impressione di Leida.

[3] *Opere di* GALILEO GALILEI ecc. In Bologna, per gli HH. del Dozza, MDCLV–MDCLVI. Tomo II, pag. 105. — Cfr. *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza Universale delle proporzioni, spiegata colla dottrina del Galileo, con nuov' ordine distesa e per la prima volta pubblicata da* VINCENZIO VIVIANI ecc. In Firenze, alla Condotta, M.DC.LXXIV, pag. 99-100; e il *Racconto istorico della Vita del Sig. Galileo Galilei* steso dal VIVIANI, nei *Fasti consolari dell'Accademia Fiorentina* ecc., pag. 421-22.

[4] Possediamo invece, di mano del VIVIANI, la stesura, non dialogizzata, probabilmente dettata da GALILEO al suo discepolo, e che in molti luoghi presenta strettissima affinità con quella in dialogo; e la pubblichiamo a pag. 442-445 di questo volume.

che abbiamo dovuto riprodurlo dall' edizione di Bologna del 1656, dove vide per la prima volta la luce col titolo di *Aggiunta postuma dell'autore* [1], ed alla quale fu somministrato dallo stesso Viviani [2]. La lezione della stampa bolognese fu da noi corretta in pochi luoghi, manifestamente errati [3].

Ai quattro Dialoghi nell' edizione di Leida tien dietro l'*Appendix in qua continentur theoremata eorumque demonstrationes, quae ab eodem Autore circa centrum gravitatis solidorum olim conscripta fuerunt.* Questi Teoremi però non furono qui da noi riprodotti, perchè, essendo essi lavoro giovanile di Galileo, e del quale possiamo determinare con precisione la data [4], furono già pubblicati, di sulla stessa edizione di Leida, nel vol. I della presente edizione, pag. 187-208, nel posto che loro cronologicamente spettava. Compie poi la stampa Leidense la *Tavola delle cose più notabili,* la quale abbiamo pubblicata nello stesso corpo di carattere che la Dedicatoria, la Prefazione e la Tavola in principio dell'opera: infatti anche di essa possiamo ragionevolmente dubitare se, e in quanta parte, sia stata compilata da Galileo, sebbene a lui, che però era purtroppo ormai del tutto cieco, ne facessero richiesta, come abbiamo accennato, gli Elzeviri, i quali gli inviavano per questo i fogli del libro, a mano a mano che si andavano stampando [5].

Le numerose figure che illustrano i *Dialoghi*, le abbiamo riprodotte in facsimile da quelle dell' edizione originale, perchè alcune di esse non sono puramente geometriche, ma hanno altresì qualche cosa di artistico, che ci piacque conservare; tanto più che si può anche congetturare che siano state disegnate dallo stesso Galileo, il quale, come è noto, era valentissimo in quell' arte.

Così il lettore nella presente edizione trova la stampa di Leida fedelmente seguita in ogni particolarità, ma corretta di molti errori e accresciuta di riscontri attinti a manoscritti che noi abbiamo messo a profitto per i primi. Oltre a quelli fin qui indicati, altri manoscritti ancora furono da noi presi in esame, ma senza che ne potessimo trarre alcun partito, o perchè non hanno veruna importanza [6], o perchè contengono illustrazioni, correzioni e ulteriori svolgimenti dovuti ad altri [7], delle

(1) Tomo II, pag. 132-134 della ristampa dei *Discorsi e Dimostrazioni.*

(2) *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., loc. cit.

(3) Sono i seguenti: pag. 214, lin. 21, *detto è dimostrato* corretto in *detto e dimostrato;* pag. 215, lin. 14, *diminuisse* corretto in *diminuisce;* pag. 216, lin. 19, *de piani* corretto in *di piani;* pag. 218, lin. 28, *avverrà* corretto in *averà,* e, lin. 35, *Di questo* corretto in *Da questo;* pag. 219, lin. 25, *inclinata AB* corretto in *inclinata AE.* Inoltre abbiamo stampato *altrettanto* in luogo di *altretanto* (pag. 217, lin. 28) della stampa bolognese.

(4) Vedi nel vol. I della presente edizione, pag. 181 e seg.

(5) Lettera di Lodovico Elzeviro a Galileo del 1° novembre 1637 (Bibl. Estense di Modena, Autogr. Campori, Busta LXXIV, 111).

(6) Il T. VIII della Par. V dei Manoscritti Galileiani contiene una copia, di mano del sec. XVII, delle prime due Giornate e di squarci della terza e della quarta: ma probabilmente è trascritto dall' edizione di Leida (come si può desumere da certi errori), la quale è anche citata (car. 74*r.* e 77*t.*). Il cod. Riccardiano 3141, del sec. XVII, intitolato « De resistentia solidorum. Ex Galileo. Altera ex novis scientiis », è un estratto, senza importanza, di alcuni enunciati e figure attenenti alle Proposizioni della Giornata seconda.

(7) Il T. X della Par. V dei Manoscritti Galileiani è un esemplare della stampa Leidense con postille di mano del sec. XVII. Talora il postillatore

dottrine trattate nell' opera di Galileo; dei quali svolgimenti noi, secondo il nostro istituto, non potevamo tener conto. Accenniamo in particolare al già citato T. IX della Par. V dei Manoscritti Galileiani, che consiste in un esemplare dell' edizione di Leida amplissimamente postillato da Vincenzio Viviani. Di quest' esemplare fu scritto che sia stato corretto ed accresciuto dal Viviani con approvazione dello stesso Galileo, e che ciò in quelle marginali postille sia avvertito più d' una volta: noi però, dopo aver minutamente esaminato tali postille, correzioni ed aggiunte, che si leggono e su' margini e su numerosi fogli inseriti, e per la maggior parte sono inedite, possiamo affermare che i detti indizi dell' approvazione del Nostro non vi si trovano [1]. Crediamo invece ch' esse rappresentino studi personali del Viviani [2], posteriori, almeno in parte, alla morte di Galileo [3], coi quali il discepolo continuava, e forse non sempre conforme alla mente del Maestro, le speculazioni di questo.

---

non fa che indicare in margine, a mo' di rubriche, gli argomenti discorsi nel testo; ma altre volte combatte le dottrine di GALILEO, oppure nota: « però convien provarlo »; « si niega che si possa fare », ecc. Al *Theor. III, Propos. III* della quarta Giornata postilla: « Est mea 5^a 2^i ». Anche un altro esemplare della Leidense, posseduto dalla Biblioteca Nazionale di Firenze (*Banco Rari, A. 8, p. 3, n. 3:* fu già della Biblioteca del Convento di S. Maria Novella, e della Riccardiana), contiene delle postille di mano ignota, le quali sono di ben poco conto; chè spesso riportano su' margini le correzioni indicate nella *Tavola de gli errori della stampa.* — In una busta della Biblioteca Nazionale di Firenze, intitolata « Nelli Gio. Batta Clem. Filza 1. Appunti coi quali furono da lui create le prime bozze della Vita di Galileo Galilei », si comprendono (car. 643 e seg., car. 678 e seg.) degli studi autografi del VIVIANI sulle Nuove Scienze. Cfr. ANTONIO FAVARO, *Intorno ad alcuni documenti galileiani recentemente scoperti nella Biblioteca Nazionale di Firenze,* nel *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche,* Tomo XIX, 1886, pag. 17.

(1) L' unica postilla del VIVIANI della quale si potrebbe sospettare che avesse ottenuto l' approvazione di GALILEO, è quella inedita che si legge a car. 54*t.*-*r.*, relativa al passo che nella nostra edizione è a pag. 134, lin. 31. Postilla il VIVIANI, che dopo quelle parole di SIMPLICIO *concludentemente dimostrano* « si potria aggiugner quanto appresso io dimostro, così contentandosene il medesimo Sig. Galileo »; e appresso soggiunge una dimostrazione che si estende per ben due carte, delle quali la prima è essa car. 54, e la seconda fu separata, per errore di chi ordinò i Manoscritti Galileiani, e compresa nel T. IV della Par. V (car. 38). Se non che, lasciando che le parole *contentandosene il medesimo Sig. Galileo* sono di significato ambiguo, s' avverta che il VIVIANI rivendica espressamente a sè questa dimostrazione anche in un appunto che si legge nel citato T. IV della Par. V, car. 33*t.*, dove egli nota a proposito di essa che fu « da me trovata ».

(2) Al luogo che nella nostra edizione è a pag. 67, lin. 33-34 (nel codice, a car. 17*r.*), il VIVIANI postilla: « se sono infiniti, è necessario che non siano quanti ... e pure poco avanti ... gli fa quanti ». Dopo le parole *la nostra maraviglia,* a pag. 76, lin. 26, della nostra edizione (car. 22*r.*) nota: « E questa prova del Galileo somministrò forse al Torricelli il metodo, così frequentemente da esso usato, di risolver i solidi rotondi e scavati nelle lor infinite armille ». Altrove (car. 70*t.*) difende GALILEO da certa obbiezione del « Reverendo Padre G. »; parla (car. 76*t.*) di esperienze suggeritegli « da i discorsi avuti con chi ha navigato »; cita le proposizioni dimostrate da GALILEO: « per la 4^a del Galileo » (car. 78*t.*), « per primam Galilaei de motu aequabili » (car. 129*t.*). Potremmo addurre molti altri esempi, che provano come si tratti di osservazioni personali del VIVIANI. Alcune volte il VIVIANI emenda delle inesattezze nelle quali GALILEO è caduto (p. e., nel luogo che nella nostra edizione è a pag. 140, lin. 4, corregge *proporzione* in *proporzione reciproca;* a pag. 149, lin. 30, *nove* in *sette e un nono,* e a lin. 33 *quarta vibrazione* in *2 vibrazioni,* mostrando in una postilla come, dati i numeri delle vibrazioni « come gli pone il Sig. Galileo », questi commette « errore di calcolo »; a pag. 176, lin. 14, corregge *sta* in *sta reciprocamente;* ecc.); ma non per questo ci parve lecito compenetrare nell' opera del Maestro, fosse pure per migliorarla, quella del discepolo.

(3) A car. 72*r.* il VIVIANI cita la ristampa dei *Dialoghi* fatta a Bologna nel 1656.

Nella mente di Galileo i *Dialoghi delle Nuove Scienze* non erano compiuti con le quattro Giornate e con l'appendice del centro di gravità dei solidi, che si comprendono nell'edizione di Leida: e mentre gli Elzeviri tiravano innanzi con la stampa e ne affrettavano, per quanto era da loro, il compimento, Galileo parlava invece di un'altra Giornata, oltre la quarta, così che gli stampatori rimanevano incerti e perplessi. Scriveva infatti Giusto Wiffeldich, agente degli Elzeviri in Venezia, a Galileo sotto il 26 settembre 1637: « Il Sig. Elzevir mi scrive che debba scrivere a V. S. I. et informarvi si il libro vostro, quale loro stampano, sia diviso in più di quatro Giornate, et in quante Giornate l'havete partito. Loro hanno comminciato la 3ª Giornata al trattato *De motu locali,* et dicono non trovar la 5ª Giornata, si la non è avanti l'Appendice: et di più desiderano saper si V. S. I. ha mandato tuta la copia, et pregano d'esser avisati quanto prima; altramente bisogna che aspettino con la stampa » [1]. Ma la nuova Giornata, della quale, come si vede, Galileo doveva aver dato alcun cenno, si faceva desiderare: onde Lodovico Elzeviro scriveva a Galileo sotto la data del 1° novembre 1637, che avrebbe continuata la stampa, e aspettato la quinta Giornata « si sarà possibile » [2]; e più risolutamente il 1° gennaio del 1638: « In quanto al trattato della percossa e dell'uso della catenella, se V. S. non lo puol condurre a perfezzione, farò il compimento, conforme al suo ordine » [3]. Apprendiamo da queste parole quale doveva essere l'argomento della Giornata da aggiungersi; e vediamo altresì come ormai, avvicinandosi la stampa alla fine, il tipografo era impaziente di licenziare il libro, senza più oltre attendere: e perciò in termini più chiari replicava il 25 gennaio, quando rimanevano a stampare soltanto la tavola finale delle materie, il frontespizio e la dedicatoria: « In quanto il trattato della percossa, si V. S. non lo puol condurre in breve a perfezzione, le piacerà mandarmi in che modo lo significarò al lettore dopo l'Appendice, acciochè non si commetti errore » [4]. I *Discorsi e Dimostrazioni* infatti finirono con l'uscire alla luce con le sole quattro Giornate, e con l'*Appendice* della quale abbiamo tenuto parola, nonostante che nell'aprile del 1638 Galileo si fosse più che mai internato « nella profondissima speculazione della percossa », e ne avesse anzi « acquistato la sua quasi intera sodisfazione » [5]. I risultati però di tali speculazioni non andarono perduti, e, in parte almeno, furono trovati tra le carte del Nostro dopo la sua morte, come or ora diremo.

Nell'aprile del 1641 Don Benedetto Castelli ebbe occasione di visitare il Maestro in Arcetri; e « considerando che per la compassionevole cecità e per l'età ormai cadente del Galileo si correva pericolo di perder quel residuo delle di lui

[1] Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 47^a e 47^b.

[2] Bibl. Estense di Modena, Autogr. Campori, Busta LXXIV, 111.

[3] Mss. Gal., Par. V, T. VI, car. 66.

[4] Lettera di Lodovico Elzeviro citata a pag. 17, nota *b*.

[5] Lettera di Dino Peri a Galileo del 21 aprile 1638 (Mss. Gal., Par. I, T. XII, car. 58).

speculazioni, non pubblicate, che egli sapeva non esser ancora poste in carta », gli propose Evangelista Torricelli « per aiuto a farne il disteso ». Galileo ben volentieri accettò; ma soltanto il 10 ottobre 1641 il Torricelli potè trovarsi in Arcetri. « Immantinente cominciò il Galileo a comunicar al Torricelli ciò che allora ei meditava di spiegar in dialogo in altre Giornate »; ma pur troppo men che tre mesi più tardi il Nostro non era più. Dentro sì breve tempo il Torricelli tuttavia « potè fare ... la bozza del disteso » del principio d'una nuova Giornata, che aveva per argomento le definizioni 5ª e 7ª nel 5° libro d'Euclide [1]. Questo disteso essendo pervenuto alle mani del Viviani, fu da lui pubblicato nel 1674, nel suo più volte citato *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* [2], quale *Principio della Quinta Giornata del Galileo;* e già come *Giornata Quinta da aggiungersi nel libro delle Nuove Scienzie* era stato designato dal Torricelli [3].

Sorte meno felice corsero gli studi di Galileo sulla percossa, poichè rimasero più a lungo inediti. Dopo la morte del Nostro, il Viviani ebbe permesso da Vincenzio Galilei, che aveva ereditato le carte del padre, di prenderne copia, che anzi molte gliene dettò Vincenzio « da sè stesso »; e tra le dettate fu « un altro principio di nuovo congresso, intitolato *Ultimo* ... Tal principio è disteso in dialogo, in sei fogli in circa, dove si spiegano alcune sperienze fatte dal Galileo fin ne' tempi ch'egli era ... lettore (*in Padova*), allora che andava investigando la misura della forza della percossa ». Il Viviani potè più tardi, con l'aiuto di Cosimo di Vincenzio Galilei, anche riscontrare sull'originale la propria copia dell' *Ultimo congresso,* « in alcuni luoghi dov'*egli* aveva qualche difficultà » [4]: egli però non fece di pubblica ragione questa scrittura, la quale vide la luce per la prima volta soltanto nella prima edizione fiorentina delle Opere del Nostro [5], e non è ben certo se quegli editori potessero profittare dell'originale, oppure si valessero della copia

---

(1) *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., pag. 101. — Di quest'argomento però GALILEO si era occupato anche per lo innanzi, come si può dedurre dall'aver egli consigliato al CAVALIERI di « *lasciar* stare » certa « appendice intorno alla definizione 5 del quinto », ch'egli desiderava pubblicare: vedi lettera di BONAVENTURA CAVALIERI a GALILEO del 6 febbraio 1635 (Mss. Gal., Par. VI, T. XII, car. 115). Scrive poi il VIVIANI (*Quinto libro* ecc., pag. 100), che avendo egli mosso alcuni dubbi a GALILEO intorno a quelle definizioni, già prima ch'egli fosse ospite di lui in Arcetri, gli aveva « conferito il Galileo le dimostrazioni di quelle difinizioni del quinto Libro, senza però applicarle a figure, che, fermatomi poi in Arcetri, egli mi dettò in dialogo, assai prima della venuta quivi del Torricelli, quando ancora il Galileo non aveva risoluto di porla nella quinta Giornata, ma pensava tuttavia d'aggiugnerla alla quarta, a facce 153 dell'impressione di Leida, dopo la prima proposizione de' moti equabili, nel caso del ristamparsi, con l'altre opere sue, quell'ultima delle due Nuove Scienze. Questa tal dettatura diede poi qualche facilità al medesimo Galileo ed al Torricelli per fare quel più amplo disteso in dialogo, che si è veduto: e la medesima, come inutile, rimase a me, ed ancora la conservo ». Il luogo della stampa di Leida citato dal VIVIANI è nella nostra edizione a pag. 193, lin. 9; cade però nella Giornata terza. Cfr. pag. 349, lin. 20. Non sappiamo quale sorte abbia corso questa « dettatura » più breve intorno alle proporzioni.

(2) Pag. 61-77.

(3) Il TORRICELLI nel suo manoscritto autografo, che citiamo più innanzi, intitola (car. 10*r*.) questa scrittura: « Trattato del Galileo sopra la definizione delle proporzioni d'Euclide. Giornata Quinta da aggiungersi nel libro delle Nuove Scienzie ».

(4) *Quinto libro* ecc., pag. 102-104.

(5) *Opere di* GALILEO GALILEI ecc. In Firenze, MDCCXVIII. Nella Stamp. di S. A. R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi, Tomo II, pag. 693-710.

del Viviani [1]. Nell' edizione fiorentina del 1718 il *Congresso ultimo* venne dietro a quella che ormai era conosciuta come *Quinta Giornata,* e però prese nome di *Giornata Sesta:* e d' allora in poi le edizioni dei *Dialoghi delle Nuove Scienze* compresero sei Giornate. Anche noi, com' era di ragione, facemmo seguire alla riproduzione della stampa Leidense le due Giornate aggiunte; ma ci parve che la successione nella quale comunemente si leggono, e i titoli di *quinta* e di *sesta* Giornata, non fossero abbastanza giustificati, e che inoltre dovesse farsi ben differenza tra le due Giornate per riguardo alla parte che nello stenderle ebbe Galileo.

Quanto alla ragione cronologica, pare ben certo che la Giornata sesta (chiamiamole anche noi così) sia anteriore alla quinta. Lasciando che intorno alla forza della percossa Galileo fece esperienze e scrisse fin dal tempo del suo insegnamento in Padova [2], abbiamo già visto come a questa speculazione egli fosse tutto intento nel 1638, dopo che nel quarto Dialogo delle *Nuove Scienze* aveva espressamente promesso al pubblico un' altra Giornata, da aggiungersi appunto su tale materia [3]; è certo inoltre che almeno qualche parte dell' originale della percossa era autografa [4], e perciò anteriore alla totale cecità dell' Autore: nessun cenno, invece, ch' egli si occupasse di quest' argomento negli ultimi tempi della sua vita. Per contrario, il disteso della quinta Giornata essendo stato dettato da Galileo al Torricelli, cade precisamente tra il 10 ottobre 1641 ed i primi del gennaio 1642. Ognun vede poi, essere poco men che impossibile che dentro sì breve tempo, « del quale la malattia stessa del Galileo portò via la parte maggiore » [5], egli dopo la Giornata sulle proporzioni (rimasta, ben s' avverta, incompiuta) incominciasse l' altra Giornata sulla percossa.

---

[1] Scrive il P. BENEDETTO BRESCIANI al P. GUIDO GRANDI, che con lui attese alla edizione fiorentina del 1718, in data del 17 gennaio 1713: « Nelle mani del medesimo Sig. Abate *[Panzanini]* è il dialogo della forza della percossa, e credo che sia copiato dall' originale, che può essere che sia appresso agli eredi del Sig. Lodovico Serenai, i quali hanno promesso di dare tutto ciò che si trovano avere di fogli appartenenti a opere del Galileo » (Mss. Gal., Par. VI, T. XVIII, car. 15*r*.). L' abate IACOPO PANZANINI fu erede del VIVIANI.

[2] Vedi nel vol. II di quest' edizione, pag. 153-154 e pag. 188-191.

[3] Vedi pag. 293, lin. 7-10, e pag. 312, lin. 27-30.

[4] Il VIVIANI più volte cita « l' originale del Galileo *De motu e della percossa* », o la « bozza *De motu e della percossa* »; e da tale originale, o dalla coperta di esso, trascrive dei frammenti ed appunti: vedi in questo volume pag. 334, nelle varianti, pag. 446, nota 1, pag. 630, nota 1, e pag. 634, nota 1. Di un frammento attenente appunto alla forza della percossa, il VIVIANI avverte d' averlo trascritto « da un foglio originale del Galileo, di sua mano, tra le cose della percossa »: vedi pag. 343, nelle varianti. Vero è che, trattandosi d' un frammento staccato, sebbene si riferisca strettamente al Dialogo sulla percossa (cfr. pag. 343, lin. 20), potrebbe anche essere anteriore alla stesura del Dialogo stesso. LODOVICO SERENAI in un certo suo appunto autografo, che è nei Manoscritti Galileiani, a car. 2*r*. del Tomo 39 dei *Discepoli,* ricorda che gran parte delle cose spiegate dal TORRICELLI nelle Lezioni *Della forza della percossa* « eran già state dette e scritte dal Galileo, e si leggono di sua mano ne' fragmenti dell' opere sue appresso al figliuolo, che disegna di stamparli una volta ». Quanto finora abbiamo veduto dimostra abbastanza, non esser vera l' asserzione di ALFONSO BORELLI, che dopo la morte di GALILEO non si trovasse tra le sue carte nulla di attinente alla forza della percossa: vedi *De vi percussionis, Liber* IO. ALPHONSI BORELLI ecc., Bononiae, MDCLXVII, ex typographia Iacobi Montii (in fine del *Proemium*).

[5] *Quinto libro degli Elementi d' Euclide* ecc., pag. 101.

È vero però che, se la Giornata della percossa è cronologicamente anteriore a quella delle proporzioni, tuttavia nella compagine dell'opera potrebbe questa, secondo la concezione dell'Autore, dover precedere a quella: vediamo dunque quali siano le relazioni delle due Giornate fra loro e con le precedenti.

Nella quarta Giornata Galileo promette, come abbiamo toccato, un altro dialogo sulla percossa, e lo promette in termini tali, che il nuovo congresso debba attendersi immediatamente dopo il quarto: « gli do parola che, *spedita che avremo la lettura di questo trattato de i proietti,* gli spiegherò tutte quelle fantasie [*intorno alla forza della percossa*] ... che de i discorsi dell'Accademico mi son rimaste nella memoria » (pag. 293, lin. 7-10); « potrà il Sig. Salviati, conforme alla promessa, esplicarci qual sia l'utilità che da simile catenella si può ritrarre, e, *dopo questo,* arrecarci quelle specolazioni che dal nostro Accademico sono state fatte intorno alla forza della percossa » (pag. 312, lin. 27-30). Invece, nessun accenno nella quarta Giornata all'argomento delle proporzioni. S'avverta, in secondo luogo, che tra la sesta Giornata e quella che ad essa deve precedere sono corsi « quindici giorni » (pag. 321, lin. 3): ma nella quinta Giornata gl'interlocutori rinnovano l'adunanza « dopo l'interposizione di qualch'anno » (pag. 349, lin. 3-5) [1]. Per quanto la scena del dialogo sia una finzione, ad ogni modo chi legge le introduzioni delle due Giornate, direbbe di sentire in esse come un'eco della diversa condizione di spirito con cui l'Autore dopo breve intervallo faceva seguire alle quattro prime Giornate quella sulla percossa, e dopo più altri anni ripigliava, non senza grande consolazione, gli usati discorsi per trattare delle proporzioni. Un'altra circostanza, al contrario, che risguarda i personaggi del dialogo, richiederebbe che alla quarta Giornata tenesse dietro anzitutto quella sulle proporzioni. In questa infatti si trovano insieme, come il solito, il Salviati, il Sagredo e Simplicio; ma nella sesta Giornata Simplicio più non interviene, e invece prende parte al colloquio Paolo Aproino, stato uditore di Galileo in Padova e suo intrinsechissimo [2]: così che potrebbe parer singolare che Simplicio, dopo l'assenza, della quale è addotta per cagione la grande oscurità ch'egli ha incontrato in alcune dimostrazioni matematiche, fosse di nuovo introdotto, senza che del suo intervenire si rechi alcuna giustificazione, e precisamente in quel giorno in cui l'argomento de' discorsi è

---

(1) Che i « quindici giorni » dei quali è menzione in principio della sesta Giornata, non si possano intendere come quindici giorni a partire dalla sessione sulle proporzioni, lo dà a vedere la maniera come gl'interlocutori della sesta si richiamano alle cose discorse nella quarta Giornata, dicendo che furono dimostrate « ne' passati giorni » (pag. 337, lin. 23, e pag. 338, lin. 19): la quale espressione sarebbe poco conveniente, se i « quindici giorni » venissero « dopo l'interposizione di qualch'anno ».

(2) È introdotto quale interlocutore l'Aproino come quegli che era intervenuto a molte esperienze intorno alla forza della percossa fatte in casa di Galileo, nel tempo del soggiorno di questo in Padova, delle quali esperienze l'Aproino discorre nella sesta Giornata. E forse a Galileo suggerì l'idea d'introdurre il nuovo interlocutore la più volte citata lettera a lui scritta il 3 marzo 1635 dall'Aproino, che, dopo aver visto alcuni fogli manoscritti dei *Dialoghi delle Nuove Scienze* (cfr. pag. 13, nota 3), gli ricordava d'aver « imbevute già tanto tempo dalla sua bocca » molte di quelle dottrine.

del tutto matematico. Tutt' e due le Giornate si richiamano poi, nei primi discorsi dei personaggi, alla quarta come a immediatamente precedente: poichè nel principio della sesta leggiamo che nei quindici giorni interposti dopo l' ultimo abboccamento il Sagredo ha veduto le proposizioni attenenti a' centri di gravità de' solidi e riletto quelle del moto, cioè si è applicato agli argomenti della quarta Giornata e a quelle dimostrazioni che il Salviati gli aveva lasciato in sullo scorcio di questa stessa Giornata, appunto perchè le studiasse nel tempo che doveva passare prima del futuro congresso; ma nel principio della quinta pure è detto che in quegli anni in cui i tre valentuomini non si sono trovati insieme, il Sagredo « non avrà mancato di fare ... qualche reflessione sopra le dottrine del moto, le quali furon lette nell' *ultima* giornata de' nostri passati colloqui » (pag. 349, lin. 6-8). Invece, nè nella sesta Giornata v' ha pur un accenno all' argomento delle proporzioni, nè nella quinta a quello della percossa.

Da tutto questo risulta, a nostro giudizio, come nè l' una nè l' altra delle cosidette quinta e sesta Giornata possa in verità chiamarsi sesta, ma tutt' e due siano soltanto Giornate *aggiunte* (tutt' e due *quinte,* per così dire), ciascuna delle quali si riappicca direttamente alla quarta, e che tra di loro non si può veramente stabilire un ordine di successione. Galileo le ha dettate in tempi diversi: quando stendeva la Giornata sulla forza della percossa, non aveva in pensiero di aggiungerne altre, e perciò chiamò quella *Congresso ultimo;* quando poi mise mano alla Giornata sulle proporzioni, chi può dire secondo qual concezione egli meditava di condurre a termine l' una e l' altra, ritornando forse a stendere di nuovo quel principio di dialogo sulla percossa, ch' egli aveva lasciato imperfetto? Tale essendo la condizione vera delle cose, a noi non restava che disporre le due Giornate secondo l' ordine cronologico di composizione, e conservare i titoli di *Giornata sesta* e *Giornata quinta* soltanto come nomi divenuti ormai storici.

Della Giornata relativa alla forza della percossa non ci è pervenuto alcun manoscritto, e perciò abbiamo dovuto ripubblicarla dalla citata edizione fiorentina del 1718. In questa, al principio della Giornata tien dietro un altro tratto (pag. 339, lin. 30 — pag. 342, lin. 33, della nostra ristampa), pure dialogizzato, ma che non bene è connesso con la parte precedente, com' è avvertito anche nell' edizione fiorentina [1]; e viene appresso (pag. 343-346) una serie di appunti o frammenti, sempre attenenti all' argomento della percossa. Noi, riproducendo tutte queste scritture fedelmente dall' edizione originale (della quale volemmo conservato l' ordine in cui sono disposti i frammenti, sebbene si sarebbe potuto migliorare), ne abbiamo però corretto gli errori manifesti, che annotammo appiè di pagina con la lettera *s;* non abbiamo toccato invece altri passi in cui la forma lascia pure a desiderare, sia perchè l'Autore non conducesse a perfezione questa

[1] Vedi nella nostra edizione, pag. 339, nota 1.

scrittura, sia per colpa degli editori. A correggere alcuni errori della stampa ci fu di sussidio anche l'aver trovato, nel Tomo IV (car. 16*r*.-17*r*.) della Par. V dei Manoscritti Galileiani (il qual codice chiamiamo cod. *B*), due tratti attenenti a questa Giornata (pag. 334, lin. 33 — pag. 335, lin. 18, e pag. 343, lin. 1 — pag. 344, lin. 7), trascritti, di pugno del Viviani, dall' « originale del Galileo », anzi, un di essi, dall' originale « di sua mano », come il Viviani avverte [1]. Abbiamo raccolto appiè di pagina le varianti che presentano le copie del Viviani, come pure quelle offerte, per il secondo di questi stessi tratti, da un' altra copia del secolo XVII, e per la maggior parte dei frammenti (pag. 344, lin. 8 — pag. 346, lin. 19) da una copia moderna e, per vero dire, molto scorretta.

Quanto alla così detta Quinta Giornata, scrive il Viviani che, dovendosi Galileo servire negli ultimi anni della sua vita degli occhi altrui per distendere le sue speculazioni, « non quegli di ciascheduno eran atti a supplire alla di lui impotenza, ma si richiedevano quei di persona, la quale ... fosse ... erudita e ben instrutta nelle matematiche e nelle filosofiche discipline, affinchè, appena ch' egli avesse spiegato il concetto suo, l' amico poi nel distenderlo fosse abile a dargli forma convenevole e perfezione » [2]; e dopo aver narrato, come abbiamo visto, che il Castelli propose a Galileo il Torricelli « per aiuto » a quest' uopo, soggiunge che Galileo « ben volentieri accettò uomo così degno e per aiuto e per compagno » [3]. Queste parole, le quali descrivono, a nostro avviso, la realtà del fatto con quella precisione, e, diremo altresì, con quella sicura intuizione del vero, che poteva avere soltanto chi della « nobil copula di *quei* due gran lumi » era stato in Arcetri testimonio, ci possono dare un'adeguata idea della collaborazione del grande discepolo

---

[1] Il fatto che il VIVIANI trascriva, staccati, questi due tratti, si spiega, quanto al secondo, con ciò, che esso è uno di quei frammenti che abbiamo detto essere aggiunti alla Giornata dialogizzata, e nell' originale di Galileo era in un foglio separato; nel primo caso poi crediamo siano esistite due stesure diverse, ed entrambe provenienti dall'Autore, delle quali la seconda sia rappresentata dalla copia del VIVIANI. Questa copia ci ha servito a restituire il senso ad una pagina, che nell' edizione fiorentina è corrotta in modo curioso e gravissimo. Studiando le lezioni della stampa fiorentina e della copia VIVIANI nel tratto *dopo la salita di un braccio ... il qual grave,* a pag. 334, lin. 33 — pag. 335, lin. 18 (delle quali lezioni abbiamo data notizia precisa appiè di pagina), e tenendo conto delle parole (pur da noi riferite) che il VIVIANI scrive in capo alla sua copia, ci pare di poter concludere: 1°, che esistette di questo tratto una prima stesura, più breve, la quale diceva: *dopo la salita di un braccio del peso ascendente, in quel modo che ora mi sovviene accadere in un grave pendente da un filo che sia fermato in alto; il qual grave;* ed una seconda stesura, che è quella che noi pubblichiamo nel testo: così che le due stesure differivano in questo, che la seconda sostituiva il brano *che sarebbero due braccia ... fermato in alto* (pag. 335, lin. 1-18) alle parole della prima: *in quel modo che ora mi sovviene accadere in un grave pendente da un filo che sia fermato in alto;* 2°, che la stampa fiorentina inserì nella prima stesura il brano della seconda che doveva essere sostituito, ma non cancellò il corrispondente brano della prima, e, per di più, inserì quel brano della seconda avanti alle parole *del peso ascendente* (pag. 334, lin. 33), mentre il VIVIANI aveva chiaramente indicato che dovevasi inserire dopo quelle parole stesse, le quali vennero così a trovarsi, nella stampa predetta, dopo il brano della seconda stesura inserito, e avanti il brano della prima indebitamente conservato; risultandone un intollerabile turbamento del senso.

[2] *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., pag. 87.

[3] *Quinto libro* ecc., pag. 101.

e del sommo Maestro, collaborazione reverente e affettuosa, ma pur sempre collaborazione, e ci persuadono che la Quinta Giornata, specialmente per quel che concerne il disteso o la forma, è frutto in parte del Torricelli; che ad ogni modo sarebbe impossibile distinguere l' opera dell' uno da quella dell' altro autore, anche se noi possedessimo quello stesso manoscritto che dalla mano del Torricelli sarà stato vergato in quei colloqui. Ora, noi abbiamo bensì, nel T. V (car. 10*r*.-23*t*., e 4*r*.-9*r*.) della Par. V dei Manoscritti Galileiani, un testo della Quinta Giornata che è autografo del Torricelli e che consta di due parti ben distinte anche nell' aspetto esteriore: ma nella prima parte (car. 10*r*.-23*t*.), che comprende molto più che la prima metà della scrittura (pag. 349-359 della nostra edizione), esso è sicuramente copia che il Torricelli ha fatto da una bozza anteriore; e della seconda parte (car. 4*r*.-9*r*.), che è appunto un frammento della bozza da cui il Torricelli esemplò la prima parte, non abbiamo indizio veruno per poter dire che abbia appartenuto al codice scritto in Arcetri in sullo scorcio del 1641. Bensì sappiamo, per testimonianza del Viviani, che dopo la morte di Galileo il Torricelli si ritenne la bozza della Quinta Giornata per ridurla a perfezione [1]; e lo studio del manoscritto autografo dimostra che il Viviani scrisse, anche in questo particolare, il vero [2]. D' altra parte, l' edizione fatta dal Viviani nel 1674 è condotta sopra due manoscritti originali del Torricelli [3]. Date queste circostanze, ci parve che lo studio dell' autografo torricelliano sino a noi pervenuto e delle altre copie [4], in confronto con l' edizione del Viviani, se avrebbe potuto, tutt' al

---

[1] *Quinto libro* ecc., pag. 60 e 101.

[2] L' autografo torricelliano infatti è ricco, tanto nell' una che nell' altra parte, di correzioni numerosissime, di mano dello stesso TORRICELLI. Vi ha poi un piccolo tratto della scrittura, il quale si legge tanto nella bozza che forma l' ultima parte (dove è cancellato), quanto nella copia che forma la prima: lo studio di questo tratto dimostra che la copia deriva appunto, come abbiam detto, da quella bozza, e che anche nell' atto del trascrivere il TORRICELLI correggeva.

[3] Scrive il VIVIANI, che venticinque anni prima del 1674 egli ebbe dal Principe LEOPOLDO DE' MEDICI un manoscritto della Quinta Giornata, ch' era di pugno del TORRICELLI, e dal TORRICELLI era stato poco prima presentato al Principe; e il VIVIANI ne prese copia (*Quinto libro* ecc., nella prefazione ai *Nobili geometri principianti*). Questo manoscritto era « tronco e imperfetto ... quale e' rimase quando, sopraggiunto il Galileo da malattia, che fu l' ultima, l' andava egli dettando a Evangelista Torricelli »: ma « parendo ancora convenevole il darlo fuori tal quale poi lo lasciò alla sua morte lo stesso Torricelli, e sapendo io, tutti gli scritti matematici di esso, non pubblicati, esser appresso il Sig. Dottor Lodovico Serenai ..., ò procurato di riscontrare tal mia copia con la bozza originale di quella che è nelle mani del predetto Sig. Serenai; ed avendola ritrovata verso il fine con qual cosa di più, aggiuntavi, com' io credo, dallo stesso Torricelli, non ho voluto mancare di unirla a questa Quinta Giornata ... in carattere corsivo, e quale, dopo un diligente riscontro del rimanente, mi ha dettata il medesimo Sig. Lodovico » (op. cit., pag. 60).

[4] Nello stesso T. V della Par. V dei Manoscritti Galileiani trovansi, dopo l' autografo torricelliano, una copia di mano del SERENAI (car. 25*r*.-38*t*.), un'altra copia di mano di CARLO DATI (car. 40*r*.-61*r*.), una terza copia intera (car. 62*r*.-74*r*.) e il principio d' una quarta (car. 75*r*.-79*t*.), pure scritte nel secolo XVII. Un' altra copia ancora è a car. 202*ᵃr*.-212*t*. del T. VI della Par. V, tra le bozze dell' opera del VIVIANI, *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc.: questa copia ha correzioni di mano del VIVIANI; e pur di pugno del VIVIANI ha quel tratto che questi nella sua edizione stampa in carattere corsivo, e inoltre le postille marginali e alcune indicazioni, destinate al tipografo, circa le figure: è certamente il manoscritto che servì alla stampa fatta nel 1674. Nel T. V della Par. V (car. 82*r*.-83*t*.) vi è pure un riassunto, non dialogizzato, di parte della Quinta Giornata, di mano di ROBERTO SOUTHWELL.

più, avvicinarci alcun poco a quella forma in cui la scrittura fu stesa in Arcetri, non ci avrebbe però condotto mai a conseguirla con sicurezza, specialmente per il fatto accennato, che all' autografo torricelliano rimastoci precedette, per il tratto più lungo, altro autografo, che si desidera: e poichè non si potrebbe in niun modo nutrire speranza di separare la parte che già in quel disteso primitivo ebbe il discepolo da quella del Maestro, e noi dobbiamo quindi considerare questo principio di Giornata più che altro come un rendiconto del pensiero di Galileo, anche se fatto talora con le sue stesse parole, giudicammo non ci sarebbe stato mosso rimprovero se ci limitavamo a riprodurre l' edizione del Viviani, lasciando a chi vorrà di proposito occuparsi delle opere del Torricelli (e questa è, almeno un poco, sua) il compito delicato di rintracciare come tale scrittura fosse successivamente elaborata per la mano non solo del Torricelli, ma forse anco del Viviani e di Lodovico Serenai [1].

Al testo edito dal Viviani, che abbiamo dunque ristampato, assegnammo quel corpo di carattere che riserbiamo alle scritture in cui non è possibile distinguere la parte che devesi attribuire a Galileo da quella che si possa ascrivere ad altri. Il Viviani ha pubblicato in carattere corsivo un tratto, verso il fine della Giornata, aggiunto, egli dice « com' io credo, dallo stesso Torricelli »; il qual tratto abbiamo anche noi riprodotto in corsivo (pag. 360, lin. 25 — pag. 361, lin. 11). Infine, se non abbiamo riscontrato per intero il testo del Viviani sull' autografo del Torricelli, ci siamo però giovati di questo per correggere qualche raro errore della stampa da noi seguita [2].

Alle due *Giornate aggiunte* tengono dietro i *Frammenti attenenti ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze*, i quali in gran parte veggono ora per la prima volta la luce.

Che Galileo si sia occupato a più riprese, e fin da' suoi anni giovanili, degli argomenti trattati nei *Dialoghi delle Nuove Scienze*, non soltanto lo provano i numerosi documenti epistolari che abbiamo citato più sopra e quelle scritture intorno al moto che pubblicammo in altri volumi della presente edizione, collocandole al posto che loro spetta nell' ordine cronologico e fin d' allora avvertendo com' esse mostrino i fiori allegati in frutti nei *Dialoghi* [3]; ma altresì lo confermano numerosi frammenti, dei quali alcuni sono appunti notati con l' evi-

---

(1) L' autografo torricelliano contiene correzioni scritte dal SERENAI; e che il VIVIANI pure mettesse le mani nel testo che pubblicò, è provato dalla copia or ora citata, che servì alla stampa del 1674. Ma non sappiamo donde il SERENAI e il VIVIANI cavassero le loro correzioni, cioè se le attingessero da altro autografo del TORRICELLI, o se invece ritoccassero arbitrariamente la lezione.

(2) Le lezioni corrette sono notate appiè di pagina con la lettera *s*. Tra le rarissime correzioni da noi introdotte avvertiamo quella di *comparazione* in *composizione* a pag. 362, lin. 18, suffragata dall' autografo e dalle tre copie del T. V della Par. V: invece la copia che servì alla stampa del VIVIANI ha *comparazione*.

(3) *Le Opere* di GALILEO GALILEI. Edizione Nazionale. Vol. I, pag. 246; vol. II, pag. 259.

dente intenzione che ricevessero un ulteriore svolgimento, altri rappresentano tentativi di giungere per vie diverse alle medesime conchiusioni registrate nei *Dialoghi* o ad analoghe, ed altri ancora, come già abbiamo accennato, non sono che anteriori stesure delle proposizioni che si leggono nei *Dialoghi* medesimi. La maggior parte di questi frammenti sono autografi, e in alcuni di essi è agevole riconoscere sia la scrittura giovanile di Galileo [1], sia la mano di lui negli anni della virilità, od ancora la mano della età tarda, che talvolta pur modifica ed emenda il dettato giovanile [2]; non mancando nemmeno i casi ne' quali del disteso sia possibile affermare, che non fu anteriore ad un determinato giorno [3]. Scritti da due discepoli del Nostro, Mario Guiducci e Niccolò Arrighetti [4], si leggono altri frammenti, alcuni dei quali portano correzioni ed aggiunte di Galileo: è poi frequente il caso in cui gli scolari copiano autografi del Maestro fino a noi pervenuti [5]; cosicchè, anche quando possediamo un dato frammento soltanto per la mano dei discepoli, sia lecito congetturare che essi si siano limitati a trascrivere da un originale di Galileo oggi smarrito. Vincenzio Viviani ci ha pure conservato di suo pugno alcuni frammenti; tre sono di mano del figlio di Galileo; ed uno fu scritto da un suo servo, « in tempo che già il Sig. Galileo era divenuto cieco » [6].

La massima parte di tali frammenti fu stesa su carte originariamente staccate (sulle quali talvolta erano stati prima, o furono poi, notati dallo stesso Galileo pensieri ed appunti attenenti ad altri argomenti), senza alcun cenno od indizio di qualsifosse successione fra l'una e l'altra. L'annotazione « Attinentia ad motum », che di mano di Galileo troviamo segnata sopra un foglio [7], può soltanto far supporre ch' egli trascegliesse deliberatamente questa fra altre carte; e certi cartellini incollati, e portanti dei numeri, potrebbero far sospettare che

(1) Il potere stabilire che alcuni di questi frammenti sono della mano giovanile di Galileo (e parlando della mano giovanile, intendiamo di riferirci agli anni che precedettero la scoperta del telescopio), è d' importanza massima alla storia della scienza; poichè, in particolare per ciò che concerne la Giornata quarta, ci permette di porre fuor di dubbio, che le principali proposizioni della teoria dei proietti, ed anzitutto quella che la linea da essi descritta sia parabolica, appartengono al tempo della prima gioventù del Nostro. E questo egli volle esplicitamente affermato, aggiungendo che il primo intendimento a specolare sopra il moto fu quello di ritrovare tal linea (Lettera di Galileo a Cesare Marsili dell' 11 settembre 1632, nell'Archivio Marsigli in Bologna); ancorchè, pur comunicando ciò agli amici e discepoli, si astenesse per oltre quarant'anni dal darne pubblica dimostrazione, correndo per tal modo il pericolo di vedersene levata la primizia.

(2) Tre di siffatti frammenti, relativi al moto dei proietti, e nei quali anche a prima vista si riconosce la mano di Galileo in età notevolmente diverse della sua vita, furono da noi riprodotti in facsimile.

(3) Una bozza della Proposizione XXXIV della Giornata terza (vedi pag. 255-257) è scritta sul *tergo* della lettera di Cesare Galletti a Galileo del 29 gennaio 1631: questo però prova soltanto che delle successive stesure di quella Proposizione, alla quale sono relativi parecchi dei *Frammenti* (pag. 412-413), e alcuni tra essi della mano giovanile del Nostro, quella appunto fu scritta posteriormente alla data della suaccennata lettera.

(4) Ci sembra di poter ora affermare che siano della mano dello stesso Arrighetti le correzioni ed osservazioni agli *Errori di Giorgio Coresio raccolti da D. Benedetto Castelli* ed al *Discorso delle Comete*, che avevamo attribuito ad un incognito revisore: vedi vol. IV, pag. 11, e vol. VI, pag. 8.

(5) Alcuni materiali errori, che si spiegano come false letture dell' originale, ed altre particolarità, offerte dai frammenti scritti dal Guiducci e dall'Arrighetti, confermano trattarsi di copie.

(6) Vedi a pag. 437, nota 1.

(7) Vedi a pag. 411, nota 1.

di alcuni di questi fogli sia stato forse tentato in altri tempi un ordinamento, del quale però quanto rimane non permette di formarsi verun concetto: cosicchè possiamo affermare che, quali pervennero insino a noi, questi frammenti non offrono la benchè minima traccia nè di un ordinamento qualsiasi, e nemmeno di volontà alcuna a tal proposito manifestata dall'Autore [1]. Questi fogli, che in origine devono essere stati in molto maggior numero, parteciparono alla sorte di quei manoscritti del Nostro che appartennero al Viviani; e quando buona parte di questi venne ordinata nell'antica Biblioteca Palatina de' Pitti, quel tanto che di essi era rimasto fu rilegato in due Tomi, che tra i Manoscritti Galileiani, entrati poscia nella Biblioteca Nazionale di Firenze, furono segnati con i numeri II e IV della Parte V: ma in questi Tomi essi fogli furono riuniti in modo affatto tumultuario ed insieme con altre scritture galileiane attenenti alle Meccaniche.

L' indole di questi scritti, molti dei quali, presi singolarmente, perdono significato e valore, e l'essere stato qualcuno di essi, come testè avvertimmo, steso, modificato o completato, da Galileo in tempi della sua vita diversi e non esattamente determinabili, escludeva a priori la possibilità e la convenienza di sparpagliarli, secondo un ordine cronologico puramente ipotetico e che sarebbe riuscito assai dubbio, nei varii volumi dell' Edizione Nazionale; così che fin da principio risolvemmo di raccoglierli in appendice ai *Dialoghi delle Nuove Scienze*, ai quali principalmente si riferiscono, pur non mancando qualche caso in cui la comunanza di taluni argomenti trattati in questi Dialoghi ed in quelli dei Massimi Sistemi possa far sorgere il dubbio se un dato frammento sia relativo agli uni o agli altri.

Accingendoci ora alla pubblicazione di questi *Frammenti*, ci parve anzitutto opportuno tener separati quelli contenuti nel Tomo II da quelli conservati nel Tomo IV; e ciò perchè, mentre i primi, ad eccezione di qualche rarissimo caso incerto, sono antecedenti per tempo alla stampa dei *Dialoghi*, i secondi, invece, le sono, in generale, posteriori.

Quanto ai criterii coi quali abbiamo proceduto nell' ordinamento dei frammenti del Tomo II (pag. 365-436), diremo come, dopo matura riflessione, abbiamo creduto doverli, secondo le materie in essi contemplate, distribuire in varii gruppi, corrispondenti ai temi delle Giornate dei *Dialoghi:* e perciò, dopo un frammento che ha relazione con la Dedicatoria (pag. 365), disponemmo in un primo gruppo (pag. 366-370) i frammenti attenenti alla seconda Giornata, chè di relativi alla prima il manoscritto non ne conserva; in un secondo (pag. 371-375), quelli che risguardano la prima parte della Giornata terza, cioè il moto equabile; i concernenti la seconda parte della terza Giornata, cioè il moto naturalmente accelerato, formano il gruppo terzo (pag. 376-423); e quelli finalmente che atten-

[1] Si dà perfino il caso che l' enunciazione di un teorema sia scritta sopr' un foglio, e la rispettiva dimostrazione sopra un altro, legato in tutt'altra parte del codice.

gono alla quarta Giornata, il quarto (pag. 424-436). In ciascun gruppo disponemmo i singoli frammenti seguendo l'ordine con cui le materie si succedono nella Giornata ad esso corrispondente, quando con queste materie appariva una diretta attinenza: quando, per contrario, tale diretta attinenza non ci sembrò abbastanza evidente, dovemmo limitarci ad ordinare i frammenti secondo ragionevoli relazioni di concetto.

Riguardo a quei frammenti, e sono i più numerosi, che si riferiscono alla seconda parte della Giornata terza, il lettore avvertirà come noi abbiamo alle mani frammenti appartenenti a tre trattazioni diverse; le quali, sebbene incomplete, pure nel loro complesso e disponendone gli elementi secondo l'ordine razionale di successione, manifestano assai chiaramente a quali concetti Galileo si era andato ispirando in momenti diversi della sua vita, per creare quella scienza del moto che a pieno diritto egli intitolò « nuova ». Dei frammenti pertanto appartenenti a queste tre trattazioni, che noi stimiamo successive, come in qualche parte dimostra anche la forma della scrittura, formammo tre partizioni (pag. 376-382, pag. 383-386, pag. 387-423) del terzo gruppo, seguendo per quelli dell'ultima trattazione, più delle altre somiglievole alla forma definitiva della stampa, l'ordine stesso che dalle relazioni con questa veniva suggerito.

Venendo ai frammenti contenuti nel Tomo IV (pag. 437-448), sebbene per alcuni non manchi l'indicazione del posto che dovrebbero occupare nei *Dialoghi*, ed in forma dialogica si trovino pure distesi, tuttavia abbiamo tenuto raccolti anche questi con gli altri, nè li abbiamo inseriti nei *Dialoghi*, perchè non è abbastanza chiaro se l'intenzione di accrescere con essi in una ristampa il testo delle Giornate, fosse di Galileo, oppure del Viviani, il quale di sua mano scrisse la maggior parte dei frammenti di esso Tomo IV. Rispetto poi alla loro origine, questi, di mano del Viviani, possono distribuirsi in tre categorie: alla prima appartengono quelli che egli afferma di possedere nell'originale di Galileo, dal quale trascrisse, e cita talvolta anche precisi particolari concernenti quest'originale; alla seconda, quelli altri ch'egli dice d'avere steso « ad mentem Galilaei »; alla terza, infine, quelli che contengono cose evidentemente del Viviani stesso, con le quali egli andava correggendo e svolgendo concetti enunciati nei *Dialoghi*. Conforme alle norme con cui viene condotta la presente edizione, noi abbiamo stimato opportuno di tener conto soltanto dei frammenti appartenenti alla prima categoria (e di questi, anche se furono poi cancellati [1]), non rifiutando fede in tal modo all'esplicite affermazioni dell'ultimo discepolo di Galileo, ma evitando insieme il pericolo di attribuire a questo i trovati del suo scolaro. Ai frammenti che il Viviani afferma aver trascritto da originali del Maestro, abbiamo unito i pochi di mano del figlio e del servo di Galileo: e tutti li abbiamo disposti secondo

[1] Questa particolarità abbiamo volta per volta avvertita nelle note; e crediamo che, in generale, il vedersi alcuni frammenti cancellati sia soltanto indizio dell'essere stati poi trascritti altrove.

i criterii seguiti per quelli del Tomo II, cioè nell'ordine delle materie in corrispondenza coi temi dei *Dialoghi*, distribuendoli in tre gruppi, respettivamente costituiti dai frammenti relativi alla Giornata prima (pag. 437-440), alla terza (pag. 441-445), ed alla quarta (pag. 446-447).

Non tutti però i frammenti raccolti nei Tomi II e IV della Parte V han potuto trovare il loro posto nell'ordinamento da noi fattone conforme ai sopraccennati criterii. Alcuni, racchiudenti di quei pensieri staccati che Galileo andava frequentemente notando qua e là fra le sue carte, o che almeno non hanno diretta attinenza con veruna delle scritture scientifiche di Galileo, sono da noi inseriti tra i *Frammenti* di vario argomento, che pubblichiamo in fine di questo stesso volume: ma altri ne esistono nel Tomo II, dei quali in nessun modo abbiamo potuto giovarci. Si tratta in questi casi, quasi sempre, di poche linee, contenenti parti di dimostrazioni, troppo brevi da poter comprenderne il significato o l'argomento a cui si riferiscono, ed ancora il più delle volte mancanti delle relative figure, le quali sarebbero indispensabili per penetrare il pensiero che ha guidato l'Autore; oppure di figure geometriche mancanti delle rispettive considerazioni, o di abbozzi di esempi numerici, o di operazioni aritmetiche isolate ovvero che concernono il calcolo delle tavole numeriche annesse alla Giornata quarta e che sarebbe stato affatto superfluo di riprodurre. È infine lecito argomentare che a questo Tomo II, messo insieme in tal guisa, siano stati anche assegnati fogli di cui, per essere senza alcun significato nella lor contenenza, non fu saputo in quale altro Tomo della collezione collocarli. Da parte nostra abbiamo tenuto conto di tutto ciò che, per ritenere comecchessia alcuna traccia del pensiero dell'Autore, avesse anche la minima importanza; e crediamo poter esser piuttosto rimproverati di aver voluto troppo conservare, che non dell'aver fatto getto di cose le quali meritassero d'essere raccolte.

Alle pazienti cure adoperate nel mettere insieme e ordinare questi *Frammenti*, rispondono quelle con cui abbiamo provveduto alla loro pubblicazione. Conforme alla norma prefissaci, di nulla trascurare che contenesse pur il minimo vestigio del pensiero di Galileo, abbiamo notato appiè di pagina anche i tratti o le parole che nei manoscritti si leggono sotto le cancellature; se qualche parola o qualche tratto è aggiunto in margine o fra le linee, lo abbiamo avvertito; quando d'uno stesso frammento esisteva, oltre all'autografo, una copia di mano del Guiducci o dell'Arrighetti, notammo le varianti della copia, che non fossero puramente grafiche [1]. Avendo proceduto con tanto scrupolosa esattezza, e anche perchè questi frammenti hanno carattere di materiali che l'Autore serbava per uso proprio, senza destinarli al pubblico, rispettammo, soprattutto negli autografi, certe grafie che non sono certamente corrette, ma delle quali, ad ogni modo, ci

[1] Abbiamo trascurato, p. e., di notare varianti quali *horizon, quotcunque, comunis*, ecc. delle copie in confronto di *orizon, quotcumque, communis*, ecc. degli autografi.

possiamo dare spiegazione o, trattandosi di forme latine, per l' influenza delle corrispondenti forme italiane, o come prodotti di false attrazioni, o in altra maniera [1]: e soltanto giudicammo ci fosse lecito correggere i materiali errori di penna, o quelle grafie alle quali non crediamo che, nel caso nostro, possa annettersi verun valore [2]. Pochissime volte abbiamo tenuto necessario toccare più gravemente la lezione dei manoscritti [3]; del resto, anche se le relazioni sintattiche non erano osservate, rispettammo la forma, quasi diremmo rudimentale, in cui l' Autore ha lasciato questi greggi materiali [4]. Quando correggemmo, registrammo tra le varianti la forma o la lezione da noi corretta. In nota indicammo, di volta in volta, in qual carta, e di qual mano, il frammento si legge ne' codici, nonchè ogni altra particolarità che questi presentano, e, se era opportuno, richiamammo il luogo dei *Dialoghi delle Nuove Scienze* che con lo squarcio ivi pubblicato avesse attinenza. Con la lettera *A* chiamiamo (come già fu accennato) il Tomo II della Parte V, e con la lettera *B* il Tomo IV; e con queste lettere abbiamo designato i due manoscritti anche quando di certi frammenti raccogliemmo le varianti appiè de' corrispondenti luoghi dei *Dialoghi*. Con le sigle *Guid.* e *Arr.* indichiamo le varianti delle copie, di mano, respettivamente, del Guiducci e dell' Arrighetti: ogni volta che con queste varianti se ne alternano altre che non portino alcuna sigla, s' intenda che queste provengono dagli autografi di Galileo.

(1) Rispettammo, p. e., *orizzontis, ex subblimi, connettatur, rettangulum, puntis* (sebbene, a pag. 388, lin. 15, accanto accanto a *punctis*), *pervencturum, contenctum* (da *contineo*), *dixtantia* (a pag. 386, lin. 7-8, accanto a *distantia*), *exibent*, ecc.

(2) P. e., correggemmo *volicate*, che è scritto per *velocitate; lina, homogena, movatur*, che stanno per *linea, homogenea, moveatur; demontratur*, per *demonstratur*, ecc.; e correggemmo altresì *que, quedam, queritur, sequaeretur, parzium, distanzia, elevazione*, scritti per *quae, quaedam, quaeritur, sequeretur, partium, distantia, elevatione*, le forme scorrette essendo ben rare, mentre sono frequentissime le forme corrette.

(3) Vedi, p. e., a pag. 374, lin. 18-19, e a pag. 387, lin. 8.

(4) Conservammo, p. e., *consequentia* a pag. 387, lin. 2, nonostante il confronto di *consequentium* a lin. 9.

DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE
INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE.

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,

intorno à due nuoue scienze

Attenenti alla

MECANICA & i MOVIMENTI LOCALI;

del Signor

GALILEO GALILEI LINCEO,

Filosofo e Matematico primario del Serenissimo Grand Duca di Toscana.

Con vna Appendice del centro di grauità d'alcuni Solidi.



IN LEIDA,

Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

ALLO ILLUSTRISSIMO SIGNORE

IL SIGNORE

CONTE DI NOAILLES

CONSIGLIER DI SUA MAESTÀ CRISTIANISSIMA, CAVALIER DELL'ORDINE DI SANTO SPIRITO, MARISCALCO DE' SUOI CAMPI ED ESSERCITI, SINISCALCO E GOVERNATORE DI ROERGA E LUOGOTENENTE PER SUA MAESTÀ IN OVERGNA, MIO SIGNORE E PADRONE COLENDISSIMO.

Illustrissimo Signore,

Riconosco per uno effetto della magnanimità di V. S. Illustrissima quanto gli è piaciuto disporre di questa opera mia; non ostante che (come ella sa), confuso e sbigottito da i mal fortunati successi di altre mie opere, avendo meco medesimo determinato di non esporre in publico mai più alcuna delle mie fatiche, ma solo, acciò del tutto non restassero sepolte, essendomi persuaso di lasciarne copia manuscritta in luogo conspicuo al meno a molti intelligenti delle materie da me trattate, e per ciò avendo fatto elezzione, per il primo e più illustre luogo, di depositarle in mano di V. S. Illustrissima, sicuro che, per sua particolare affezzione verso di me, averebbe avuto a cuore la conservazione de' miei studii e fatiche; e per ciò nel suo passaggio di qua, ritornando dalla sua ambasciata di Roma, fui a riverirla personalmente, sì come più volte avevo fatto per lettere; e con tale incontro presentai a V. S. Illustrissima la copia di queste due opere che allora mi trovavo avere in pronto, le quali benignamente mostrò di gradire molto e di essere per farne sicura conserva, e, col participarle in Francia a qualche amico suo, perito di queste scienzie, mostrare che, se bene tacevo, non però passavo la vita del tutto

Di questa Dedicatoria si ha un manoscritto, di carattere (a quanto sembra, non italiano) del sec. XVII, nel cod. A, a car. 28*r.-t.* Il manoscritto presenta le seguenti varianti a confronto della stampa:

6. *luogotenente generale per* — pag. 44, lin. 12. *aver avuto* — 20. *di accrescere la* —

ociosamente. Andavo dipoi apparecchiandomi di mandarne alcune altre copie in Germania, in Fiandra, in Inghilterra, in Spagna, e forse anco in qualche luogo d' Italia, quando improvisamente vengo da gli Elzevirii avvisato come hanno sotto il torchio queste mie opere, e che però io deva prendere risoluzione circa la dedicatoria e prontamente mandargli il mio concetto sopra di ciò. Mosso da questa inopinata ed inaspettata nuova, sono andato meco medesimo concludendo che la brama di V. S. Illustrissima di suscitare ed ampliare il nome mio, col participare a diversi i miei scritti, abbia cagionato che sieno pervenuti nelle mani de' detti stampapatori, li quali, essendosi adoperati in publicare altre mie opere, abbiano voluto onorarmi di mandarle alla luce sotto le loro bellissime ed ornatissime stampe. Per ciò questi miei scritti debbono risentirsi per aver avuta la sorte d' andar nell' arbitrio d' un sì gran giudice, il quale, nel maraviglioso concorso di tante virtù che rendono V. S. Illustrissima ammirabile a tutti, ella con incomparabile magnanimità, per zelo anco del ben publico, a cui gli è parso che questa mia opera dovesse conferire, ha voluto allargargli i termini ed i confini dell' onore. Sì che, essendo il fatto ridotto in cotale stato, è ben ragionevole che io con ogni segno più conspicuo mi dimostri grato riconoscitore del generoso affetto di V. S. Illustrissima, che ha avuto a cuore di accrescermi la mia fama con farli spiegar le ale liberamente sotto il cielo aperto, dove che a me pareva assai dono che ella restasse in spazii più angusti. Per tanto al nome vostro, Illustrissimo Signore, conviene che io dedichi e consacri questo mio parto; al che fare mi strigne non solo il cumulo de gli oblighi che gli tengo, ma l' interesse ancora, il quale (siami lecito così dire) mette in obligo V. S. Illustrissima di difendere la mia riputazione contro a chi volesse offenderla, mentre ella mi ha posto in steccato contro a gli avversarii. Onde, facendomi avanti sotto il suo stendardo e protezzione, umilmente me le inchino, con augurarle per premio di queste sue grazie il colmo d' ogni felicità e grandezza.

D'Arcetri, li 6 Marzo 1638.

Di V. S. Illustrissima

Devotissimo Servitore
GALILEO GALILEI.

21. *dove a me* — 33. *devotissimo ed umilissimo servitore* —

LO STAMPATORE A I LETTORI.

Trattenendosi la vita civile mediante il mutuo e vicendevole soccorso de gli uomini gli uni verso gli altri, ed a ciò servendo principalmente l'uso delle arti e delle scienzie, per questo gl' inventori di esse sono sempre stati tenuti in grande stima, e molto riveriti dalla savia antichità; e quanto più eccellente o utile è stata qualche invenzione, tanto maggior laude ed onore ne è stato attribuito a gl' inventori, fin ad essere stati deificati (avendo gli uomini, per commun consenso, con tal segno di supremo onore voluto perpetuare la memoria de gli autori del loro bene essere). Parimente quelli i quali con l'acutezza de i loro ingegni hanno riformato le cose già trovate, scoprendo le fallacie e gli errori di molte e molte proposizioni portate da uomini insigni e ricevute per vere per molte età, sono degni di gran lode ed ammirazione; atteso medesimamente che tale scoprimento è laudabile, se bene i medesimi scopritori avesseno solamente rimossa la falsità, senza introdurne la verità, per sè tanto difficile a conseguirsi, conforme al detto del principe de gli oratori: *Utinam tam facile possem vera reperire, quam falsa convincere.* Ed in fatti il merito di questa lode è dovuto a questi nostri ultimi secoli, ne i quali le arti e le scienzie, ritrovate da gli antichi, per opera di perspicacissimi ingegni sono, per molte prove ed esperienzie, state ridotte a gran perfezzione, la quale ogni dì va augumentandosi: ed in particolare questo apparisce nelle scienzie matematiche, nelle quali (lasciando i diversi che si ci sono adoperati con gran lode e gran successo) al nostro Signore Galileo Galilei, Accademico Linceo, senza alcun contrasto, anzi con l'applauso e l'approbazione

Di questa Prefazione si ha un manoscritto, dello stesso carattere di quello della Dedicatoria, nel cod. A, a car. 31*r*.-32*r*. Tale manoscritto presenta le seguenti varianti a confronto della stampa:

1. *Prefazione. Lo stampatore a i lettori* — 6. *più utile o eccellente è stata* — 11. *le cose di già* — 15-16. *difficile da conseguirsi* — 17-18. *in fatti questa lode è dovuta a* — 18-19. *scienzie, che furono trovate da* — 22-23. *che si ci sono esercitati con* — 23. *al Signore* — 24. *Linceo e meritamente primario Matematico del Serenissimo Granduca di Toscana, con grandissima*

universale di tutti i periti, meritamente sono dovuti li primi gradi, sì per aver mostrato la non concludenza di molte ragioni intorno a varie conclusioni, con salde dimostrazioni confermate (come ne sono piene le opere sue già publicate), sì anco per aver col telescopio (uscito prima di queste nostre parti, ma da esso ridotto poi a perfezzione molto maggiore) scoperto e data, primo di tutti, la notizia delle quattro stelle satelliti di Giove, della vera e certa dimostrazione della Via Lattea, delle macchie solari, delle rugosità e parti nebulose della Luna, di Saturno tricorporeo, Venere falcata, della qualità e disposizion delle comete; tutte cose non conosciute mai da gli astronomi nè da i filosofi antichi, di maniera che puote dirsi, esser per esso con nuova luce comparsa al mondo e ristorata l'astronomia: dall'eccellenza della quale (in quanto ne' cieli e ne i corpi celesti con maggiore evidenza ed ammirazione che in tutte le altre creature risplende la potenza sapienzia e bontà del supremo Fattore) risulta la grandezza del merito di chi ce ne ha aperta la conoscenza, con aversi resi tali corpi distintamente conspicui, non ostante la loro distanza, quasi infinita, da noi; poi che, secondo il dire volgato, l'aspetto insegna assai più e con maggior certezza in un sol giorno che non potriano fare i precetti, quantunque mille volte reiterati, la notizia intuitiva (come disse un altro) andando del pari con la definizione. Ma molto più si fa manifesta la grazia concedutagli da Dio e dalla natura (per mezzo però di molte fatiche e vigilie) nella presente opera, nella quale si vede, lui essere stato ritrovatore di due intere scienzie nuove, e da i loro primi principii e fondamenti concludentemente, cioè geometricamente, dimostrate: e, quello che deve rendere più maravigliosa questa opera, una delle due scienze è intorno a un suggetto eterno, principalissimo in natura, speculato da tutti i gran filosofi, e sopra il quale ci sono moltissimi volumi scritti; parlo del moto locale, materia d'infiniti accidenti ammirandi, nessuno de' quali è sin qui stato trovato, non che dimostrato, da alcuno: l'altra scienzia, pure da i suoi principii dimostrata, è intorno alla resistenza che fanno i corpi solidi all'essere per violenza spezzati; notizia di grande utilità, e massime nelle scienzie ed arti mecaniche, ed essa ancora piena d'accidenti e proposizioni sin qui non osservate. Di queste due nuove scienzie, piene di proposizioni che in infinito saranno accresciute col progresso del tempo da gl'ingegni specolativi, in questo libro si aprono le prime porte, e con non piccolo numero di proposizioni dimonstrate si addita il progresso e trapasso ad altre infinite, sì come da gl'intelligenti sarà facilmente inteso e riconosciuto.

preeminenza, senza alcun contrasto — 1. *meritamente è dovuto uno de' primi* — 5. *ma ridutto poi da esso a una perfezzione* — 5-6. *scoperta e data* — 8-9. *tricorporeo, di Venere* — 9-10. *non mai intese nè conosciute da gli* — 11. *per esso Sig. Galilei con* — 12. *in quanto che ne'* — 14. *del sommo Fattore* — 15-16. *con averci resi* — 28. *materia piena d'infiniti* — 28-29. *de' quali non è sin qui stato toccato, non che* — 36. *il progresso ed il trapasso* —

TAVOLA

DELLE MATERIE PRINCIPALI CHE SI TRATTANO NELLA PRESENTE OPERA [1].

---

[1] Per la rettificazione della presente *Tavola* vedi l'Avvertimento.

GIORNATA PRIMA.

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E SIMPLICIO.

Salv. Largo campo di filosofare a gl' intelletti specolativi parmi che porga la frequente pratica del famoso arsenale di voi, Signori Veneziani, ed in particolare in quella parte che mecanica si domanda; atteso che quivi ogni sorte di strumento e di machina vien continuamente posta in opera da numero grande d' artefici, tra i quali, e per l' osservazioni fatte da i loro antecessori, e per quelle che di propria avvertenza vanno continuamente per sè stessi facendo, è forza che ve ne siano de i peritissimi e di finissimo discorso.

Sagr. V. S. non s' inganna punto: ed io, come per natura curioso, frequento per mio diporto la visita di questo luogo e la pratica di questi che noi, per certa preminenza che tengono sopra 'l resto della maestranza, domandiamo proti; la conferenza de i quali mi ha più volte aiutato nell' investigazione della ragione di effetti non solo maravigliosi, ma reconditi ancora e quasi inopinabili. È vero che tal volta anco mi ha messo in confusione ed in disperazione di poter penetrare come possa seguire quello che, lontano da ogni mio concetto, mi dimostra il senso esser vero. E pur quello che poco fa ci diceva quel buon vecchio è un dettato ed una proposizione ben assai vulgata; ma però io la reputava in tutto vana, come molte altre che sono in bocca de i poco intelligenti, credo da loro introdotte

3. *Sagredo, Simplicio* — 7-8. *continuamente messa in* — 10. *vanno per sè stessi continuamente facendo* — 12. *s' inganna: ed* — 17-18. *che anco tal volta m' ha* —

per mostrar di saper dir qualche cosa intorno a quello di che non son capaci.

Salv. V. S. vuol forse dire di quell' ultimo pronunziato ch' ei profferì mentre ricercavamo d' intendere per qual ragione facevano tanto maggior apparecchio di sostegni, armamenti ed altri ripari e fortificazioni, intorno a quella gran galeazza che si doveva varare, che non si fa intorno a vasselli minori; dove egli rispose, ciò farsi per evitare il pericolo di direnarsi, oppressa dal gravissimo peso della sua vasta mole, inconveniente al quale non son soggetti i legni minori?

Sagr. Di cotesto intendo, e sopra tutto dell' ultima conclusione ch' ei soggiunse, la quale io ho sempre stimata concetto vano del vulgo; cioè che in queste ed altre simili machine non bisogna argumentare dalle piccole alle grandi, perchè molte invenzioni di machine riescono in piccolo, che in grande poi non sussistono. Ma essendo che tutte le ragioni della mecanica hanno i fondamenti loro nella geometria, nella quale non veggo che la grandezza e la piccolezza faccia i cerchi, i triangoli, i cilindri, i coni e qualunque altre figure solide, soggette ad altre passioni queste e ad altre quelle; quando la machina grande sia fabricata in tutti i suoi membri conforme alle proporzioni della minore, che sia valida e resistente all' esercizio al quale ella è destinata, non so vedere perchè essa ancora non sia esente da gl' incontri che sopraggiugner gli possono, sinistri e destruttivi.

Salv. Il detto del vulgo è assolutamente vano; e talmente vano, che il suo contrario si potrà profferire con altrettanta verità, dicendo che molte machine si potranno far più perfette in grande che in piccolo: come, per esempio, un oriuolo, che mostri e batta le ore, più giusto si farà d' una tal grandezza che di un' altra minore. Con miglior fondamento usurpano quel medesimo detto altri più intelligenti, i quali della riuscita di tali machine grandi, non conforme a quello che si raccoglie dalle pure ed astratte dimostrazioni geometriche, ne rimettono la causa nell' imperfezzione della materia, che

3. *Vuol forse dir V. S. di quell'* — 8. *oppressa da quel grave peso* — 9-10. *soggetti legni minori, benchè dell' istesse materie e con le medesime proporzioni fabbricati? Sagr.* — 12. *in queste e 'n tutte l'altre macchine artifiziali non* — 13-14. *molte invenzioni riescono* — 14. *in grandi,* s — 17. *i triangoli, i coni, i cilindri e* — 18. *passioni quelle e ad altre queste; quando* — 20. *minore, la quale sia* — 22. *sinistri e destruttori,* s — 24. *si potrà con altrettanta verità profferire* — 27. *minore; e in generale tutti gli strumenti astronomici, quanto più grandi, tanto più sicuri riescono. Con* —

soggiace a molte alterazioni ed imperfezzioni. Ma qui non so s' io potrò, senza inciampare in qualche nota di arroganza, dire che nè anco il ricorrere all' imperfezzioni della materia, potenti a contaminare le purissime dimostrazioni matematiche, basti a scusare l' inobbedienza delle machine in concreto alle medesime astratte ed ideali: tuttavia io pure il dirò, affermando che, astraendo tutte l' imperfezzioni della materia e supponendola perfettissima ed inalterabile e da ogni accidental mutazione esente, con tutto ciò il solo esser materiale fa che la machina maggiore, fabbricata dell' istessa materia e con l' istesse proporzioni che la minore, in tutte l' altre condizioni risponderà con giusta simmetria alla minore, fuor che nella robustezza e resistenza contro alle violente invasioni; ma quanto più sarà grande, tanto a proporzione sarà più debole. E perchè io suppongo, la materia essere inalterabile, cioè sempre l' istessa, è manifesto che di lei, come di affezzione eterna e necessaria, si possano produr dimostrazioni non meno dell' altre schiette e pure matematiche. Però, Sig. Sagredo, revochi pur l' opinione che teneva, e forse insieme con molti altri che nella mecanica han fatto studio, che le machine e le fabbriche composte delle medesime materie, con puntuale osservanza delle medesime proporzioni tra le loro parti, debban esser egualmente, o, per dir meglio, proporzionalmente, disposte al resistere ed al cedere alle invasioni ed impeti esterni, perchè si può geometricamente dimostrare, sempre le maggiori essere a proporzione men resistenti che le minori; sì che ultimamente non solo di tutte le machine e fabbriche artifiziali, ma delle naturali ancora, sia un termine necessariamente ascritto, oltre al quale nè l' arte nè la natura possa trapassare: trapassar, dico, con osservar sempre l' istesse proporzioni con l' identità della materia.

Sagr. Io già mi sento rivolgere il cervello, e, quasi nugola dal baleno repentinamente aperta, ingombrarmisi la mente da momentanea ed insolita luce, che da lontano mi accenna e subito confonde ed asconde imaginazioni straniere ed indigeste. E da quanto ella ha detto parmi che dovrebbe seguire che fusse impossibil cosa costruire

7-8. *inalterabile ed esente da ogni accidental mutazione, tuttavia il solo.* Così era stato scritto in G dal copista; ma di mano di Galileo fu sostituito *con tutto ciò* a *tuttavia.* Nella stampa si legge *tuttavia.* — 12. *violenti* — 17-18. *con tutti gli altri,* s. E così era stato scritto in G dal copista; ma Galileo di sua mano sostituì *molti* a *tutti gli.* — 29. *sento rivoglier il* — 33. *cosa il costruire* —

due fabbriche dell' istessa materia simili e diseguali, e tra di loro con egual proporzione resistenti; e quando ciò sia, sarà anco impossibile trovar due sole aste dell' istesso legno tra di loro simili in robustezza e valore, ma diseguali in grandezza.

Salv. Così è, Sig. Sagredo: e per meglio assicurarci che noi convenghiamo nel medesimo concetto, dico che se noi ridurremo un' asta di legno a tal lunghezza e grossezza, che fitta, v. g., in un muro ad angoli retti, cioè parallela all' orizonte, sia ridotta all' ultima lunghezza che si possa reggere, sì che, allungata un pelo più, si spezzasse, gravata dal proprio peso, questa sarà unica al mondo; tal che essendo, per esempio, la sua lunghezza centupla della sua grossezza, nissuna altra asta della medesima materia potrà ritrovarsi che, essendo in lunghezza centupla della sua grossezza, sia, come quella, precisamente abile a sostener sè medesima, e nulla di più; ma tutte le maggiori si fiaccheranno, e le minori saranno potenti a sostener, oltre al proprio peso, qualch' altro appresso. E questo che io dico dello stato di regger sè medesimo, intendasi detto di ogni altra costituzione; e così se un corrente potrà reggere il peso di dieci correnti suoi eguali, una trave simile a lui non potrà altramente regger il peso di dieci sue eguali. Ma notino in grazia V. S. e 'l Sig. Simplicio nostro, quanto le conclusioni vere, benchè nel primo aspetto sembrino improbabili, additate solamente qualche poco, depongono le vesti che le occultavano, e nude e semplici fanno de' lor segreti gioconda mostra. Chi non vede come un cavallo cadendo da un' altezza di tre braccia o quattro si romperà l' ossa, ma un cane da una tale, e un gatto da una di otto o dieci, non si farà mal nissuno, come nè un grillo da una torre, nè una formica precipitandosi dall' orbe lunare? i piccoli fanciulli restare illesi in cadute, dove i provetti si rompono gli stinchi o la testa? E come gli animali più piccoli sono, a proporzione, più robusti e forti de i maggiori, così le piante minori meglio si sostentano: e già credo che amendue voi apprendiate che una quercia dugento braccia alta non potrebbe sostenere i suoi rami sparsi alla similitudine di una di mediocre grandezza, e che la

10. *mondo; sì che,* s. In G si legge *mondo; tal che,* e *tal* è stato sostituito, probabilmente di mano di Galileo, ad un'altra parola che più non si distingue. — 28-29. *fanciulli restano illesi .... la testa. E come,* s. In G si legge conforme abbiamo stampato nel testo; ma in luogo di *restare* forse dapprima era stato scritto *restano;* certamente però Galileo corresse le ultime lettere di tale parola, così che ora si legge *restare.* —

natura non potrebbe fare un cavallo grande per venti cavalli, nè un gigante dieci volte più alto di un uomo, se non o miracolosamente o con l' alterar assai le proporzioni delle membra ed in particolare dell' ossa, ingrossandole molto e molto sopra la simmetria dell' ossa comuni. Il creder parimente che nelle machine artifiziali egualmente siano fattibili e conservabili le grandissime e le piccole, è errore manifesto: e così, per esempio, piccole guglie, colonnette ed altre solide figure, sicuramente si potranno maneggiare distendere e rizzare, senza risico di rompersi, che le grandissime per ogni sinistro accidente andranno in pezzi, e non per altra cagione che per il lor proprio peso. E qui è forza che io vi racconti un caso degno veramente di esser saputo, come sono tutti gli accidenti che accascano fuori dell' aspettazione, e massime quando il partito preso per ovviare a uno inconveniente riesce poi causa potissima del disordine. Era una grossissima colonna di marmo distesa, e posata, presso alle sue estremità, sopra due pezzi di trave; cadde in pensiero dopo certo tempo ad un mecanico che fusse bene, per maggiormente assicurarsi che gravata dal proprio peso non si rompesse nel mezzo, supporgli anco in questa parte un terzo simile sostegno: parve il consiglio generalmente molto oportuno, ma l' esito lo dimostrò essere stato tutto l' opposito, atteso che non passarono molti mesi che la colonna si trovò fessa e rotta, giusto sopra il nuovo appoggio di mezzo.

Simp. Accidente in vero maraviglioso e veramente *praeter spem,* quando però fusse derivato dall' aggiugnervi il nuovo sostegno di mezzo.

Salv. Da quello sicuramente derivò egli, e la riconosciuta cagion dell' effetto leva la maraviglia: perchè, deposti in piana terra i due pezzi della colonna, si vedde che l' uno de i travi, su 'l quale appoggiava una delle testate, si era, per la lunghezza del tempo, infracidato ed avvallato, e, restando quel di mezzo durissimo e forte, fu causa che la metà della colonna restasse in aria, abbandonata dall' estremo sostegno; onde il proprio soverchio peso gli fece fare quello che non avrebbe fatto se solo sopra i due primi si fusse appoggiata, perchè all' avvallarsi qual si fusse di loro, ella ancora l' arebbe seguito. E qui non si può dubitare che tal accidente non sarebbe avvenuto in una piccola colonna, benchè della medesima pietra e di lunghezza

5. In G Galileo corresse di sua mano *comuni* in luogo d' una parola oggi assolutamente illeggibile. — 8-9. *e drizzare, senza* — 15. *posata, appresso le sue* — 24-25. *derivato dalla giunta del nuovo sostegno.* Salv. — 25. *la conosciuta cagion* — 29. *mezzo duro e* —

rispondente alla sua grossezza con la proporzione medesima della grossezza e lunghezza della colonna grande.

Sagr. Già sin qui resto io assicurato della verità dell' effetto, ma non penetro già la ragione come, nel crescersi la materia, non deva con l' istesso ragguaglio multiplicarsi la resistenza e gagliardia; e tanto più mi confondo, quanto per l' opposito veggo in altri casi crescersi molto più la robustezza e la resistenza al rompersi, che non cresce l' ingrossamento della materia: che se, v. g., saranno due chiodi fitti in un muro, l' uno più grosso il doppio dell' altro, quello reggerà non solamente doppio peso di questo, ma triplo e quadruplo.

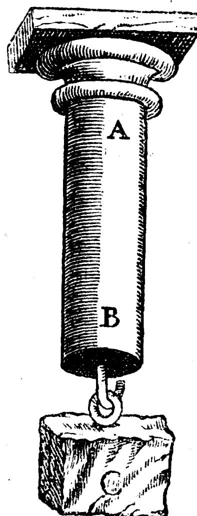
Salv. Dite pur ottuplo, nè direte lontano dal vero: nè questo effetto contraria a quello, ancor che in sembiante apparisca così diverso.

Sagr. Adunque, Sig. Salviati, spianateci questi scogli e dichiarateci queste oscurità, se ne avete il modo, chè ben conietturo, questa materia delle resistenze essere un campo pieno di belle ed utili contemplazioni; e se vi contentate che questo sia il soggetto de i nostri ragionamenti di oggi, a me, e credo al Sig. Simplicio, sarà gratissimo.

Salv. Non posso mancar di servirle, purchè la memoria serva me in sumministrarmi quello che già appresi dal nostro Accademico, che sopra tal materia aveva fatte molte speculazioni, e tutte, conforme al suo solito, geometricamente dimostrate, in modo che, non senza ragione, questa sua potrebbe chiamarsi una nuova scienza; perchè se bene alcune delle conclusioni sono state da altri, e prima di tutti da Aristotele, osservate, tuttavia nè sono delle più belle, nè (quello che più importa) da i loro primarii e indubitati fondamenti con necessarie dimostrazioni provate. E perchè, come dico, voglio dimostrativamente accertarvi, e non con solamente probabili discorsi persuadervi, supponendo che abbiate quella cognizione delle conclusioni mecaniche, da altri sin qui fondatamente trattate, che per il nostro bisogno sarà necessaria, conviene che avanti ogni altra cosa consideriamo qual effetto sia quello che si opera nella frazzione di un legno o di altro solido, le cui parti saldamente sono attaccate; perchè questa è la prima nozione, nella qual consiste il primo e semplice principio che come notissimo conviene supporsi. Per più chiara esplicazione di che, segniamo il cilindro o prisma AB di legno o di altra

7. *robustezza alla resistenza,* s — 8. *cresce il ringrossamento della* — 12. *apparisca tanto diverso* — 18. *serva a me* — 27. *e non solamente con probabili* —

materia solida e coerente, fermato di sopra in A e pendente a piombo, al quale nell' altra estremità B sia attaccato il peso C: è manifesto che, qualunque si sia la tenacità e coerenza tra di loro delle parti di esso solido, pur che non sia infinita, potrà esser superata dalla forza del traente peso C, la cui gravità pongo che possa accrescersi quanto ne piace, e esso solido finalmente si strapperà, a guisa d' una corda. E sì come nella corda noi intendiamo, la sua resistenza derivare dalla moltitudine delle fila della canapa che la compongono, così nel legno si scorgono le sue fibre e filamenti distesi per lungo, che lo rendono grandemente più resistente allo strappamento che non sarebbe qualsivoglia canapo della medesima grossezza: ma nel cilindro di pietra o di metallo la coerenza (che ancora par maggiore) delle sue parti depende da altro glutine che da filamenti o fibre; e pure essi ancora da valido tiramento vengono spezzati.



SIMP. Se il negozio procede come voi dite, intendo bene che i filamenti nel legno, che son lunghi quanto l' istesso legno, posson renderlo gagliardo e resistente a gran forza che se gli faccia per romperlo; ma una corda composta di fili di canapa non più lunghi di due o tre braccia l' uno, come potrà ridursi alla lunghezza di cento, restando tanto gagliarda? In oltre vorrei anco sentire la vostra opinione intorno all' attaccamento delle parti de i metalli, delle pietre e di altre materie prive di tali filamenti, che pur, s' io non m' inganno, è anco più tenace.

SALV. In nuove specolazioni, e non molto al nostro intento necessarie, converrà divertire, se dovremo delle promosse difficoltà portar le soluzioni.

SAGR. Ma se le digressioni possono arrecarci la cognizione di nuove verità, che pregiudica a noi, non obbligati a un metodo serrato e conciso, ma che solo per proprio gusto facciamo i nostri congressi, digredir ora per non perder quelle notizie che forse, lasciata l' incontrata occasione, un' altra volta non ci si rappresenterebbe? anzi chi

22-23. *lunghi di braccia 2 o 3 l'uno* — 24. *gagliardo,* s — 32. *progiudica,* s. Così era stato scritto anche in G, ma poi fu corretto, probabilmente da GALILEO, in *pregiudica.* —

sa che bene spesso non si possano scoprir curiosità più belle delle primariamente cercate conclusioni? Pregovi per tanto io ancora a dar sodisfazione al Sig. Simplicio ed a me, non men di esso curioso e desideroso d' intender qual sia quel glutine che sì tenacemente ritien congiunte le parti de i solidi, che pur finalmente sono dissolubili: cognizione che pur anco è necessaria per intender la coerenza delle parti de gli stessi filamenti, de i quali alcuni de i solidi son composti.

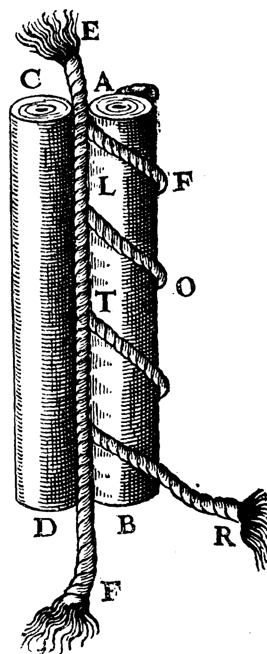
Salv. Eccomi a servirvi, poichè così vi piace. È la prima difficoltà, come possano i filamenti d' una corda lunga cento braccia sì saldamente connettersi insieme (non essendo ciascheduno di essi lungo più di due o tre), che gran violenza ci voglia a disseparargli. Ma ditemi, Sig. Simplicio: non potreste voi d' un sol filo di canapa tener l' una dell' estremità talmente stretta fra le dita, che io, tirando dall' altra, prima che liberarlo dalla vostra mano, lo rompessi? Certo sì. Quando dunque i fili della canapa fusser non solo nell' estremità, ma in tutta la lor lunghezza, con gran forza da chi gli circondasse tenuti stretti, non è manifesta cosa che lo sbarbargli da chi gli strigne sarebbe assai più difficile che il rompergli? Ma nella corda l' istesso atto dell' attorcerla strigne le fila scambievolmente tra di loro in maniera, che tirando poi con gran forza la fune, i suoi filamenti si spezzano, e non si separano l' uno dall' altro; come manifestamente si conosce dal vedersi nella rottura i filamenti cortissimi, e non lunghi almeno un braccio l' uno, come dovria vedersi quando la division della corda si facesse non per lo strappamento delle fila, ma per la sola separazione dell' uno dall' altro strisciando.

Sagr. Aggiungasi, in confermazion di questo, il vedersi tal volta romper la corda non per il tirarla per lo lungo, ma solo per il soverchiamente attorcerla: argumento, par a me, concludente, le fila esser talmente tra di loro scambievolmente compresse, che le comprimenti non permettono alle compresse scorrer quel minimo che, che sarebbe necessario per allungar le spire, acciò potessero circondar la fune che nel torcimento si scorcia ed in consequenza qualche poco s' ingrossa.

Salv. Voi benissimo dite: ma considerate appresso come una ve-

9. *come possono i,* s — 10-11. *ciascheduno insieme lungo 2 o 3* — 14. *prima di liberarlo* — 29-30. *comprementi,* s — 30-31. *minimo che sarebbe,* s. Così era stato scritto anche in G; ma tra *minimo* e *che* Galileo aggiunse di suo pugno *che.* —

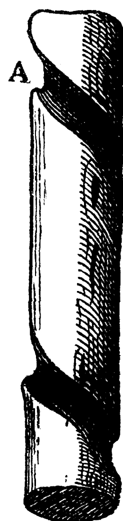
rità si tira dietro l' altra. Quel filo che stretto tra le dita non segue chi, con qualche forza tirandolo, vorrebbe di tra esse sottrarlo, resiste perchè da doppia compressione vien ritenuto; avvenga che non meno il dito superiore preme contro all' inferiore, che questo si prema contro a quello. E non è dubbio che quando di queste due premure se ne potesse ritenere una sola, resterebbe la metà di quella resistenza che dalle due congiunte dependeva; ma perchè non si può con l' alzar, v. g., il dito superiore levar la sua pressione senza rimuover anco l' altra parte, conviene con nuovo artifizio conservarne una di loro, e trovar modo che l' istesso filo comprima sè medesimo contro al dito o altro corpo solido sopra 'l quale si posa, e far sì che l' istessa forza che lo tira per separarnelo, tanto più ve lo comprima, quanto più gagliardamente lo tira: e questo si conseguirà con l' avvolgere a guisa di spira il filo medesimo intorno al solido; il che acciò meglio s' intenda, ne segnerò un poco di figura. E questi AB, CD siano due cilindri, e tra essi disteso il filo EF, che per maggior chiarezza ce lo figureremo essere una cordicella: non è dubbio, che premendo gagliardamente i due cilindri l' uno contro all' altro, la corda FE, tirata dall' estremità F, resisterà a non piccola violenza prima che scorrere tra i due solidi comprimentila; ma se rimuoveremo l' uno di loro, la corda, benchè continui di toccar l' altro, non però da tal toccamento sarà ritenuta che liberamente non scorra. Ma se ritenendola, benchè debolmente, attaccata verso la sommità del cilindro A, l' avvolgeremo intorno a quello a foggia di spira AFLOTR, e dal capo R la tireremo, è manifesto che ella comincerà a strignere il cilindro; e se le spire e volute saranno molte, sempre più, nel validamente tirare, si comprimerà la corda addosso al cilindro; e facendosi, con la multiplicazione delle spire, più lungo il toccamento, ed in consequenza men superabile, difficile si farà sempre più lo scorrer della corda e l' acconsentir alla traente



6. *potesse tener una* — 13. In G era stato scritto *avvogliere,* che GALILEO corresse di sua mano in *avvolgere.* — 19-20. *contro l'altro* —

forza. Or chi non vede che tale è la resistenza delle filamenta, che con mille e mille simili avvolgimenti il grosso canapo contessono? Anzi lo strignimento di simili tortuosità collega tanto tenacemente, che di non molti giunchi, nè anco molto lunghi, sì che poche son le spire con le quali tra di loro s' intrecciano, si compongono robustissime funi, che mi par che domandino *suste*.

Sagr. Cessa per il vostro discorso nella mia mente la maraviglia di due effetti, de i quali le ragioni non bene erano comprese da me. Uno era il vedere come due o al più tre rivolte del canapo intorno al fuso dell' argano potevano non solamente ritenerlo, che, tirato dall' immensa forza del peso che ei sostiene, scorrendo non gli cedesse, ma che di più, girando l' argano, il medesimo fuso, col solo toccamento del canapo che lo strigne, potesse con li succedenti ravvolgimenti tirare e sollevare vastissime pietre, mentre che le braccia d' un debile ragazzo vanno ritenendo e radunando l' altro capo del medesimo canapo. L' altro è d' un semplice ma arguto ordigno, trovato da un giovane mio parente, per poter con una corda calarsi da una finestra senza scorticarsi crudelmente le palme delle mani, come poco



tempo avanti gli era intervenuto con sua grandissima offesa. Ne farò, per facile intelligenza, un piccolo schizzo. Intorno a un simil cilindro di legno AB, grosso come una canna e lungo circa un palmo, incavò un canaletto in forma di spira, di una voluta e mezo e non più, e di larghezza capace della corda che voleva adoprare; e questa fece entrare per il canale dal termine A ed uscire per l' altro B, circondando poi tal cilindro e corda con un cannone pur di legno, o vero anco di latta, ma diviso per lungo ed ingangherato, sì che liberamente potesse aprirsi e chiudersi: ed abbracciando poi e strignendo con ambe le mani esso cannone, raccomandata la corda a un fermo ritegno di sopra, si sospese su le braccia; e riuscì tale la compressione della corda tra 'l cannone ambiente e 'l cilindro, che, ad arbitrio suo, strignendo fortemente le mani poteva sostenersi senza calare, ed allentandole un poco si calava lentamente a suo piacimento.

Salv. Ingegnosa veramente invenzione; e per intera esplicazione

2. *avvoglimenti* — 13-14. *ravoglimenti* — 21. *cilindro AB* — 27. *overo,* s —

della sua natura, mi par di scorgere così per ombra che qualche altra specolazione si potesse aggiugnere: ma non voglio per ora digredir più sopra di questo particolare, e massime volendo voi sentir il mio pensiero intorno alla resistenza allo strapparsi de gli altri corpi, la cui testura non è di filamenti, come quella delle funi e della maggior parte de i legni; ma la coerenza delle parti loro in altre cagioni par che consista, le quali, per mio giudizio, si riducono a due capi: l' uno de i quali è quella decantata repugnanza che ha la natura all' ammettere il vacuo; per l' altro bisogna (non bastando questo del vacuo) introdur qualche glutine, visco o colla, che tenacemente colleghi le particole delle quali esso corpo è composto. Dirò prima del vacuo, mostrando con chiare esperienze quale e quanta sia la sua virtù. E prima, il vedersi, quando ne piaccia, due piastre di marmo, di metallo o di vetro, esquisitamente spianate pulite e lustre, che, posata l' una su l' altra, senza veruna fatica se gli muove sopra strisciando (sicuro argumento che nissun glutine le congiugne), ma che volendo separarle, mantenendole equidistanti, tal repugnanza si trova, che la superiore solleva e si tira dietro l' altra e perpetuamente la ritiene sollevata, ancorchè assai grossa e grave, evidentemente ci mostra l' orrore della natura nel dover ammettere, se ben per breve momento di tempo, lo spazio voto che tra di quelle rimarrebbe avanti che il concorso delle parti dell' aria circostante l' avesse occupato e ripieno. Vedesi anco, che quando bene tali due lastre non fussero esattamente pulite, e perciò che il lor contatto non fusse esquisito del tutto, nel volerle separar lentamente niuna renitenza si trova fuor di quella della sola gravità; ma in un alzamento repentino l' inferior pietra si solleva, ma subito ricade, seguendo solamente la sovrana per quel brevissimo tempo che basta per la distrazzione di quella poca d' aria che s' interponeva tra le lastre, che non ben combaciavano, e per l' ingresso dell' altra circunfusa. Tal resistenza, che così sensatamente si scorge tra le due lastre, non si può dubitare che parimente non risegga tra le parti di un solido, e che nel loro attaccamento non entri almanco a parte e come causa concomitante.

Sagr. Fermate di grazia, e concedetemi ch' io dica una particolar considerazione che pur ora mi è caduta in mente: e questa è, che

8-9. *natura ad ammettere* — 11. *corpo vien composto* — 12. *con chiara esperienza* —

il vedere come la piastra inferiore segue la superiore e che con moto velocissimo vien sollevata, ci rende sicuri che, contro al detto di molti filosofi e forse d'Aristotele medesimo, il moto nel vacuo non sarebbe instantaneo; perchè quando fusse tale, le nominate due lastre senza repugnanza veruna si separerebbero, già che il medesimo instante di tempo basterebbe per la loro separazione e per il concorso dell' aria ambiente a riempier quel vacuo che tra esse potesse restare. Dal seguir dunque che fa l' inferior lastra la superiore, si raccoglie come nel vacuo il moto non sarebbe instantaneo; e si raccoglie insieme che pur tra le medesime piastre resti qualche vacuo, almeno per brevissimo tempo, cioè per tutto quello che passa nel movimento dell' ambiente, mentre concorre a riempiere il vacuo; chè se vacuo non vi restasse, nè di concorso nè di moto di ambiente vi sarebbe bisogno. Converrà dunque dire che, pur per violenza o contro a natura, il vacuo talor si conceda (benchè l' opinion mia è che nissuna cosa sia contro a natura, salvo che l' impossibile, il quale poi non è mai). Ma qui mi nasce un' altra difficoltà; ed è che, se ben l' esperienza m' assicura della verità della conclusione, l' intelletto non resta già interamente appagato della causa alla quale cotale effetto viene attribuito. Imperò che l' effetto della separazione delle due lastre è anteriore al vacuo, che in consequenza alla separazione succederebbe: e perchè mi pare che la causa debba, se non di tempo, almeno di natura precedere all' effetto, e che d' un effetto positivo positiva altresì debba esser la causa, non resto capace come dell' aderenza delle due piastre e della repugnanza all' esser separate, effetti che già sono in atto, si possa referir la cagione al vacuo, che non è, ma che arebbe a seguire; e delle cose che non sono, nissuna può esser l' operazione, conforme al pronunziato certissimo del Filosofo.

Simp. Ma già che concedete questo assioma ad Aristotele, non credo che siate per negargliene un altro, bellissimo e vero: e questo è, che la natura non intraprende a voler fare quello che repugna ad esser fatto, dal qual pronunziato mi par che dependa la soluzione del vostro dubbio. Perchè dunque a sè medesimo repugna essere uno spazio vacuo, vieta la natura il far quello in consequenza di che necessariamente succederebbe il vacuo; e tale è la separazione delle due lastre.

1. *superiore, quando con* — 16. *contra natura* — 20. *due piastre è* — 22-23. *causa, se non di tempo, almeno di natura debba precedere* — 32-33. *del nostro dubbio,* s —

Sagr. Ora, ammesso per soluzione adequata del mio dubbio questo che produce il Sig. Simplicio, seguitando il cominciato discorso, parmi che questa medesima repugnanza al vacuo devrebbe esser bastante ritegno delle parti di un solido di pietra o di metallo, o se altre ve ne sono che più saldamente stiano congiunte e renitenti alla divisione. Perchè, se di uno effetto una sola è la cagione, sì come io ho inteso e creduto, o, se pur molte se n' assegnano, ad una sola si riducono, perchè questa del vacuo, che sicuramente è, non basterà per tutte le resistenze?

Salv. Io per ora non voglio entrare in questa contesa, se il vacuo senz' altro ritegno sia per sè solo bastante a tenere unite le parti disunibili de i corpi consistenti; ma vi dico bene che la ragione del vacuo, che milita e conclude nelle due piastre, non basta per sè sola al saldo collegamento delle parti di un solido cilindro di marmo o di metallo, le quali, violentate da forze gagliarde che dirittamente le tirino, finalmente si separano e si dividono. E quando io trovi modo di distinguer questa già conosciuta resistenza, dependente dal vacuo, da ogni altra, qualunque ella si fusse, che con lei concorresse in fortificar l' attaccamento, e che io vi faccia vedere come essa sola non sia a gran pezzo bastante per tale effetto, non concederete voi che sia necessario introdurne altra? Aiutatelo, Sig. Simplicio, già che egli sta ambiguo sopra quello che debba rispondere.

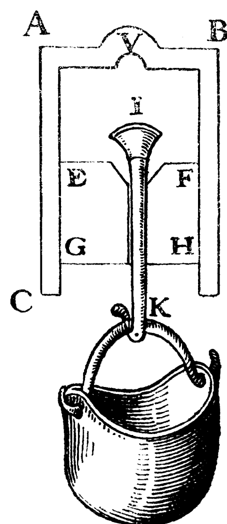
Simp. È forza che la sospensione del Sig. Sagredo sia per altro rispetto, non restando luogo di dubitare sopra sì chiara e necessaria consequenza.

Sagr. Voi, Sig. Simplicio, l' avete indovinata. Andavo pensando se, non bastando un million d'oro l'anno, che vien di Spagna, per pagar l' esercito, fusse necessario far altra provisione che di danari per le paghe de' soldati. Ma seguitate pur, Sig. Salviati, e supponendo ch' io ammetta la vostra consequenza, mostrateci il modo di separare l' operazione del vacuo dall' altre, e misurandola fateci vedere come ella sia scarsa per l' effetto di che si parla.

Salv. Il vostro demonio vi assiste. Dirò il modo dell' appartar la virtù del vacuo dall' altre, e poi la maniera del misurarla. E per appartarla, piglieremo una materia continua, le cui parti manchino di ogni altra resistenza alla separazione fuor che di quella del vacuo,

3. *dovrebbe* — 14. *delle due parti* — 26. *l' avete indovinato*, s —

quale a lungo è stato dimostrato in certo trattato del nostro Accademico esser l'acqua: talchè, qualunque volta si disponesse un cilindro d'acqua, e che, attratto, si sentisse resistenza allo staccamento delle sue parti, questo da altra cagione che dalla repugnanza al vacuo non potrebbe riconoscersi. Per far poi una tale esperienza mi son immaginato un artifizio, il quale con l'aiuto di un poco di disegno, meglio che con semplici parole, potrò dichiarare. Figuro, questo CABD



essere il profilo di un cilindro di metallo o di vetro, che sarebbe meglio, voto dentro, ma giustissimamente tornito, nel cui concavo entri con esquisitissimo contatto un cilindro di legno, il cui profilo noto EGHF, il qual cilindro si possa spignere in su e 'n giù; e questo voglio che sia bucato nel mezzo, sì che vi passi un filo di ferro, oncinato nell' estremità K, e l' altro capo I vadia ingrossandosi in forma di cono o turbine, facendo che il foro fatto nel legno sia nella parte di sopra esso ancora incavato in forma di conica superficie, aggiustata puntualmente per ricevere la conica estremità I del ferro IK, qualunque volta si tiri in giù dalla parte K. Inserto il legno, o vogliamolo chiamar zaffo, EH nel cavo cilindro AD, non voglio ch' arrivi sino alla superior superficie di esso cilindro, ma che ne resti lontano due o tre dita; e tale spazio deve esser ripieno di acqua, la quale vi si metterà tenendo il vaso con la bocca CD all' in su e calcandovi sopra il zaffo EH, col tenere il turbine I remoto alquanto dal cavo del legno per lasciar l' esito all' aria, che nel calcare il zaffo se n' uscirà per il foro del legno, che perciò si fa alquanto più largo della grossezza dell' asticciuola di ferro IK. Dato l' esito all' aria e ritirato il ferro, che ben suggelli su 'l legno col suo turbine I, si rivolterà il vaso tutto con la bocca all' in giù, ed attaccando all' oncino K un recipiente da mettervi dentro rena o altra materia grave, si caricherà tanto, che finalmente la superior superficie EF del zaffo si staccherà dall' inferiore dell' acqua, alla quale niente altro la teneva congiunta che la repugnanza del vacuo; pesando poi il zaffo col ferro

4. *parti, questa da* — 33-34. In G il copista scrisse *del zaffo si staccerà,* e *staccerà* fu corretto, di mano di Galileo, in *straccerà.* —

col recipiente e con ciò che vi sarà dentro, aremo la quantità della forza del vacuo: e se, attaccato a un cilindro di marmo o di cristallo, grosso quanto il cilindro dell'acqua, peso tale che, insieme col peso proprio dell' istesso marmo o cristallo, pareggi la gravità di tutte le nominate bagaglie, ne seguirà la rottura, potremo senza verun dubbio affermare, la sola ragion del vacuo tener le parti del marmo e cristallo congiunte; ma non bastando, e che per romperlo bisogni aggiugnervi quattro volte altrettanto peso, converrà dire, la resistenza del vacuo esser delle cinque parti una, e l'altra quadrupla di quella del vacuo.

Simp. Non si può negare che l'invenzione non sia ingegnosa, ma l'ho per soggetta a molte difficoltà, che me la rendono dubbia; perchè, chi ci assicura che l'aria non possa penetrar tra 'l vetro e 'l zaffo, ancorchè si circondi bene di stoppa o altra materia cedente? e così, acciò che il cono I saldi bene il foro, forse non basterebbe l'ugnerlo con cera o trementina. In oltre, perchè non potrebbero le parti dell'acqua distrarsi e rarefarsi? perchè non penetrare aria, o esalazioni, o altre sustanze più sottili, per le porosità del legno, o anche dell' istesso vetro?

Salv. Molto destramente ci muove il Sig. Simplicio le difficoltà, ed in parte ci sumministra i rimedii, quanto alla penetrazion dell'aria per il legno, o tra 'l legno e 'l vetro. Ma io, oltre di ciò, noto che potremo nell' istesso tempo accorgerci, con acquisto di nuove cognizioni, se le promosse difficoltà aranno luogo. Imperò che, se l'acqua sarà per natura, se ben con violenza, distraibile, come accade nell' aria, si vedrà il zaffo calare; e se faremo nella parte superiore del vetro un poco di ombelico prominente, come questo V, penetrando, per la sustanza o porosità del vetro o del legno, aria o altra più tenue e spiritosa materia, si vedrà radunare (cedendogli l'acqua) nell' eminenza V: le quali cose quando non si scorgano, verremo assicurati, l'esperienza esser con le debite cautele stata tentata; e conosceremo, l'acqua non esser distraibile, nè il vetro esser permeabile da veruna materia, benchè sottilissima.

Sagr. Ed io mercè di questi discorsi ritrovo la causa di un effetto che lungo tempo m'ha tenuto la mente ingombrata di maraviglia e vota d' intelligenza. Osservai già una citerna, nella quale, per trarne

11. *l'invenzione sia* — 13. *chi assicura* — 36. *cisterna* —

l' acqua, fu fatta fare una tromba, da chi forse credeva, ma vanamente, di poterne cavar con minor fatica l' istessa o maggior quantità che con le secchie ordinarie; ed ha questa tromba il suo stantuffo e animella su alta, sì che l' acqua si fa salire per attrazzione, e non per impulso, come fanno le trombe che hanno l' ordigno da basso. Questa, sin che nella citerna vi è acqua sino ad una determinata altezza, la tira abbondantemente; ma quando l' acqua abbassa oltre a un determinato segno, la tromba non lavora più. Io credetti, la prima volta che osservai tale accidente, che l'ordigno fusse guasto; e trovato il maestro acciò lo raccomodasse, mi disse che non vi era altrimente difetto alcuno, fuor che nell' acqua, la quale, essendosi abbassata troppo, non pativa d' esser alzata a tanta altezza; e mi soggiunse, nè con trombe, nè con altra machina che sollevi l' acqua per attrazzione, esser possibile farla montare un capello più di diciotto braccia: e siano le trombe larghe o strette, questa è la misura dell' altezza limitatissima. Ed io sin ora sono stato così poco accorto, che, intendendo che una corda, una mazza di legno e una verga di ferro, si può tanto e tanto allungare che finalmente il suo proprio peso la strappi, tenendola attaccata in alto, non mi è sovvenuto che l' istesso, molto più agevolmente, accaderà di una corda o verga di acqua. E che altro è quello che si attrae nella tromba, che un cilindro di acqua, il quale, avendo la sua attaccatura di sopra, allungato più e più, finalmente arriva a quel termine oltre al quale, tirato dal suo già fatto soverchio peso, non altrimente che se fusse una corda, si strappa?

Salv. Così puntualmente cammina il negozio; e perchè la medesima altezza delle diciotto braccia è il prefisso termine dell' altezza alla quale qualsivoglia quantità d' acqua, siano cioè le trombe larghissime o strette o strettissime quanto un fil di paglia, può sostentarsi, tutta volta che noi peseremo l' acqua contenuta in diciotto braccia di cannone, sia largo o stretto, aremo il valore della resistenza del vacuo ne i cilindri di qualsivoglia materia solida, grossi quanto sono i concavi de i cannoni proposti. E già che aviamo detto tanto, mostriamo come di tutti i metalli, pietre, legni, vetri etc., si può facilmente ritrovare sino a quanta lunghezza si potrebbono allungare cilindri, fili o verghe di qualsivoglia grossezza, oltre alla quale, gra-

6. *cisterna* — 29-30. *può sostenersi, tutta volta* —

vati dal proprio peso, più non potrebber reggersi, ma si strapperebbero. Piglisi, per esempio, un fil di rame di qualsivoglia grossezza e lunghezza, e fermato un de' suoi capi ad alto, si vadia aggiugnendo all' altro maggior e maggior peso, sì che finalmente si strappi; e sia il peso massimo che potesse sostenere, v. g., cinquanta libbre: è manifesto che cinquanta libbre di rame, oltre al proprio peso, che sia, per esempio, un ottavo d' oncia, tirato in filo di tal grossezza, sarebbe la lunghezza massima del filo che sè stesso potesse reggere. Misurisi poi quanto era lungo il filo che si strappò, e sia, v. g., un braccio: e perchè pesò un ottavo d' oncia, e resse sè stesso e cinquanta libbre appresso, che sono ottavi d' oncia quattro mila ottocento, diremo, tutti i fili di rame, qualunque si sia la lor grossezza, potersi reggere sino alla lunghezza di quattro mila ottocento un braccio, e non più. E così, una verga di rame potendo reggersi sino alla lunghezza di quattro mila ottocento un braccio, la resistenza che ella trova dependente dal vacuo, rispetto al restante, è tanta, quanto importa il peso d' una verga d' acqua lunga braccia diciotto e grossa quanto quella stessa di rame; e trovandosi, v. g., il rame esser nove volte più grave dell' acqua, di qualunque verga di rame la resistenza allo strapparsi, dependente dalla ragion del vacuo, importa quanto è il peso di due braccia dell' istessa verga. E con simil discorso ed operazione si potranno trovare le lunghezze delle fila o verghe di tutte le materie solide ridotte alla massima che sostener si possa, ed insieme qual parte abbia il vacuo nella loro resistenza.

Sagr. Resta ora che ci dichiate in qual cosa consista il resto della resistenza, cioè qual sia il glutine o visco che ritien attaccate le parti del solido, oltre a quello che deriva dal vacuo: perchè io non saprei imaginarmi qual colla sia quella che non possa esser arsa e consumata dentro una ardentissima fornace in due, tre e quattro mesi, nè in dieci o in cento; dove standо tanto tempo argento oro e vetro liquefatti, cavati, poi tornano le parti loro, nel freddarsi, a riunirsi e rattaccarsi come prima. Oltre che, la medesima difficoltà che ho nell' attaccamento delle parti del vetro, l' arò io nelle parti della colla, cioè che cosa sia quella che le tiene così saldamente congiunte.

4. *peso, sin che* — 8. *lunghezza del filo massima che* — 9. *e sia un* — 11. *d' oncia 4801, diremo* — 13, 15. *4801 braccia* — 25-26. *della renitenza, cioè,* s — 26. *che tiene attacate* [sic] — 28-29. *consumata in una,* s. In G il copista aveva trascritto *consumata in un';* ma Galileo sostituì di suo pugno *dentro* a *in.* — 29. *3 o 4 mesi* — 30. *10 o 100* —

Salv. Pur poco fa vi dissi che 'l vostro demonio vi assisteva. Sono io ancora nelle medesime angustie; ed ancor io, toccando con mano come la repugnanza al vacuo è indubitabilmente quella che non permette, se non con gran violenza, la separazione delle due lastre, e più delle due gran parti della colonna di marmo o di bronzo, non so vedere come non abbia ad aver luogo ed esser parimente cagione della coerenza delle parti minori e sino delle minime ultime delle medesime materie: ed essendo che d'un effetto una sola è la vera e potissima causa, mentre io non trovo altro glutine, perchè non debbo tentar di vedere se questo del vacuo, che si trova, può bastarci?

Simp. Se di già voi avete dimostrato, la resistenza del gran vacuo, nel separarsi le due gran parti di un solido, esser piccolissima in comparazion di quella che tien congiunte le particole minime, come non volete tener più che per certo, questa esser diversissima da quella?

Salv. A questo rispose il Sig. Sagredo, che pur si pagavano tutti i particolari soldati con danari raccolti da imposizioni generali di soldi e di quattrini, se bene un million d'oro non bastava a pagar tutto l'esercito. E chi sa che altri minutissimi vacui non lavorino per le minutissime particole, sì che per tutto sia dell'istessa moneta quello con che si tengono tutte le parti congiunte? Io vi dirò quello che tal ora mi è passato per l'imaginazione, e ve lo do non come verità risoluta, ma come una qual si sia fantasia, piena anco d'indigestioni, sottoponendola a più alte contemplazioni: cavatene se nulla vi è che vi gusti; il resto giudicatelo come più vi pare. Nel considerar tal volta come, andando il fuoco serpendo tra le minime particole di questo e di quel metallo, che tanto saldamente si trovano congiunte, finalmente le separa e disunisce; e come poi, partendosi il fuoco, tornano con la medesima tenacità di prima a ricongiugnersi, senza diminuirsi punto la quantità nell'oro, e pochissimo in altri metalli, anco per lungo tempo che restino distrutti; pensai che ciò potesse accadere perchè le sottilissime particole del fuoco, penetrando per gli angusti pori del metallo (tra i quali, per la loro strettezza, non potessero passare i minimi dell'aria nè di molti altri fluidi), col riempiere i minimi vacui tra esse fraposti liberassero le minime par-

8. *una solo è* — 9. *e la potissima* — 21. *imaginazione: ve lo do,* s. In G il copista trascrisse *immaginazione: ve lo do;* ma Galileo aggiunse di suo pugno *e* davanti a *ve lo do.* — 29-30. *la quantità dell'oro, anco per* —

ticole di quello dalla violenza con la quale i medesimi vacui l'una contro l'altra attraggono, proibendogli la separazione; e così, potendosi liberamente muovere, la lor massa ne divenisse fluida, e tale restasse sin che gl'ignicoli tra esse dimorassero; partendosi poi quelli e lasciando i pristini vacui, tornasse la lor solita attrazzione, ed in consequenza l'attaccamento delle parti. Ed all'instanza del Sig. Simplicio parmi che si possa rispondere, che se bene tali vacui sarebber piccolissimi, ed in consequenza ciascheduno facile ad esser superato, tuttavia l'innumerabile moltitudine innumerabilmente (per così dire) multiplica le resistenze: e quale e quanta sia la forza che da numero immenso di debolissimi momenti insieme congiunti risulta, porgacene evidentissimo argomento il veder noi un peso di milioni di libbre, sostenuto da canapi grossissimi, cedere e finalmente lasciarsi vincere e sollevare dall'assalto de gl'innumerabili atomi di acqua, li quali, o spinti dall'austro, o pur che, distesi in tenuissima nebbia, si vadano movendo per l'aria, vanno a cacciarsi tra fibra e fibra de i canapi tiratissimi, nè può l'immensa forza del pendente peso vietargli l'entrata; sì che, penetrando per gli angusti meati, ingrossano le corde e per consequenza le scorciano, onde la mole gravissima a forza vien sollevata.

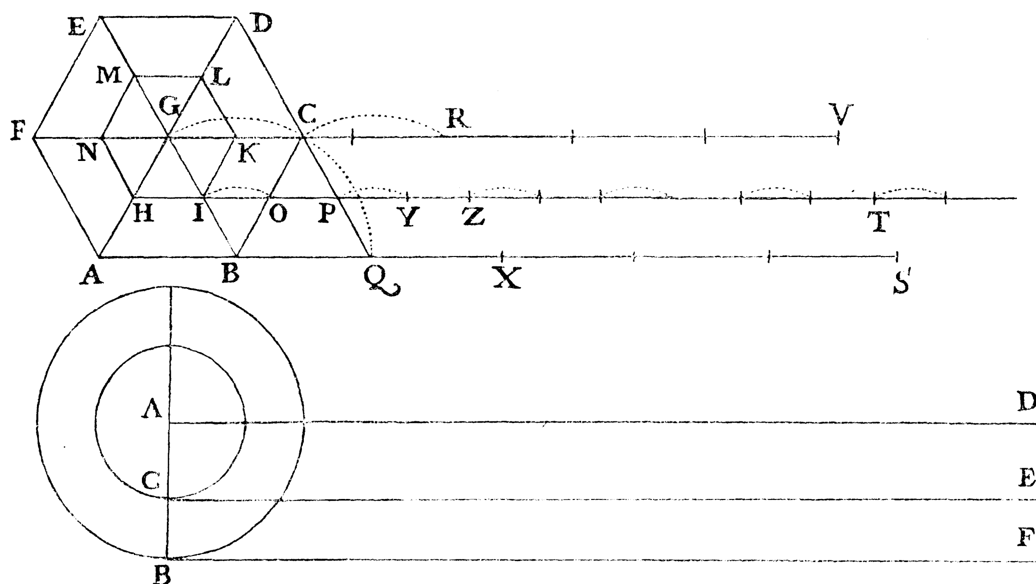
Sagr. Ei non è dubbio alcuno che mentre una resistenza non sia infinita, può dalla moltitudine di minimissime forze esser superata, sì che anco un numero di formiche stracicherebbe per terra una nave carica di grano; perchè il senso ci mostra cotidianamente che una formica destramente porta un granello, e chiara cosa è che nella nave non sono infiniti granelli, ma compresi dentro a qualche numero, del quale se ne può prendere un altro quattro e sei volte maggiore, al quale se se ne prenderà un altro di formiche eguale, e si porranno in opera, condurranno per terra il grano e la nave ancora. È ben vero che bisognerà che il numero sia grande, come anco, per mio parere, quello de i vacui che tengono attaccati i minimi del metallo.

Salv. Ma quando bisognasse che fussero anche infiniti, l'avete voi forse per impossibile?

Sagr. No, quando quel metallo fusse una mole infinita: altrimenti....

22. *di minutissime forze,* s — 27. *quattro o 6* — 33. *bisognasse anco che fussero infiniti* —

Salv. Altrimenti che? Orsù, già che si è messo mano a i paradossi, veggiamo se in qualche maniera si potesse dimostrare, come in una continua estensione finita non repugni il potersi ritrovar infiniti vacui; e nell' istesso tempo ci verrà, se non altro, almeno arrecata una soluzione del più ammirabil problema che sia da Aristotele messo tra quelli che esso medesimo addimanda ammirandi, dico tra le questioni mecaniche; e la soluzione potrebbe esser per avventura non meno esplicante e concludente di quella che egli medesimo ne arreca, e diversa anco da quello che molto acutamente vi considera il dottissimo Monsig. di Guevara. Ma bisogna prima dichiarare una proposizione non toccata da altri, dalla quale depende lo scioglimento della questione, che poi, s' io non m' inganno, si tira dietro altre notizie nuove ed ammirande: per intelligenza di che, accuratamente descriveremo la figura. Però intendiamo un poligono equilatero ed equiangolo, di quanti lati esser si voglia, descritto intorno a questo centro G, e sia per ora un essagono ABCDEF; simile al quale, e ad



esso concentrico, ne descriveremo un altro minore, quale noteremo HIKLMN: e del maggiore si prolunghi un lato AB indeterminatamente verso S, e del minore il rispondente lato HI sia verso la medesima parte similmente prodotto, segnando la linea HT parallela all'AS, e per il centro passi l' altra, alle medesime equidistante, GV. Fatto

6. *medesimo dimanda ammirandi* — 15. *lati si voglia* —

questo, intendiamo il maggior poligono rivolgersi sopra la linea AS, portando seco l' altro poligono minore. È chiaro che, stando fisso il punto B, termine del lato AB, mentre si comincia la revoluzione, l'angolo A si solleverà, e 'l punto C s'abbasserà descrivendo l' arco CQ, sì che il lato BC si adatti alla linea a sè stesso eguale BQ: ma in tal conversione l' angolo I del minor poligono si eleverà sopra la linea IT, per esser la IB obliqua sopra l'AS, nè prima tornerà il punto I su la parallela IT, se non quando il punto C sarà pervenuto in Q; allora l' I sarà caduto in O, dopo aver descritto l' arco IO fuori della linea HT, ed allora il lato IK sarà passato in OP: ma il centro G tra tanto sempre averà caminato fuori della linea GV, su la quale non sarà tornato se non dopo aver descritto l' arco GC. Fatto questo primo passo, il poligono maggiore sarà trasferito a posare co 'l lato BC su la linea BQ, il lato IK del minore sopra la linea OP, avendo saltato tutta la parte IO senza toccarla, e 'l centro G pervenuto in C, facendo tutto il suo corso fuori della parallela GV, e finalmente tutta la figura si sarà rimessa in un posto simile al primo: sì che continuandosi la revoluzione e venendo al secondo passo, il lato del maggior poligono DC si adatterà alla parte QX, il KL del minore (avendo prima saltato l' arco PY) caderà in YZ, ed il centro, procedendo sempre fuori della GV, in essa caderà solamente in R, dopo il gran salto CR: ed in ultimo, finita una intera conversione, il maggior poligono avrà calcate sopra la sua AS sei linee eguali al suo perimetro, senza veruna interposizione; il poligono minore arà parimente impresse sei linee eguali all' ambito suo, ma discontinuate dall' interposizione de' cinque archi, sotto i quali restano le corde, parti della parallela HT, non tocche dal poligono; e finalmente il centro G non è convenuto mai con la parallela GV, salvo che in sei punti. Di qui potete comprendere come lo spazio passato dal minor poligono è quasi eguale al passato dal maggiore, cioè la linea HT alla AS, della quale è solamente minore quanto è la corda d' uno di questi archi, intendendo però la linea HT insieme con li spazii de i cinque archi. Ora questo, che vi ho esposto e dichiarato nell' esempio di questi essagoni, vorrei che intendeste accadere di tutti gli altri

1. In G era stato scritto *rivogliersi,* che GALILEO corresse di sua mano in *rivolgersi.* — 7-8. *tornerà su la* — 11. *trattanto averà* — 21. *procedendo fuori* — 24. *veruna intermissione; il* — 26. *interposizione di cinque,* s —

poligoni, di quanti lati esser si voglino, purchè siano simili, concentrici e congiunti, e che alla conversion del maggiore s' intenda rigirarsi anco l' altro, quanto si voglia minore; che intendeste, dico, le linee da essi passate esser prossimamente eguali, computando nello spazio passato dal minore gl' intervalli sotto gli archetti, non tocchi da parte veruna del perimetro di esso minor poligono. Passa dunque il gran poligono di mille lati, e misura consequentemente, una linea retta eguale al suo ambito; e nell' istesso tempo il piccolo passa una prossimamente egual linea, ma interrottamente composta di mille particelle eguali a i suoi mille lati con l' interposizione di mille spazii vacui, che tali possiamo chiamargli in relazione alle mille lineette toccate da i lati del poligono: ed il detto sin qui non ha veruna difficoltà o dubitazione. Ma ditemi: se intorno a un centro, qual sia, v. g., questo punto A, noi descriveremo due cerchi concentrici ed insieme uniti, e che da i punti C, B de i lor semidiametri siano tirate le tangenti CE, BF, e ad esse per il centro A la parallela AD, intendendo girato il cerchio maggiore sopra la linea BF (posta eguale alla di lui circonferenza, come parimente le altre due CE, AD), compita che abbia una revoluzione, che averà fatto il minor cerchio, e che il centro? Questo sicuramente averà scorsa e toccata tutta la linea AD, e la circonferenza di quello averà con li suoi toccamenti misurata tutta la CE, facendo l' istesso che fecero i poligoni di sopra: in questo solamente differenti, che la linea HT non fu tocca in tutte le sue parti dal perimetro del minor poligono, ma ne furon lasciate tante intatte, con l' interposizione de' vacui saltati, quante furon le parti tocche da i lati; ma qui ne i cerchi mai non si separa la circonferenza del minor cerchio dalla linea CE, sì che alcuna sua parte non venga tocca, nè mai quello che tocca della circonferenza è manco del toccato nella retta. Or come dunque può senza salti scorrere il cerchio minore una linea tanto maggiore della sua circonferenza?

Sagr. Andava pensando se si potesse dire, che sì come il centro del cerchio, esso solo, stracicato sopra AD, la tocca tutta, essendo anco un punto solo, così potessero i punti della circonferenza minore, tirati dal moto della maggiore, andare strascicandosi per qualche particella della linea CE.

11-12. *mille linee rette toccate* — 14. *v. g., A, noi* — 25. *interposizione di vacui,* s — 32. *strascicato* —

Salv. Questo non può essere, per due ragioni. Prima, perchè non sarebbe maggior ragione che alcuno de i toccamenti simili al C andassero stracicando per qualche parte della linea CE, ed altri no; e quando questo fusse, essendo tali toccamenti (perchè son punti) infiniti, gli strascichi sopra la CE sarebbero infiniti, ed essendo quanti, farebbero una linea infinita; ma la CE è finita. L'altra ragione è, che mutando il cerchio grande, nella sua conversione, continuamente contatto, non può non mutarlo parimente il minor cerchio, non si potendo da altro punto che dal punto B tirare una linea retta sino al centro A e che passasse per il punto C; sì che mutando contatto la circonferenza grande, lo muta ancora la piccola, nè punto alcuno della piccola tocca più d'un punto della sua retta CE. Oltre che, anco nella conversione de i poligoni nissun punto del perimetro del minore si adattava a più d'un punto della linea che dal medesimo perimetro veniva misurata; come si può facilmente intendere considerando la linea IK esser parallela alla BC, onde sin che la BC non si schiaccia sopra la BQ, la IK resta sollevata sopra la IP, nè prima la calca se non nel medesimo instante che la BC si unisce con la BQ, ed allora tutta insieme la IK si unisce con la OP, e poi immediatamente se gli eleva sopra.

Sagr. Il negozio è veramente molto intrigato, nè a me sovviene scioglimento alcuno: però diteci quello che a voi sovviene.

Salv. Io ricorrerei alla considerazione de i poligoni sopra considerati, l'effetto de i quali è intelligibile e di già compreso: e direi, che sì come ne i poligoni di cento mila lati alla linea passata e misurata dal perimetro del maggiore, cioè da i cento mila suoi lati continuamente distesi, è eguale la misurata da i cento mila lati del minore, ma con l'interposizione di cento mila spazii vacui traposti; così direi, ne i cerchi (che son poligoni di lati infiniti) la linea passata da gl'infiniti lati del cerchio grande, continuamente disposti, esser pareggiata in lunghezza dalla linea passata da gl'infiniti lati del minore, ma da questi con l'interposizion d'altrettanti vacui tra essi; e sì come i lati non son quanti, ma bene infiniti, così gl'interposti vacui non son quanti, ma infiniti: quelli, cioè, infiniti punti tutti pieni; e questi, infiniti punti parte pieni e parte vacui. E qui voglio che notiate, come risolvendo e dividendo una linea in parti

3. *strascicando* — 22-23. *quello che a noi conviene.* Salv., s — 33-34. *così i vacui* —

quante, e per consequenza numerate, non è possibile disporle in una estensione maggiore di quella che occupavan mentre stavano continuate e congiunte senza l'interposizione d'altrettanti spazii vacui; ma imaginandola risoluta in parti non quante, cioè ne' suoi infiniti indivisibili, la possiamo concepire distratta in immenso senza l'interposizione di spazii quanti vacui, ma sì bene d'infiniti indivisibili vacui. E questo, che si dice delle semplici linee, s'intenderà detto delle superficie e de' corpi solidi, considerandogli composti di infiniti atomi non quanti: che mentre gli vorremo dividere in parti quante, non è dubbio che non potremo disporle in spazii più ampli del primo occupato dal solido se non con l'interposizione di spazii quanti vacui, vacui, dico, almeno della materia del solido; ma se intenderemo l'altissima ed ultima resoluzione fatta ne i primi componenti non quanti ed infiniti, potremo concepire tali componenti distratti in spazio immenso senza l'interposizione di spazii quanti vacui, ma solamente di vacui infiniti non quanti: ed in questa guisa non repugna distrarsi, v. g., un piccolo globetto d'oro in uno spazio grandissimo senza ammettere spazii quanti vacui; tutta volta però che ammettiamo, l'oro esser composto di infiniti indivisibili.

Simp. Parmi che voi caminiate alla via di quei vacui disseminati di certo filosofo antico.

Salv. Ma però voi non soggiugnete « il quale negava la Providenza divina », come in certo simil proposito, assai poco a proposito, soggiunse un tale antagonista del nostro Accademico.

Simp. Veddi bene, e non senza stomaco, il livore del mal affetto contradittore: ma io non solamente per termine di buona creanza non toccherei simili tasti, ma perchè so quanto sono discordi dalla mente ben temperata e bene organizata di V. S., non solo religiosa e pia, ma cattolica e santa. Ma ritornando su 'l proposito, molte difficoltà sento nascermi da gli auti discorsi, dalle quali veramente io non saprei liberarmi. E per una mi si para avanti questa, che se le circonferenze de i due cerchi sono eguali alle due rette CE, BF, questa continuamente presa, e quella con l'interposizione d'infiniti punti vacui, l'AD descritta dal centro, che è un punto solo, in qual maniera si potrà chiamare ad esso eguale, contenendone infiniti? In oltre, quel comporre la linea di punti, il divisibile di indivisibili, il quanto di

2. *che occupava mentre,* s — 9. *quanti: mentre,* s — 17. *in spazio* — 23. *in un certo* —

non quanti, mi paiono scogli assai duri da passargli; e l' istesso dover ammettere il vacuo, tanto concludentemente reprovato da Aristotele, non manca delle medesime difficoltà.

Salv. Ci sono veramente coteste, e dell' altre: ma ricordiamoci che siamo tra gl' infiniti e gl' indivisibili, quelli incomprensibili dal nostro intelletto finito per la lor grandezza, e questi per la lor piccolezza. Con tutto ciò veggiamo che l' umano discorso non vuol rimanersi dall' aggirarsegli attorno; dal che pigliando io ancora qualche libertà, produrrei alcuna mia fantasticheria, se non concludente necessariamente, almeno, per la novità, apportatrice di qualche maraviglia. Ma forse il divertir tanto lungamente dal cominciato cammino potrebbe parervi importuno, e però poco grato.

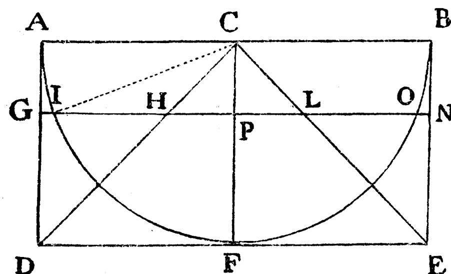
Sagr. Di grazia, godiamo del benefizio e privilegio che s' ha dal parlar con i vivi e tra gli amici, e più di cose arbitrarie e non necessarie, differente dal trattar co' i libri morti, li quali ti eccitano mille dubbi e nissuno te ne risolvono. Fateci dunque partecipi di quelle considerazioni che il corso de i nostri ragionamenti vi suggerisce, chè non ci mancherà tempo, mercè dell' esser noi disobbligati da funzioni necessarie, di continuar e risolvere l' altre materie intraprese; ed in particolare i dubbii toccati dal Sig. Simplicio non si trapassino in tutti i modi.

Salv. Così si faccia, poichè tale è il vostro gusto: e cominciando dal primo, che fu come si possa mai capire che un sol punto sia eguale ad una linea, vedendo di non ci poter far altro per ora, procurerò di quietare o almeno temperare una improbabilità con un' altra simile o maggiore, come talvolta una maraviglia si attutisce con un miracolo. E questo sarà col mostrarvi, due superficie eguali, ed insieme due corpi pur eguali e sopra le medesime dette superficie, come basi loro, collocati, andarsi continuamente ed egualmente, e queste e quelli, nel medesimo tempo diminuendo, restando sempre tra di loro eguali i loro residui, e finalmente andare, sì le superficie come i solidi, a terminare le lor perpetue egualità precedenti, l' uno de i solidi con l' una delle superficie in una lunghissima linea, e l' altro solido con l' altra superficie in un sol punto, cioè, questi in un sol punto, e quelli in infiniti.

4. *e delle altre difficoltà: ma* — 11-12. *tanto del cominciato camino potrebbe parer importuno* — 17. *soggerisce,* s — 18. *non mancherà* — 22. *Salv. E così si faccia* — 24-25. *per ora, proverò di quietare,* s — 27. *col mostrar, due* — 29. *e questi e quelli* —

Sagr. Ammirabil proposta veramente mi par cotesta: però sentiamone l' esplicazione e la dimostrazione.

Salv. È necessario farne la figura, perchè la prova è pura geometrica. Per tanto intendasi il mezzo cerchio AFB, il cui centro C, ed intorno ad esso il parallelogrammo rettangolo ADEB, e dal centro a i punti D, E siano tirate le rette linee CD, CE; figurandoci poi il semidiametro CF, perpendicolare a una delle due AB, DE, immobile, intendiamo intorno a quello girarsi tutta questa figura: è manifesto che dal rettangolo ADEB verrà descritto un cilindro, dal semicircolo AFB una mezza sfera, e dal triangolo CDE un cono. Inteso questo, voglio che ci immaginiamo esser levato via l' emisferio, lasciando però il cono e quello che rimarrà del cilindro, il quale, dalla figura che riterrà simile a una scodella, chiameremo pure scodella: della quale e del cono prima dimostreremo che sono eguali; e poi, un piano tirato parallelo al cerchio che è base della scodella, il cui diametro è la linea DE e centro F, dimostreremo, tal piano, che passasse, v. g., per la linea GN, segando la scodella ne i punti G, I, O, N, ed il cono ne' punti H, L, tagliare la parte del cono CHL eguale sempre alla parte della scodella, il cui profilo ci rappresentano i triangoli GAI, BON; e di più si proverà, la base ancora del medesimo cono, cioè il cerchio il cui diametro HL, esser eguale a quella circolar superficie che è base della parte della scodella, che è come se dicessimo un nastro di larghezza quanta è la linea GI (notate intanto che cosa sono le definizioni de i matematici, che sono una imposizion di nomi, o vogliam dire abbreviazioni di parlare, ordinate ed introdotte per levar lo stento tedioso che voi ed io sentiamo di presente per non aver convenuto insieme di chiamar, v. g., questa superficie, *nastro circolare*, e quel solido acutissimo della scodella *rasoio rotondo*): or comunque vi piaccia chiamargli, bastivi intendere che il piano prodotto per qualsivoglia distanza, pur che sia parallelo alla



1. *cotesta: e però* — 5. *parellelogrammo rettangulo,* s — 7. *semidiametro CF immobile* — 9. *rettangulo,* s — 21. *per la linea GH, segando,* s — 27. *di larghezza quanto è* — 34. In G era stato scritto *paralello,* che Galileo corresse di sua mano in *parallelo.* —

base, cioè al cerchio il cui diametro DE, taglia sempre i due solidi, cioè la parte del cono CHL e la superior parte della scodella, eguali tra di loro, e parimente le due superficie basi di tali solidi, cioè il detto nastro e 'l cerchio HL, pur tra loro eguali. Dal che ne segue la maraviglia accennata: cioè, che se intenderemo il segante piano successivamente inalzato verso la linea AB, sempre le parti de i solidi tagliate sono eguali, come anco le superficie, che son basi loro, pur sempre sono eguali; e finalmente, alzando e alzando tanto li due solidi (sempre eguali) quanto le lor basi (superficie pur sempre eguali), vanno a terminare l' una coppia di loro in una circonferenza di un cerchio, e l' altra in un sol punto, chè tali sono l' orlo supremo della scodella e la cuspide del cono. Or mentre che nella diminuzione de i due solidi si va, sino all' ultimo, mantenendo sempre tra essi la egualità, ben par conveniente il dire che gli altissimi ed ultimi termini di tali menomamenti restino tra di loro eguali, e non l' uno infinitamente maggior dell' altro: par dunque che la circonferenza di un cerchio immenso possa chiamarsi eguale a un sol punto. E questo che accade ne i solidi, accade parimente nelle superficie, basi loro, che esse ancora, conservando nella comune diminuzione sempre la egualità, vanno in fine ad incontrare, nel momento della loro ultima diminuzione, quella per suo termine la circonferenza di un cerchio, e questa un sol punto; li quali perchè non si devon chiamare eguali, se sono le ultime reliquie e vestigie lasciate da grandezze eguali? E notate appresso, che quando ben fussero tali vasi capaci de gl' immensi emisferii celesti, tanto gli orli loro supremi e le punte de i contenuti coni, servando sempre tra loro l' egualità, andrebbero a terminare, quelli in circonferenze eguali a quelle de i cerchi massimi de gli orbi celesti, e questi in semplici punti. Onde, conforme a quello che tali specolazioni ne persuadono, anco tutte le circonferenze de' cerchi quanto si voglia diseguali, posson chiamarsi tra loro eguali, e ciascheduna eguale a un punto solo.

Sagr. La specolazione mi par tanto gentile e peregrina, che io, quando ben potessi, non me gli vorrei opporre, chè mi parrebbe un mezzo sacrilegio lacerar sì bella struttura, calpestandola con qualche

6-7. *solidi tagliati sono* — 7. *son le basi* — 12-13. *diminuzione di due* — 29-30. *circonferenze di cerchi,* s — 30. *chiamarsi eguali tra loro, e* — 32. In G era stato scritto *speculazione,* che Galileo corresse di sua mano in *specolazione.* —

pedantesco affronto: però per intera sodisfazione recateci pur la prova, che dite geometrica, del mantenersi sempre l'egualità tra quei solidi e quelle basi loro, che penso che non possa esser se non molto arguta, essendo così sottile la filosofica meditazione che da tal conclusione depende.

Salv. La dimostrazione è anco breve e facile. Ripigliamo la segnata figura, nella quale, per esser l'angolo IPC retto, il quadrato del semidiametro IC è eguale alli due quadrati de i lati IP, PC: ma il semidiametro IC è eguale alla AC, e questa alla GP, e la CP è eguale alla PH; adunque il quadrato della linea GP è eguale alli due quadrati delle IP, PH, e 'l quadruplo a i quadrupli, cioè il quadrato del diametro GN è eguale alli due quadrati IO, HL: e perchè i cerchi son tra loro come i quadrati de' lor diametri, il cerchio il cui diametro GN sarà eguale alli due cerchi i cui diametri IO, HL, e tolto via il comune cerchio il cui diametro IO, il residuo del cerchio GN sarà eguale al cerchio il cui diametro è HL. E questo è quanto alla prima parte: quanto poi all'altra parte, lasceremo per ora la dimostrazione, sì perchè, volendola noi vedere, la troveremo nella duodecima proposizione del libro secondo *De centro gravitatis solidorum* posta dal Sig. Luca Valerio, nuovo Archimede dell'età nostra, il quale per un altro suo proposito se ne servì, sì perchè nel caso nostro basta l'aver veduto come le superficie già dichiarate siano sempre eguali, e che, diminuendosi sempre egualmente, vadano a terminare l'una in un sol punto e l'altra nella circonferenza d'un cerchio, maggiore anco di qualsivoglia grandissimo, perchè in questa consequenza sola versa la nostra maraviglia.

Sagr. Ingegnosa la dimostrazione, quanto mirabile la reflessione fattavi sopra. Or sentiamo qualche cosa circa l'altra difficoltà promossa dal Sig. Simplicio, se però avete alcuna particolarità da dirvi sopra, che crederei che non potesse essere, essendo una controversia stata tanto esagitata.

Salv. Avrò qualche mio pensiero particolare, replicando prima quel che poco fa dissi, cioè che l'infinito è per sè solo da noi incomprensibile, come anco gl'indivisibili; or pensate quel che saranno

21. *se ne serve, sì* — 28-29. *difficoltà mossa dal Sig. Simplicio* — 31. In G era scritto *essagitata,* come si legge pur nella stampa; ma nel manoscritto fu corretto, probabilmente da Galileo stesso, in *esagitata.* —

congiunti insieme: e pur se vogliamo compor la linea di punti indivisibili, bisogna fargli infiniti; e così conviene apprender nel medesimo tempo l' infinito e l' indivisibile. Le cose che in più volte mi son passate per la mente in tal proposito, son molte, parte delle quali, e forse le più considerabili, potrebb' esser che, così improvisamente, non mi sovvenissero; ma nel progresso del ragionamento potrà accadere che, destando io a voi, ed in particolare al Sig. Simplicio, obiezzioni e difficoltà, essi all' incontro mi facessero ricordar di quello che senza tale eccitamento restasse dormendo nella fantasia: e però con la solita libertà sia lecito produrre in mezzo i nostri umani capricci, chè tali meritamente possiamo nominargli in comparazione delle dottrine sopranaturali, sole vere e sicure determinatrici delle nostre controversie, e scorte inerranti ne i nostri oscuri e dubbii sentieri o più tosto labirinti.

Tra le prime instanze che si sogliono produrre contro a quelli che compongono il continuo d' indivisibili, suol esser quella che uno indivisibile aggiunto a un altro indivisibile non produce cosa divisibile, perchè, se ciò fusse, ne seguirebbe che anco l' indivisibile fusse divisibile; perchè quando due indivisibili, come, per esempio, due punti, congiunti facessero una quantità, qual sarebbe una linea divisibile, molto più sarebbe tale una composta di tre, di cinque, di sette e di altre moltitudini dispari; le quali linee essendo poi segabili in due parti eguali, rendon segabile quell' indivisibile che nel mezzo era collocato. In questa ed altre obbiezzioni di questo genere si dà sodisfazione alla parte con dirgli, che non solamente due indivisibili, ma nè dieci, nè cento, nè mille non compongono una grandezza divisibile e quanta, ma sì bene infiniti.

Simp. Qui nasce subito il dubbio, che mi pare insolubile: ed è, che sendo noi sicuri trovarsi linee una maggior dell' altra, tutta volta che amendue contenghino punti infiniti, bisogna confessare trovarsi nel medesimo genere una cosa maggior dell' infinito, perchè la infinità de i punti della linea maggiore eccederà l' infinità de i punti della minore. Ora questo darsi un infinito maggior dell' infinito mi par concetto da non poter esser capito in verun modo.

Salv. Queste son di quelle difficoltà che derivano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito intorno a gl' infiniti, dando-

32. *eccederà l' infinito de i* —

gli quelli attributi che noi diamo alle cose finite e terminate; il che penso che sia inconveniente, perchè stimo che questi attributi di maggioranza, minorità ed egualità non convenghino a gl' infiniti, de i quali non si può dire, uno esser maggiore o minore o eguale all' altro. Per prova di che già mi sovvenne un sì fatto discorso, il quale per più chiara esplicazione proporrò per interrogazioni al Sig. Simplicio, che ha mossa la difficoltà.

Io suppongo che voi benissimo sappiate quali sono i numeri quadrati, e quali i non quadrati.

Simp. So benissimo che il numero quadrato è quello che nasce dalla moltiplicazione d' un altro numero in sè medesimo: e così il quattro, il nove, etc., son numeri quadrati, nascendo quello dal dua, e questo dal tre, in sè medesimi moltiplicati.

Salv. Benissimo: e sapete ancora, che sì come i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè quelli che si multiplicano, si chiamano lati o radici; gli altri poi, che non nascono da numeri multiplicati in sè stessi, non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?

Simp. Non si può dir altrimenti.

Salv. Interrogando io di poi, quanti siano i numeri quadrati, si può con verità rispondere, loro esser tanti quante sono le proprie radici, avvenga che ogni quadrato ha la sua radice, ogni radice il suo quadrato, nè quadrato alcuno ha più d' una sola radice, nè radice alcuna più d' un quadrato solo.

Simp. Così sta.

Salv. Ma se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare che elle non siano quante tutti i numeri, poichè non vi è numero alcuno che non sia radice di qualche quadrato; e stante questo, converrà dire che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poichè tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri: e pur da principio dicemmo, tutti i numeri esser assai più che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati. E pur tuttavia si va la moltitudine de i quadrati sempre con maggior proporzione diminuendo, quanto a maggior numeri si trapassa; perchè sino

11. *d' un numero* — 12. *il nove son,* s — 23. *ha la sua radice, ed ogni* — 31-32. Le parole *poichè tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri* mancano in G. —

a cento vi sono dieci quadrati, che è quanto a dire la decima parte esser quadrati; in dieci mila solo la centesima parte son quadrati, in un millione solo la millesima: e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo, bisognerebbe dire, tanti essere i quadrati quanti tutti i numeri insieme.

Sagr. Che dunque si ha da determinare in questa occasione?

Salv. Io non veggo che ad altra decisione si possa venire, che a dire, infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici, nè la moltitudine de' quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, nè questa maggior di quella, ed in ultima conclusione, gli attributi di eguale maggiore e minore non aver luogo ne gl' infiniti, ma solo nelle quantità terminate. E però quando il Sig. Simplicio mi propone più linee diseguali, e mi domanda come possa essere che nelle maggiori non siano più punti che nelle minori, io gli rispondo che non ve ne sono nè più nè manco nè altrettanti, ma in ciascheduna infiniti: o veramente se io gli rispondessi, i punti nell' una esser quanti sono i numeri quadrati, in un' altra maggiore quanti tutti i numeri, in quella piccolina quanti sono i numeri cubi, non potrei io avergli dato sodisfazione col porne più in una che nell' altra, e pure in ciascheduna infiniti? E questo è quanto alla prima difficoltà.

Sagr. Fermate in grazia, e concedetemi che io aggiunga al detto sin qui un pensiero, che pur ora mi giugne: e questo è, che, stanti le cose dette sin qui, parmi che non solamente non si possa dire, un infinito esser maggiore d' un altro infinito, ma nè anco che e' sia maggior d'un finito, perchè se 'l numero infinito fusse maggiore, v. g., del millione, ne seguirebbe, che passando dal millione ad altri e ad altri continuamente maggiori, si camminasse verso l' infinito; il che non è: anzi, per l' opposito, a quanto maggiori numeri facciamo passaggio, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; perchè ne i numeri, quanto più si pigliano grandi, sempre più e più rari sono i numeri quadrati in essi contenuti; ma nel numero infinito i quadrati non possono esser manco che tutti i numeri, come pur ora si è concluso; adunque l' andar verso numeri sempre maggiori e maggiori è un discostarsi dal numero infinito.

Salv. E così dal vostro ingegnoso discorso si conclude, gli attri-

19. *col porre più,* s — 25. *che sia* — 29. *a quanti maggiori* —

buti di maggiore minore o eguale non aver luogo non solamente tra gl' infiniti, ma nè anco tra gl' infiniti e i finiti.

Passo ora ad un' altra considerazione, ed è, che stante che la linea ed ogni continuo sian divisibili in sempre divisibili, non veggo come si possa sfuggire, la composizione essere di infiniti indivisibili, perchè una divisione e subdivisione che si possa proseguir perpetuamente, suppone che le parti siano infinite, perchè altramente la subdivisione sarebbe terminabile; e l' esser le parti infinite si tira in consequenza l' esser non quante, perchè quanti infiniti fanno un' estensione infinita: e così abbiamo il continuo composto d' infiniti indivisibili.

Simp. Ma se noi possiamo proseguir sempre la divisione in parti quante, che necessità abbiamo noi di dover, per tal rispetto, introdur le non quante?

Salv. L' istesso poter proseguir perpetuamente la divisione in parti quante, induce la necessità della composizione di infiniti non quanti. Imperò che, venendo più alle strette, io vi domando che resolutamente mi diciate, se le parti quante nel continuo, per vostro credere, son finite o infinite?

Simp. Io vi rispondo, essere infinite e finite: infinite, in potenza; e finite, in atto: infinite in potenza, cioè innanzi alla divisione; ma finite in atto, cioè dopo che son divise; perchè le parti non s' intendono attualmente esser nel suo tutto, se non dopo esser divise o almeno segnate; altramente si dicono esservi in potenza.

Salv. Sì che una linea lunga, v. g., venti palmi non si dice contener venti linee di un palmo l' una attualmente, se non dopo la divisione in venti parti eguali; ma per avanti si dice contenerle solamente in potenza. Or sia come vi piace; e ditemi se, fatta l' attual divisione di tali parti, quel primo tutto cresce o diminuisce, o pur resta della medesima grandezza?

Simp. Non cresce, nè scema.

Salv. Così credo io ancora. Adunque le parti quante nel continuo, o vi siano in atto o vi siano in potenza, non fanno la sua quantità maggiore nè minore: ma chiara cosa è, che parti quante attualmente contenute nel lor tutto, se sono infinite, lo fanno di grandezza infinita: adunque parti quante, benchè in potenza solamente, infinite, non possono esser contenute se non in una grandezza infinita; adunque

16. *Imperoche,* s — 27. *piace; ditemi,* s —

nella finita parti quante infinite, nè in atto nè in potenza possono esser contenute.

Sagr. Come dunque potrà esser vero che il continuo possa incessabilmente dividersi in parti capaci sempre di nuova divisione?

Salv. Par che quella distinzione d' atto e di potenza vi renda fattibile per un verso quel che per un altro sarebbe impossibile. Ma io vedrò d' aggiustar meglio queste partite con fare un altro computo; ed al quesito che domanda se le parti quante nel continuo terminato sian finite o infinite, risponderò tutto l' opposito di quel che rispose dianzi il Sig. Simplicio, cioè non esser nè finite nè infinite.

Simp. Ciò non arei saputo mai risponder io, non pensando che si trovasse termine alcuno mezzano tra 'l finito e l' infinito, sì che la divisione o distinzione che pone, una cosa o esser finita o infinita, fusse manchevole e difettosa.

Salv. A me par ch' ella sia. E parlando delle quantità discrete, parmi che tra le finite e l' infinite ci sia un terzo medio termine, che è il rispondere ad ogni segnato numero; sì che, domandato, nel presente proposito, se le parti quante nel continuo siano finite o infinite, la più congrua risposta sia il dire, non esser nè finite nè infinite, ma tante che rispondono ad ogni segnato numero: per il che fare è necessario che elle non siano comprese dentro a un limitato numero, perchè non risponderebbono ad un maggiore; ma nè anco è necessario che elle siano infinite, perchè niuno assegnato numero è infinito: e così ad arbitrio del domandante una proposta linea gliela potremo assegnare segata in cento parti quante, e in mille e in cento mila, conforme a qual numero più gli piacerà; ma divisa in infinite, questo non già. Concedo dunque a i Signori filosofi che il continuo contiene quante parti quante piace loro, e gli ammetto che le contenga in atto o in potenza, a lor gusto e beneplacito; ma gli soggiungo poi, che nel modo che in una linea di dieci canne si contengono dieci linee d' una canna l' una, e quaranta d' un braccio l' una, e ottanta di mezzo braccio, etc., così contiene ella punti infiniti: chiamateli poi in atto o in potenza, come più vi piace, chè io, Sig. Simplicio, in questo particolare mi rimetto al vostro arbitrio e giudizio.

Simp. Io non posso non laudare il vostro discorso: ma ho gran

11. *arei mai saputo risponder* — 25. *segata,* che si legge in G, manca nella stampa. — 32. *braccio, così,* s —

paura che questa parità dell' esser contenuti i punti come le parti quante non corra con intera puntualità, nè che a voi sarà così agevole il dividere la proposta linea in infiniti punti, come a quei filosofi in dieci canne o in quaranta braccia: anzi ho per impossibile del tutto il ridurr' ad effetto tal divisione, sì che questa sarà una di quelle potenze che mai non si riducono in atto.

Salv. L' esser una cosa fattibile se non con fatica o diligenza, o in gran lunghezza di tempo, non la rende impossibile, perchè penso che voi altresì non così agevolmente vi sbrighereste da una divisione da farsi d' una linea in mille parti, e molto meno dovendo dividerla in 937 o altro gran numero primo. Ma se questa, che voi per avventura stimate divisione impossibile, io ve la riducessi a così spedita come se altri la dovesse segare in quaranta, vi contentereste voi di ammetterla più placidamente nella nostra conversazione?

Simp. Io gusto del vostro trattar, come fate talora, con qualche piacevolezza; ed al quesito vi rispondo, che la facilità mi parrebbe grande più che a bastanza, quando il risolverla in punti non fusse più laborioso che il dividerla in mille parti.

Salv. Qui voglio dirvi cosa che forse vi farà maravigliare, in proposito del volere o poter risolver la linea ne' suoi infiniti tenendo quell' ordine che altri tiene nel dividerla in quaranta, sessanta o cento parti, cioè con l' andarla dividendo in due e poi in quattro etc.: col qual ordine chi credesse di trovare i suoi infiniti punti, s' ingannerebbe indigrosso, perchè con tal progresso nè men alla division di tutte le parti quante si perverrebbe in eterno; ma de gli indivisibili tanto è lontano il poter giugner per cotal strada al cercato termine, che più tosto altri se ne discosta, e mentre pensa, col continuar la divisione e col multiplicar la moltitudine delle parti, di avvicinarsi alla infinità, credo che sempre più se n' allontani: e la mia ragione è questa. Nel discorso auto poco fa concludemmo, che nel numero infinito bisognava che tanti fussero i quadrati o i cubi quanti tutti i numeri, poichè e questi e quelli tanti sono quante le radici loro, e radici son tutti i numeri. Vedemmo appresso, che quanto maggiori numeri si pigliavano, tanto più radi si trovavano in essi i lor qua-

9. *sbrigherete*, s. In G era scritto *sbrigarete,* e poi, probabilmente da Galileo, fu aggiunto un *s* tra l' *e* e il *t* della desinenza *ete.* — 11. *o in altro* — 18. *che in dividerla,* s. In G era pure scritto *che in dividerla,* e fu corretto, probabilmente da Galileo stesso, in *che ĩ dividerla.* — 19-20. *in proposito di volere* — 21. *altri ritiene in dividerla* — 22. *quattro: col,* s —

drati, e più radi ancora i lor cubi: adunque è manifesto, che a quanto maggiori numeri noi trapassiamo, tanto più ci discostiamo dal numero infinito; dal che ne séguita che, tornando in dietro (poichè tal progresso sempre più ci allontana dal termine ricercato), se numero alcuno può dirsi infinito, questo sia l' unità. E veramente in essa son quelle condizioni e necessarii requisiti del numero infinito, dico del contener in sè tanti quadrati quanti cubi e quanti tutti i numeri.

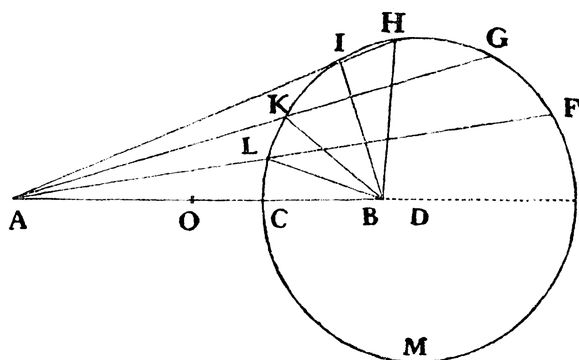
Simp. Io non capisco bene come si deva intender questo negozio.

Salv. Il negozio non ha in sè dubbio veruno, perchè l' unità è quadrato, è cubo, è quadrato quadrato e tutte le altre dignità, nè vi è particolarità veruna essenziale a i quadrati, a i cubi, etc., che non convenga all' uno: come, v. g., proprietà di due numeri quadrati è l' aver tra di loro un numero medio proporzionale; pigliate qualsivoglia numero quadrato per l' uno de' termini e per l' altro l' unità, sempre ci troverete un numero medio proporzionale. Siano due numeri quadrati 9 e 4: eccovi, tra 'l 9 e l' uno, medio proporzionale il 3; fra 'l 4 e l' uno media il 2; e tra i due quadrati 9 e 4 vi è il 6 in mezzo. Proprietà de i cubi è l' esser tra essi necessariamente due numeri medii proporzionali: ponete 8 e 27, già tra loro son medii 12 e 18; e tra l' uno e l' 8 mediano il 2 e 'l 4; e tra l' uno e 'l 27, il 3 e 'l 9. Concludiamo per tanto, non ci essere altro numero infinito che l' unità. E queste sono delle maraviglie che superano la capacità della nostra immaginazione, e che devriano farci accorti quanto gravemente si erri mentre altri voglia discorrere intorno a gl' infiniti con quei medesimi attributi che noi usiamo intorno a i finiti, le nature de i quali non hanno veruna convenienza tra di loro.

In proposito di che non voglio tacervi un mirabile accidente che pur ora mi sovviene, esplicante l' infinita differenza, anzi repugnanza e contrarietà di natura, che incontrerebbe una quantità terminata nel trapassar all' infinita. Segniamo questa linea retta AB di qualsivoglia lunghezza; e preso in lei qualsivoglia punto C, che in parti diseguali la divida, dico che partendosi coppie di linee da i termini A, B, che, ritenendo fra di loro la medesima proporzione che hanno le parti AC, BC, vadiano a concorrere insieme, i punti de i lor concorsi cadranno tutti nella circonferenza di un medesimo cer-

10. *è cubo, è quadro quadrato e tutte* — 11. *a i cubi, che non,* s — 17. *fra 4 e l'uno* — 20. *4; tra* — 35. *concorsi andranno tutti,* s —

chio: come, per esempio, partendosi le AL, BL da i punti A, B, ed avendo tra di loro la medesima proporzione che hanno le parti AC, BC, ed andando a concorrere nel punto L, e ritenendo l'istessa proporzione altre due AK, BK, concorrendo in K, altre AI, BI, AH, HB, AG, GB, AF, FB, AE, EB, dico che i punti de i concorsi L, K, I, H, G, F, E cascano tutti nella circonferenza di un istesso cerchio; talchè se ci immagineremo, il punto C muoversi continuamente con tal legge, che le linee da esso prodotte sino a i termini fissi A, B mantenghino sempre la proporzione medesima che hanno le prime parti AC, CB, tal punto C descriverà la circonferenza d'un cerchio, come appresso vi dimostrerò; ed il cerchio in cotal modo descritto sarà sempre maggiore e maggiore infinitamente, secondo che il punto C sarà preso più vicino al punto di mezzo, che sia O, e minore sarà quel cerchio che dal punto più vicino all'estremità B sarà descritto; in maniera che da i punti infiniti che pigliar si possono nella linea OB si descriveranno cerchi (movendogli con l'esplicata legge) di qualsivoglia grandezza, minori della luce dell'occhio d'una pulce, e maggiori dell'equinoziale del primo mobile. Ora, se alzandosi qualsivoglia de i punti compresi tra i termini O, B, da tutti si descrivono cerchi, e immensi da i punti prossimi all'O, alzando l'istesso O e continuando di muoverlo con l'osservanza dell'istesso decreto, cioè che le linee da esso prodotte sino a i termini A, B ritenghino la proporzione che hanno le prime linee AO, OB, che linea verrà segnata? Segnerassi la circonferenza d'un cerchio, ma d'un cerchio maggiore di tutti gli altri massimi, di un cerchio, dunque, infinito; ma si segna anco una linea retta e perpendicolare sopra la BA, eretta dal punto O e prodotta in infinito senza mai tornare a riunire il suo termine ultimo col suo primo, come ben tornavano l'altre: imperò che la segnata per



2. *la proporzione medesima che hanno* — 18. *sarà sempre e maggiore, e maggiore infinitamente* — 21. *descritto; di maniera che* — 28-29. *la proporzione istessa che hanno* — 34. *imperoche,* s —

il moto limitato del punto C, dopo segnato il mezzo cerchio superiore CHE, continuava di segnare l' inferiore EMC, riunendo insieme i suoi estremi termini nel punto C; ma il punto O, mossosi per segnar, come tutti gli altri della linea AB (perchè i punti presi nell' altra parte OA descriveranno essi ancora i lor cerchi, ed i massimi i punti prossimi all' O), il suo cerchio, per farlo massimo di tutti, e per consequenza infinito, non può più ritornare nel suo primo termine, ed in somma descrive una linea retta infinita per circonferenza del suo infinito cerchio. Considerate ora qual differenza sia da un cerchio finito a un infinito, poichè questo muta talmente l' essere, che totalmente perde l' essere e il poter essere: chè già ben chiaramente comprendiamo, non si poter dare un cerchio infinito; il che si tira poi in consequenza, nè meno poter essere una sfera infinita, nè altro qualsivoglia corpo o superficie figurata e infinita. Or che diremo di cotali metamorfosi nel passar dal finito all' infinito? e perchè doviamo sentir repugnanza maggiore, mentre, cercando l' infinito ne i numeri, andiamo a concluderlo nell' uno? e mentre che rompendo un solido in molte parti e seguitando di ridurlo in minutissima polvere, risoluto che si fusse ne gl' infiniti suoi atomi non più divisibili, perchè non potremmo dire, quello esser ritornato in un solo continuo, ma forse fluido come l' acqua o 'l mercurio o 'l medesimo metallo liquefatto? e non vediamo noi, le pietre liquefarsi in vetro, ed il vetro medesimo, co 'l molto fuoco, farsi fluido più che l' acqua?

Sagr. Doviamo dunque credere, i fluidi esser tali, perchè sono risoluti ne i primi infiniti indivisibili, suoi componenti?

Salv. Io non so trovar miglior ripiego per risolver alcune sensate apparenze, tra le quali una è questa. Mentre io piglio un corpo duro, o sia pietra o metallo, e che con martello o sottilissima lima lo vo al possibile dividendo in minutissima ed impalpabile polvere, chiara cosa è che i suoi minimi, ancor che per la lor piccolezza siano impercettibili a uno a uno dalla nostra vista e dal tatto, tuttavia son eglino ancor quanti, figurati e numerabili: e di essi accade che, accumulati insieme, si sostengono ammucchiati; e scavati sino a certo segno, resta la cavità, senza che le parti d' intorno scorrano a riempierla; agitati e commossi, subito si fermano tantosto che il motore esterno gli abbandona: e questi medesimi effetti fanno ancora tutti gli aggre-

14. *figurata è infinita* — 20. *non potremo dire* —

gati di corpusculi maggiori e maggiori, e di ogni figura, ancor che sferica, come veggiamo ne i monti di miglio, di grano, di migliarole di piombo e d' ogni altra materia. Ma se noi tenteremo di vedere tali accidenti nell' acqua, nissuno ve ne troveremo; ma, sollevata, immediatamente si spiana, se da vaso o altro esterno ritegno non sia sostenuta; incavata, subito scorre a riempier la cavità; ed agitata, per lunghissimo tempo va fluttuando, e per spazii grandissimi distendendo le sue onde. Da questo mi par di potere molto ragionevolmente arguire, i minimi dell' acqua, ne i quali ella pur sembra esser risoluta (poichè ha minor consistenza di qualsivoglia sottilissima polvere, anzi non ha consistenza nissuna), esser differentissimi da i minimi quanti e divisibili; nè saprei ritrovarci altra differenza, che l' esser indivisibili. Parmi anco che la sua esquisitissima trasparenza ce ne porga assai ferma coniettura: perchè se noi piglieremo del più trasparente cristallo che sia e lo cominceremo a rompere e pestare, ridotto in polvere perde la trasparenza, e sempre più quanto più sottilmente si trita; ma l' acqua, che pure è sommamente trita, è anco sommamente diafana. L' oro e l' argento, con acque forti polverizati più sottilmente che con qualsivoglia lima, pur restano in polvere, ma non divengon fluidi, nè prima si liquefanno che gl' indivisibili del fuoco o de i raggi del Sole gli dissolvano, credo ne i lor primi altissimi componenti, infiniti, indivisibili.

Sagr. Questo che V. S. ha toccato della luce, ho io più volte veduto con maraviglia; veduto, dico, con uno specchio concavo di tre palmi di diametro, liquefare il piombo in un instante: onde io son venuto in opinione, che quando lo specchio fusse grandissimo e ben terso e di figura parabolica, liquefarebbe non meno ogni altro metallo in brevissimo tempo, vedendo che quello, nè molto grande nè ben lustro e di cavità sferica, con tanta forza liquefaceva il piombo ed abbruciava ogni materia combustibile; effetti che mi rendon credibili le maraviglie de gli specchi d' Archimede.

Salv. Intorno a gli effetti de gli specchi d' Archimede mi rese credibile ogni miracolo, che si legge in più scrittori, la lettura de i libri dell' istesso Archimede, già da me con infinito stupore letti e studiati; e se nulla di dubbio mi fusse restato, quello che ultimamente ha dato in luce intorno allo specchio ustorio il P. Buonaven-

11. *differentissima,* s — 21. *gli dissolvono, credo,* s —

tura Cavalieri, e che io con ammirazione ho letto, è bastato a cessarmi ogni difficoltà.

Sagr. Veddi ancor io cotesto trattato, e con gusto e maraviglia grande lo lessi; e perchè per avanti avevo conoscenza della persona, mi andai confermando nel concetto che di esso avevo già preso, ch' ei fusse per riuscire uno de' principali matematici dell' età nostra. Ma tornando all' effetto maraviglioso de i raggi solari nel liquefare i metalli, doviamo noi credere che tale e sì veemente operazione sia senza moto, o pur che sia con moto, ma velocissimo?

Salv. Gli altri incendii e dissoluzioni veggiamo noi farsi con moto, e con moto velocissimo: veggansi le operazioni de i fulmini, della polvere nelle mine e ne i petardi, ed in somma quanto il velocitar co' i mantici la fiamma de i carboni, mista con vapori grossi e non puri, accresca di forza nel liquefare i metalli: onde io non saprei intendere che l' azzione della luce, benchè purissima, potesse esser senza moto, ed anco velocissimo.

Sagr. Ma quale e quanta doviamo noi stimare che sia questa velocità del lume? forse instantanea, momentanea, o pur, come gli altri movimenti, temporanea? nè potremo con esperienza assicurarci qual ella sia?

Simp. Mostra l' esperienza quotidiana, l' espansion del lume esser instantanea; mentre che vedendo in gran lontananza sparar un' artiglieria, lo splendor della fiamma senza interposizion di tempo si conduce a gli occhi nostri, ma non già il suono all' orecchie, se non dopo notabile intervallo di tempo.

Sagr. Eh, Sig. Simplicio, da cotesta notissima esperienza non si raccoglie altro se non che il suono si conduce al nostro udito in tempo men breve di quello che si conduca il lume; ma non mi assicura, se la venuta del lume sia per ciò instantanea, più che temporanea ma velocissima. Nè simile osservazione conclude più che l' altra di chi dice: « Subito giunto il Sole all' orizonte, arriva il suo splendore a gli occhi nostri »; imperò che chi mi assicura che prima non giugnessero i suoi raggi al detto termine, che alla nostra vista?

Salv. La poca concludenza di queste e di altre simili osservazioni mi fece una volta pensare a qualche modo di poterci senza errore accertar, se l' illuminazione, cioè se l' espansion del lume, fusse vera-

1-2. *a levarmi ogni* — 27-28. *udito con tempo* —

mente instantanea; poichè il moto assai veloce del suono ci assicura, quella della luce non poter esser se non velocissima: e l'esperienza che mi sovvenne, fu tale. Voglio che due piglino un lume per uno, il quale, tenendolo dentro lanterna o altro ricetto, possino andar coprendo e scoprendo, con l'interposizion della mano, alla vista del compagno, e che, ponendosi l'uno incontro all'altro in distanza di poche braccia, vadano addestrandosi nello scoprire ed occultare il lor lume alla vista del compagno, sì che quando l'uno vede il lume dell'altro, immediatamente scuopra il suo; la qual corrispondenza, dopo alcune risposte fattesi scambievolmente, verrà loro talmente aggiustata, che, senza sensibile svario, alla scoperta dell'uno risponderà immediatamente la scoperta dell'altro, sì che quando l'uno scuopre il suo lume, vedrà nell'istesso tempo comparire alla sua vista il lume dell'altro. Aggiustata cotal pratica in questa piccolissima distanza, ponghansi i due medesimi compagni con due simili lumi in lontananza di due o tre miglia, e tornando di notte a far l'istessa esperienza, vadano osservando attentamente se le risposte delle loro scoperte ed occultazioni seguono secondo l'istesso tenore che facevano da vicino; che seguendo, si potrà assai sicuramente concludere, l'espansion del lume essere instantanea: chè quando ella ricercasse tempo, in una lontananza di tre miglia, che importano sei per l'andata d'un lume e venuta dell'altro, la dimora dovrebbe esser assai osservabile. E quando si volesse far tal osservazione in distanze maggiori, cioè di otto o dieci miglia, potremmo servirci del telescopio, aggiustandone un per uno gli osservatori al luogo dove la notte si hanno a mettere in pratica i lumi; li quali, ancor che non molto grandi, e per ciò invisibili in tanta lontananza all'occhio libero, ma ben facili a coprirsi e scoprirsi, con l'aiuto de i telescopii già aggiustati e fermati potranno esser commodamente veduti.

Sagr. L'esperienza mi pare d'invenzione non men sicura che ingegnosa. Ma diteci quello che nel praticarla avete concluso.

Salv. Veramente non l'ho sperimentata, salvo che in lontananza piccola, cioè manco d'un miglio, dal che non ho potuto assicurarmi se veramente la comparsa del lume opposto sia instantanea; ma ben, se non instantanea, velocissima, e direi momentanea, è ella, e per ora l'assimiglierei a quel moto che veggiamo farsi dallo splendore

24. *miglia, potremo servirci,* s —

del baleno veduto tra le nugole lontane otto o dieci miglia: del qual lume distinguiamo il principio, e dirò il capo e fonte, in un luogo particolare tra esse nugole, ma bene immediatamente segue la sua espansione amplissima per le altre circostanti; che mi pare argomento, quella farsi con qualche poco di tempo; perchè quando l' illuminazione fusse fatta tutta insieme, e non per parti, non par che si potesse distinguer la sua origine, e dirò il suo centro, dalle sue falde e dilatazioni estreme. Ma in quai pelaghi ci andiamo noi inavvertentemente pian piano ingolfando? tra i vacui, tra gl' infiniti, tra gl' indivisibili, tra i movimenti instantanei, per non poter mai, dopo mille discorsi, giugnere a riva?

Sagr. Cose veramente molto sproporzionate al nostro intendimento. Ecco: l' infinito, cercato tra i numeri, par che vadia a terminar nell' unità; da gl' indivisibili nasce il sempre divisibile; il vacuo non par che risegga se non indivisibilmente mescolato tra 'l pieno: ed in somma in queste cose si muta talmente la natura delle comunemente intese da noi, che sin alla circonferenza d' un cerchio doventa una linea retta infinita; che, s' io ho ben tenuto a memoria, è quella proposizione che voi, Sig. Salviati, dovevi con geometrica dimostrazione far manifesta. Però, quando vi piaccia, sarà bene, senza più digredire, arrecarcela.

Salv. Eccomi a servirle, dimostrando per piena intelligenza il seguente problema:

Data una linea retta divisa secondo qualsivoglia proporzione in parti diseguali, descrivere un cerchio, alla cui circonferenza prodotte, a qualsivoglia punto di essa, due linee rette da i termini della data linea, ritenghino la proporzion medesima che hanno tra di loro le parti di essa linea data, sì che omologhe siano quelle che si partono da i medesimi termini.

Sia la data retta linea AB, divisa in qualsivoglia modo in parti diseguali nel punto C: bisogna descrivere il cerchio, a qualsivoglia punto della cui circonferenza concorrendo due rette prodotte da i termini A, B, abbiano tra di loro la proporzion medesima che hanno tra di loro le parti AC, BC, sì che omologhe sian quelle che si partono dall' istesso termine. Sopra 'l centro C, con l' intervallo della minor parte CB, intendasi descritto un cerchio, alla circonferenza del

34-35. *si partano dall'* —

quale venga tangente dal punto A la retta AD, indeterminatamente prolungata verso E, e sia il contatto in D, e congiungasi la CD, che sarà perpendicolare alla AE; ed alla BA sia perpendicolare la BE, la quale prodotta concorrerà con la AE, essendo l' angolo A acuto; sia il concorso in E, di dove si ecciti la perpendicolare alla AE, che prodotta vadia a concorrere con la AB, infinitamente prolungata, in F: dico primieramente, le due rette FE, FC esser eguali. Imperò che, tirata la EC, aremo ne i due triangoli DEC, BEC li due lati dell' uno DE, EC eguali alli due dell' altro BE, EC, essendo le due DE, EB tangenti del cerchio DB, e le basi DC, CB parimente eguali; onde li due angoli DEC, BEC saranno eguali. E perchè all' angolo BCE per esser retto manca quanto è l' angolo CEB, ed all' angolo CEF, pur per esser retto, manca quanto è l' angolo CED, essendo tali mancamenti eguali, gli angoli FCE, FEC saranno eguali, ed in consequenza i lati FE, FC; onde fatto centro il punto F, e con l' intervallo FE descrivendo un cerchio, passerà per il punto C. Descrivasi, e sia CEG: dico, questo esser il cerchio ricercato, a qualsivoglia punto della circonferenza del quale ogni coppia di linee che vi concorrano, partendosi da i termini A, B, aranno la medesima proporzione tra di loro che hanno le due parti AC, BC, le quali di già vi concorrono nel punto C. Questo, delle due che concorrono nel punto E, cioè delle AE, BE, è manifesto, essendo l' angolo E del triangolo AEB diviso in mezzo dalla CE; per lo che qual proporzione ha la AC alla CB, tale ha la AE alla BE. L' istesso proveremo delle due AG, BG, terminate nel punto G. Imperò che, essendo (per la similitudine de' triangoli AFE, EFB) come AF ad FE così EF ad FB, cioè come AF ad FC così CF ad FB, sarà, dividendo, come AC a CF (cioè ad FG) così CB a BF, e tutta AB a tutta BG come una CB ad una BF, e, componendo, come AG

2. *prolongata,* s — 4. *angulo,* s —

a GB così CF ad FB, cioè EF ad FB, cioè AE ad EB, ed AC a CB: il che bisognava provare. Prendasi ora qualsivoglia altro punto nella circonferenza, e sia H, al quale concorrano le due AH, BH: dico parimente, come AC a CB, così essere AH ad HB. Prolunghisi HB sino alla circonferenza in I, e congiungasi IF: e perchè già si è visto, come AB a BG, così essere CB a BF, sarà il rettangolo ABF eguale al rettangolo CBG, cioè IBH, e però come AB a BH, così IB a BF; e sono gli angoli al B eguali; adunque AH ad HB sta come IF, cioè EF, ad FB, ed AE ad EB.

Dico, oltre a ciò, che è impossibile che le linee che abbiano tal proporzione, partendosi da i termini A, B, concorrano a verun punto o dentro o fuori del cerchio CEG. Imperò che, se è possibile, concorrano due tali linee al punto L, posto fuori, e siano le AL, BL, e prolunghisi la LB sino alla circonferenza in M, e congiungasi MF. Se dunque la AL alla BL è come la AC alla BC, cioè come la MF alla FB, aremo due triangoli ALB, MFB, li quali intorno alli due angoli ALB, MFB hanno i lati proporzionali, gli angoli alla cima nel punto B eguali, e li due rimanenti FMB, LAB minori che retti (imperò che l' angolo retto al punto M ha per base tutto il diametro CG, e non la sola parte BF; e l' altro al punto A è acuto, perchè la linea AL, omologa della AC, è maggiore della BL, omologa della BC); adunque i triangoli ABL, MBF son simili, e però come AB a BL così MB a BF, onde il rettangolo ABF sarà eguale al rettangolo MBL: ma il rettangolo ABF s' è dimostrato eguale al CBG; adunque il rettangolo MBL è eguale al rettangolo CBG, il che è impossibile: adunque il concorso non può cader fuor del cerchio. E nel medesimo modo si dimostrerà, non poter cader dentro: adunque tutti i concorsi cascano nella circonferenza stessa.

Ma è tempo che torniamo a dar sodisfazione al desiderio del Sig. Simplicio, mostrandogli come il risolver la linea ne' suoi infiniti punti non è non solamente impossibile, ma nè meno ha in sè maggior difficoltà che 'l distinguere le sue parti quante, fatto però un supposto, il quale penso, Sig. Simplicio, che non siate per negarmi: e questo è, che non mi ricercherete che io vi separi i punti l' uno dall' altro e ve li faccia veder a uno a uno distinti sopra questa carta,

8-9. *cioè CF, ad FB, cioè come EF ad FB ed AE ad EB* — 10. *che linee* — 26. *il concorso etc. non* —

perchè io ancora mi contenterei che, senza staccar l' una dall' altra le quattro o le sei parti d' una linea, mi mostraste le sue divisioni segnate, o al più piegate ad angoli, formandone un quadrato o un essagono; perchè mi persuado pure che allora le chiamereste a bastanza distinte ed attuate.

Simp. Veramente sì.

Salv. Ora, se l' inflettere una linea ad angoli, formandone ora un quadrato, ora un ottangolo, ora un poligono di quaranta, di cento o di mille angoli, è mutazione bastante a ridurre all' atto quelle quattro, otto, quaranta, cento e mille parti che prima nella linea diritta erano, per vostro detto, in potenza, quando io formi di lei un poligono di lati infiniti, cioè quando io la infletta nella circonferenza d' un cerchio, non potrò io con pari licenza dire d' aver ridotto all' atto quelle parti infinite, che voi prima, mentre era retta, dicevi esser in lei contenute in potenza? Nè si può negare, tal risoluzione esser fatta ne' suoi infiniti punti non meno che quella delle sue quattro parti nel formarne un quadrato, o nelle sue mille nel formarne un millagono; imperò che in lei non manca veruna delle condizioni che si trovano nel poligono di mille e di cento mila lati. Questo, applicato a una linea retta, se gli posa sopra toccandola con uno de' suoi lati, cioè con una sua centomillesima parte; il cerchio, che è un poligono di lati infiniti, tocca la medesima retta con uno de' suoi lati, che è un sol punto, diverso da tutti i suoi collaterali, e perciò da quelli diviso e distinto non meno che un lato del poligono da i suoi conterminali: e come il poligono rivoltato sopra un piano stampa con i toccamenti conseguenti de' suoi lati una linea retta eguale al suo perimetro, così il cerchio girato sopra un tal piano descrive con gl' infiniti suoi successivi contatti una linea retta egual alla propria circonferenza. Non so adesso, Sig. Simplicio, se i Signori Peripatetici, a i quali io ammetto, come verissimo concetto, il continuo esser divisibile in sempre divisibili, sì che continuando una tal divisione e suddivisione mai non si perverrebbe alla fine, si contenteranno di concedere a me, niuna delle tali loro divisioni esser l' ultima, come veramente non è, poichè sempre ve ne resta un' altra, ma bene l' ultima ed altissima esser quella che lo risolve in infiniti indivisibili, alla quale concedo che non si perverrebbe mai dividendo successivamente in

13. *non potrò con* — 21. *centomilesima* — 32. *perverebbe,* s —

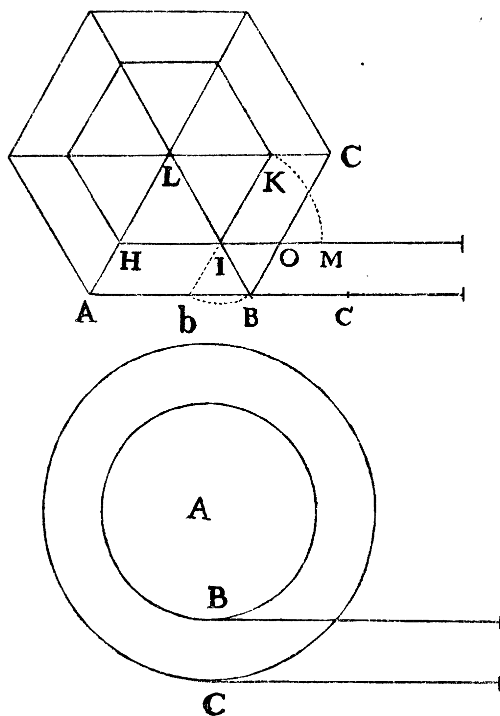
maggiore e maggior moltitudine di parti; ma servendosi della maniera che propongo io, di distinguere e risolvere tutta la infinità in un tratto solo (artifizio che non mi dovrebbe esser negato), crederei che dovessero quietarsi, ed ammetter questa composizione del continuo di atomi assolutamente indivisibili, e massime essendo questa una strada forse più d' ogni altra corrente per trarci fuori di molto intrigati laberinti, quali sono, oltre a quello già toccato della coerenza delle parti de i solidi, il comprender come stia il negozio della rarefazzione e della condensazione, senza incorrer per causa di quella nell' inconveniente di dovere ammettere spazii vacui, e per questa la penetrazione de i corpi: inconvenienti, che amendue mi pare ch' assai destramente vengano schivati con l'ammetter detta composizione d' indivisibili.

Simp. Io non so quello che i Peripatetici fusser per dire, atteso che le considerazioni fatte da voi credo che gli giugnerebbero per la maggior parte nuove, e come tali converrebbe esaminarle; e potrebbe accadere che quelli vi ritrovassero risposte e soluzioni potenti a sciorre quei nodi, che io, per la brevità del tempo e per la debolezza del mio ingegno, non saprei di presente risolvere. Però sospendendo per ora questa parte, sentirei ben volentieri come l' introduzzione di questi indivisibili faciliti l' intelligenza della condensazione e della rarefazzione, schivando nell' istesso tempo il vacuo e la penetrazion de i corpi.

Sagr. Sentirò io ancora con gran brama la medesima cosa, all' intelletto mio tanto oscura; con questo però, che io non rimanga defraudato di sentire, conforme a quello che poco fa disse il Sig. Simplicio, le ragioni d'Aristotele in confutazion del vacuo, ed in conseguenza le soluzioni che voi gli arrecate, come convien fare mentre voi ammettete quello che esso nega.

Salv. Faremo l' uno e l' altro. E quanto al primo, è necessario che, sì come in grazia della rarefazzione ci serviamo della linea descritta dal minor cerchio, maggiore della propria circonferenza, mentre vien mosso alla revoluzione del maggiore, così per intelligenza della condensazione mostriamo come alla conversione fatta dal minor cerchio il maggiore descriva una linea retta minore della sua circonferenza; per la cui più chiara esplicazione, porremo innanzi la considerazione di quello che accade ne i poligoni.

In una descrizzione simile a quell' altra, siano due essagoni circa il comune centro L, che siano questi ABC, HIK, con le linee parallele HOM, AB*c*, sopra le quali si abbiano a far le revoluzioni; e fermato l' angolo I del poligono minore, volgasi esso poligono sin che il lato IK caschi sopra la parallela, nel qual moto il punto K descriverà l' arco KM, e 'l lato KI si unirà con la parte IM: tra tanto bisogna vedere quel che farà il lato CB del poligono maggiore. E perchè il rivolgimento si fa sopra il punto I, la linea IB col termine suo B descriverà, tornando indietro, l' arco B*b* sotto alla parallela *c*A, tal che quando il lato KI si congiugnerà con la linea MI, il lato BC si unirà con la linea *bc*, con l' avanzarsi per l' innanzi solamente quanto è la parte B*c* e ritirando in dietro la parte suttesa all' arco B*b*, la quale vien sopraposta alla linea BA. Ed intendendo continuarsi nell' istesso modo la conversione fatta dal minor poligono, questo descriverà bene e passerà sopra la sua parallela una linea eguale al suo perimetro; ma il maggiore passerà una linea minore del suo perimetro la quantità di tante linee *b*B quanti sono uno manco de' suoi lati; e sarà tal linea prossimamente eguale alla descritta dal poligono minore, eccedendola solamente di quanto è la *b*B. Qui dunque senza veruna repugnanza si scorge la cagione per la quale il maggior poligono non trapassi (portato dal minore) con i suoi lati linea maggiore della passata dal minore; che è perchè una parte di ciascheduno de' lati si soprappone al suo precedente conterminale.



Ma se considereremo i due cerchi intorno al centro A, li quali sopra le lor parallele posino, toccando il minore la sua nel punto B, ed il maggiore la sua nel punto C, qui nel cominciar a far la revo-

29. *la linea* b*B* — 33. *ciascheduno si soprappone,* s —

luzione del minore non avverrà che il punto B resti per qualche tempo immobile, sì che la linea BC dando in dietro trasporti il punto C, come accadeva ne i poligoni, che restando fisso il punto I sin che il lato KI cadesse sopra la linea IM, la linea IB riportava in dietro il B, termine del lato CB, sino in *b*, onde il lato BC cadeva in *bc*, soprapponendo alla linea BA la parte B*b* e solo avanzandosi per l' innanzi la parte B*c*, eguale alla IM, cioè a un lato del poligono minore; per le quali soprapposizioni, che sono gli eccessi de i lati maggiori sopra i minori, gli avanzi che restano, eguali a i lati del minor poligono, vengono a comporre nell' intera revoluzione la linea retta eguale alla segnata e misurata dal poligono minore. Ma qui dico, che se noi vorremo applicare un simil discorso all' effetto de i cerchi, converrà dire, che dove i lati di qualsivoglia poligono son compresi da qualche numero, i lati del cerchio sono infiniti: quelli son quanti e divisibili; questi, non quanti e indivisibili: i termini de i lati del poligono nella revoluzione stanno per qualche tempo fermi, cioè ciascheduno tal parte del tempo di una intera conversione, qual parte esso è di tutto il perimetro; ne i cerchi similmente le dimore de' termini de' suoi infiniti lati son momentanee, perchè tal parte è un instante d' un tempo quanto, qual è un punto d' una linea, che ne contiene infiniti: i regressi in dietro fatti da i lati del maggior poligono sono non di tutto 'l lato, ma solamente dell' eccesso suo sopra 'l lato del minore, acquistando per l' innanzi tanto di spazio quanto è il detto minor lato; ne i cerchi il punto o lato C, nella quiete instantanea del termine B, si ritira in dietro quanto è il suo eccesso sopra 'l lato B, acquistando per l' innanzi quanto è il medesimo B: ed in somma gl' infiniti lati indivisibili del maggior cerchio con gl' infiniti indivisibili ritiramenti loro, fatti nell' infinite instantanee dimore de gl' infiniti termini de gl' infiniti lati del minor cerchio, e con i loro infiniti progressi, eguali a gl' infiniti lati di esso minor cerchio, compongono e disegnano una linea eguale alla descritta dal minor cerchio, contenente in sè infinite soprapposizioni non quante, che fanno una costipazione e condensazione senza veruna penetrazione di parti quante, quale non si può intendere farsi nella linea divisa in parti quante,

13. *dire, dove,* s. Così era stato scritto anche in G, ma GALILEO di suo pugno corresse *dire, che dove.* — 19. *momentanee, che tal,* s. Così si leggeva anche in G, ma GALILEO di sua mano corresse *che* in *perchè.* — 25. *si tira in dietro* —

quale è il perimetro di qualsivoglia poligono, il quale, disteso in linea retta, non si può ridurre in minor lunghezza se non col far che i lati si soprapponghino e penetrino l' un l' altro. Questa costipazione di parti non quante ma infinite, senza penetrazione di parti quante, e la prima distrazzione di sopra dichiarata de gl' infiniti indivisibili con l' interposizione di vacui indivisibili, credo che sia il più che dir si possa per la condensazione e rarefazzione de i corpi, senza necessità d' introdurre la penetrazione de i corpi e gli spazii quanti vacui. Se ci è cosa che vi gusti, fatene capitale; se no, reputatela vana, e 'l mio discorso ancora, e ricercate da qualche altro esplicazione di maggior quiete per l' intelletto. Solo queste due parole vi replico, che noi siamo tra gl' infiniti e gl' indivisibili.

Sagr. Che il pensiero sia sottile, ed a' miei orecchi nuovo e peregrino, lo confesso liberamente; se poi nel fatto stesso la natura proceda con tal ordine, non saprei che risolvermi: vero è che sin ch' io non sentissi cosa che maggiormente mi quietassi, per non rimaner muto affatto, m' atterrei a questa. Ma forse il Sig. Simplicio avrà (quello che sin qui non ho incontrato) modo di esplicare l' esplicazione che in materia così astrusa da i filosofi si arreca; chè in vero quel che sin qui ho letto circa la condensazione è per me così denso, e quel della rarefazzione così sottile, che la mia debol vista questo non comprende e quello non penetra.

Simp. Io son pieno di confusione, e trovo duri intoppi nell' un sentiero e nell' altro, ed in particolare in questo nuovo: perchè, secondo questa regola, un' oncia d' oro si potrebbe rarefare e distrarre in una mole maggiore di tutta la Terra, e tutta la Terra condensare e ridurre in minor mole di una noce, cose che io non credo, nè credo che voi medesimo crediate; e le considerazioni e dimostrazioni sin qui fatte da voi, come che son cose matematiche, astratte e separate dalla materia sensibile, credo che applicate alle materie fisiche e naturali non camminerebbero secondo coteste regole.

Salv. Che io vi sia per far vedere l' invisibile, nè io lo saprei fare, nè credo che voi lo ricerchiate; ma per quanto da i nostri sensi può esser compreso, già che voi avete nominato l' oro, non veggiam noi

8. *de i corpi o gli spazii*, s — 9. *se non, reputatela* — 11. *queste parole* — 13-14. *e pellegrino, lo* — 17. *a questo. Ma* — 18. *che in sin qui* — 20. *condensazione per me è così* — 27. *in mole d' una noce* —

farsi immensa distrazzione delle sue parti? Non so se vi sia occorso di veder le maniere che tengono gli artefici in condur l'oro tirato, il quale non è veramente oro se non in superficie, ma la materia interna è argento: ed il modo del condurlo è tale. Pigliano un cilindro, o volete dire una verga, d'argento, lunga circa mezzo braccio e grossa per tre o quattro volte il dito pollice, e questa indorano con foglie d'oro battuto, che sapete esser così sottile che quasi va vagando per l'aria, e di tali foglie ne soprappongono otto o dieci, e non più. Dorato che è, cominciano a tirarlo con forza immensa, facendolo passare per fori della filiera; e tornando a farlo ripassare molte e molte volte successivamente per fori più angusti, dopo molte e molte ripassate lo riducono alla sottigliezza d'un capello di donna, se non maggiore: e tuttavia resta dorato in superficie. Lascio ora considerare a voi quale sia la sottigliezza e distrazzione alla quale si è ridotta la sustanza dell'oro.

Simp. Io non veggo che da questa operazione venga in consequenza un assottigliamento della materia dell'oro da farne quelle maraviglie che voi vorreste: prima, perchè già la prima doratura fu di dieci foglie d'oro, che vengono a far notabile grossezza; secondariamente, se ben, nel tirare e assottigliar quell'argento, cresce in lunghezza, scema però anco tanto in grossezza, che, compensando l'una dimensione con l'altra, la superficie non si agumenta tanto, che per vestir l'argento di oro, bisogni ridurlo a sottigliezza maggiore di quella delle prime foglie.

Salv. V'ingannate d'assai, Sig. Simplicio, perchè l'accrescimento della superficie è sudduplo dell'allungamento, come io potrei geometricamente dimostrarvi.

Sagr. Io, e per me e per il Sig. Simplicio, vi pregherei a recarci tal dimostrazione, se però credete che da noi possa esser capita.

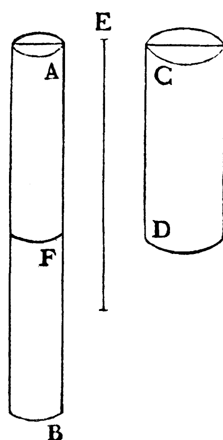
Salv. Vedrò se così improvisamente mi torna a memoria. Già è manifesto, che quel primo grosso cilindro d'argento ed il filo lunghissimo tirato sono due cilindri eguali, essendo l'istesso argento; tal

1. *farsi una immensa* — 1-2. *occorso il veder,* s. Così era stato scritto anche in G; ma *il* fu corretto, probabilmente da Galileo, in *di*. — 2. *veder la maniera che* — 10-11. *filiera, tornando ... angusti, sì che dopo,* s. Così si leggeva anche in G; ma Galileo corresse di suo pugno conforme abbiamo stampato nel testo. — 14. *a voi quanta sia* — 20. *cresce la lunghezza* — 27. *dimostrare* — 28. *Io, per me* —

che s' io mostrerò qual proporzione abbiano tra di loro le superficie de i cilindri eguali, averemo l' intento. Dico per tanto che:

Le superficie de i cilindri eguali, trattone le basi, son tra di loro in sudduplicata proporzione delle loro lunghezze.

Siano due cilindri eguali, l' altezze de i quali AB, CD, e sia la linea E media proporzionale tra esse: dico, la superficie del cilindro AB, trattone le basi, alla superficie del cilindro CD, trattone parimente le basi, aver la medesima proporzione che la linea AB alla linea E, che è suddupla della proporzione di AB a CD. Taglisi la parte del cilindro AB in F, e sia l' altezza AF eguale alla CD: e perchè le basi de' cilindri eguali rispondon contrariamente alle loro altezze, il cerchio base del cilindro CD al cerchio base del cilindro AB sarà come l'altezza BA alla DC; e perchè i cerchi son tra loro come i quadrati de i diametri, aranno detti quadrati la medesima proporzione che la BA alla CD; ma come BA a CD, così il quadrato BA al quadrato della E: son dunque tali quattro quadrati proporzionali; e però i lor lati ancora saranno proporzionali, e come la linea AB alla E, così il diametro del cerchio C al diametro del cerchio A. Ma come i diametri, così sono le circonferenze, e come le circonferenze così sono ancora le superficie de' cilindri egualmente alti: adunque come la linea AB alla E, così la superficie del cilindro CD alla superficie del cilindro AF. Perchè dunque l' altezza AF alla AB sta come la superficie AF alla superficie AB; e come l' altezza AB alla linea E, così la superficie CD alla AF; sarà, per la perturbata, come l' altezza AF alla E, così la superficie CD alla superficie AB: e convertendo, come la superficie del cilindro AB alla superficie del cilindro CD, così la linea E alla AF, cioè alla CD, o vero la AB alla E, che è proporzione suddupla della AB alla CD: che è quello che bisognava provare.



Ora, se noi applicheremo questo, che si è dimostrato, al nostro proposito, presupposto che quel cilindro d' argento, che fu dorato

1. *se io dimostrerò* — 2. In G manca *Dico per tanto che;* ma dopo *l'intento* erano state scritte altre parole, che furono accuratamente cancellate, com' è probabile da Galileo, e delle quali non si distinguono più che le prime (*Ma per più facile dimostrazzione la faremo...*). — 8. *che ha la linea* — 15. *aranno i detti* — 24. *alla linea E* — 27. *alla superficie AF* — 30. *alla linea AF* —

mentre non era più lungo di mezzo braccio e grosso tre o quattro volte più del dito pollice, assottigliato alla finezza d' un capello si sia allungato sino in venti mila braccia (che sarebbe anche più assai), troveremo, la sua superficie esser cresciuta dugento volte più di quello che era; ed in consequenza quelle foglie d' oro, che furon soprapposte dieci in numero, distese in superficie dugento volte maggiore, ci assicurano, l' oro, che cuopre la superficie delle tante braccia di filo, restar non più grosso che la ventesima parte d' una foglia dell' ordinario oro battuto. Considerate ora voi qual sia la sua sottigliezza, e se è possibile concepirla fatta senza una immensa distrazzione di parti, e se questa vi pare una esperienza che tenda anche ad una composizione d' infiniti indivisibili nelle materie fisiche: se ben di ciò non mancano altri più gagliardi e concludenti rincontri.

Sagr. La dimostrazione mi par tanto bella, che quando non avesse forza di persuader quel primo intento per il quale è stata prodotta (che pur mi par che ve l' abbia grande), ad ogni modo benissimo si è impiegato questo breve tempo che per sentirla si è speso.

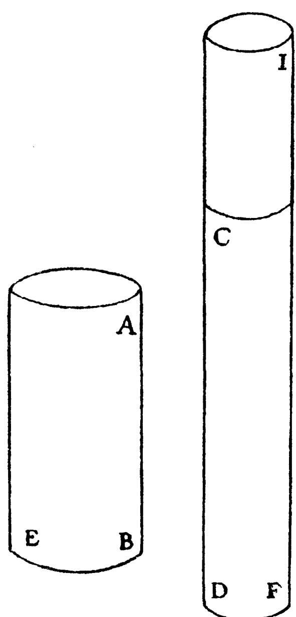
Salv. Già che veggo che gustate tanto di queste geometriche dimostrazioni, apportatrici di guadagni sicuri, vi dirò la compagna di questa, che sodisfà ad un quesito curioso assai. Nella passata aviamo quello che accaggia de i cilindri eguali, ma diversi di altezze o vero lunghezze: è ben sentire quello che avvenga a i cilindri eguali di superficie, ma diseguali d' altezze; intendendo sempre delle superficie sole che gli circondano intorno, cioè non comprendendo le due basi, superiore e inferiore. Dico dunque che:

I cilindri retti, le superficie de i quali, trattone le basi, siano eguali, hanno fra di loro la medesima proporzione che le loro altezze contrariamente prese.

Siano eguali le superficie de i due cilindri AE, CF, ma l' altezza di questo CD maggiore dell' altezza dell' altro AB: dico, il cilindro AE al cilindro CF aver la medesima proporzione che l' altezza CD alla AB. Perchè dunque la superficie CF è eguale alla superficie AE, sarà il cilindro CF minore dell' AE, perchè se li fusse eguale, la sua superficie, per la passata proposizione, sarebbe maggiore della superficie AE,

7. *superficie di tante* — 7-8. *filo, non restar più grosso* — 13. *concludenti incontri* — 20. *quesito assai curioso. Nella* — 21. *accaggia ne i prismi e cilindri eguali, ma di diverse altezze* — 22-23. *a' cilindri o prismi di superficie eguali, ma di diseguali altezze* — 26. *I prismi e cilindri* —

e molto più se il medesimo cilindro CF fusse maggiore dell'AE. Intendasi il cilindro ID eguale all'AE; adunque, per la precedente, la superficie del cilindro ID alla superficie dell'AE starà come l'altezza IF alla media tra IF, AB. Ma essendo, per il dato, la superficie AE eguale alla CF, ed avendo la superficie ID alla CF la medesima proporzione che l'altezza IF alla CD, adunque la CD è media tra le IF, AB; in oltre, essendo il cilindro ID eguale al cilindro AE, aranno amendue la medesima proporzione al cilindro CF: ma l'ID al CF sta come l'altezza IF alla CD: adunque il cilindro AE al cilindro CF arà la medesima proporzione che la linea IF alla CD, cioè che la CD alla AB, che è l'intento.



Di qui s'intende la ragione d'un accidente che non senza maraviglia vien sentito dal popolo; ed è, come possa essere che il medesimo pezzo di tela più lungo per un verso che per l'altro, se se ne facesse un sacco da tenervi dentro del grano, come si costuma fare con un fondo di tavola, terrà più servendoci per l'altezza del sacco della minor misura della tela e con l'altra circondando la tavola del fondo, che facendo per l'opposito: come se, v. g., la tela per un verso fusse sei braccia e per l'altro dodici, più terrà quando con la lunghezza di dodici si circondi la tavola del fondo, restando il sacco alto braccia sei, che se si circondasse un fondo di sei braccia, avendone dodici per altezza. Ora, da quello che si è dimostrato, alla generica notizia del capir più per quel verso che per questo, si aggiugne la specifica e particolare scienza del quanto ei contenga più; che è, che tanto più terrà quanto sarà più basso, e tanto meno quanto più alto: e così, nelle misure assegnate essendo la tela il doppio più lunga che larga, cucita per la lunghezza terrà la metà manco che per l'altro

3-4. *AE sarà come* — 18-19. *che per un altro, chi ne facesse* — 19-20. *si costumano fare*, s. Così era stato scritto anche in G; ma poi *costumano* fu corretto, probabilmente da Galileo, in *costuma.* — 20. Dapprima in G era stato scritto *servendomi,* che Galileo corresse, di suo pugno, in *servendosi.* — 21-22. *circondando l'asse del fondo* — 22. *l'opposito, cioè facendo il sacco più alto, ma più stretto: come* — 23-25. *verso fosse lunga 12 braccia e per l'altro 6, più terrà il sacco che con le 12 braccia circondi la tavola del fondo, restando alto 6 braccia, che se circondasse* — 28. *ei tenga più* — 29-30. *quanto più è alto* — 31. *larga, cucito per lunghezza* —

verso; e parimente avendo una stuoia, per fare una bugnola, lunga venticinque braccia e larga, v. g., sette, piegata per lo lungo terrà solamente sette misure di quelle che per l' altro verso ne terrebbe venticinque.

SAGR. E così con nostro gusto particolare andiamo continuamente acquistando nuove cognizioni curiose e non ignude di utilità. Ma nel proposito toccato adesso, veramente non credo che tra quelli che mancano di qualche cognizione di geometria se ne trovassero quattro per cento che non restassero a prima giunta ingannati, che quei corpi che da superficie eguali son contenuti, non fussero ancora in tutto eguali; sì come nell' istesso errore incorrono parlando delle superficie, che per determinar, come spesse volte accade, delle grandezze di diverse città, intera cognizione gli par d' averne qualunque volta sanno la quantità de i recinti di quelle, ignorando che può essere un recinto eguale a un altro, e la piazza contenuta da questo assai maggiore della piazza di quello: il che accade non solamente tra le superficie irregolari, ma tra le regolari, delle quali quelle di più lati son sempre più capaci di quelle di manco lati, sì che in ultimo il cerchio, come poligono di lati infiniti, è capacissimo sopra tutti gli altri poligoni di egual circuito; di che mi ricordo averne con gusto particolare veduta la dimostrazione studiando la Sfera del Sacrobosco con un dottissimo commentario sopra.

SALV. È verissimo: ed avendo io ancora incontrato cotesto luogo, mi dette occasione di ritrovare, come con una sola e breve dimostra-

11. *incorrono anco parlando* — 17. *regolari, tra le quali,* s. Così era stato scritto anche in G, ma GALILEO corresse di suo pugno *tra le* in *delle.* — 20-21. *mi ricordo con gusto particolare aver veduta* —

lin. 23 e seg. In luogo del tratto da *SALV. È verissimo* a *che si doveva dimostrare* (pag. 104, lin. 8) nel cod. G si legge, di mano del copista, il seguente brano, che fu cancellato da GALILEO:

SALV. È verissimo: ed avendo io ancora incontrato cotesto luogo, mi dette occasione di ritrovare, come con una sola e breve dimostrazzione si concluda, il cerchio esser maggiore di tutte le figure regolari isoperimetre.

SAGR. Ed io, che sento tanto diletto in certe dimostrazioni e proposizioni scelte e non triviali, importunandovi vi prego che me ne faciate [sic] *partecipe, e massime essendo* (*secondo che dite*) *breve.*

SALV. In pochissime parole mi spedisco. Siano il cerchio A ed il poligono regolare B isoperimetri: dico, il cerchio esser maggiore del poligono. Intendasi, intorno al cerchio esser descritto un poligono simile al B, e dal contatto d' uno de' suoi lati sia tirato il semidiametro AC: è manifesto, il cerchio A esser eguale al triangolo rettangolo, de' lati del quale che sono intorno all' angolo retto, uno sia eguale alla circonferenza, e l' altro al semidiametro AC;

zione si concluda, il cerchio esser maggiore di tutte le figure regolari isoperimetre; e, dell'altre, quelle di più lati, maggiori di quelle di manco.

Sagr. Ed io, che sento tanto diletto in certe proposizioni e dimostrazioni scelte e non triviali, importunandovi vi prego che me ne facciate partecipe.

Salv. In brevi parole vi spedisco, dimostrando il seguente teorema, cioè:

Il cerchio è medio proporzionale tra qualsivoglino due poligoni regolari tra di loro simili, de i quali uno gli sia circoscritto e l'altro gli sia isoperimetro. In oltre, essendo egli minore di tutti i circoscritti, è all' incontro massimo di tutti gl' isoperimetri. De i medesimi poi circoscritti, quelli che hanno più angoli son minori di quelli che ne hanno manco; ma all' incontro, de gl' isoperimetri quelli di più angoli son maggiori.

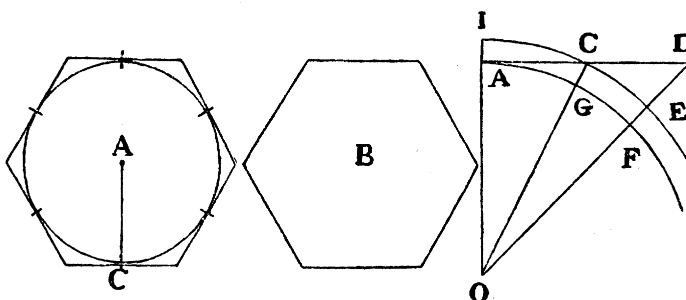
Delli due poligoni simili A, B sia l'A circoscritto al cerchio A, e l' altro B ad esso cerchio sia isoperimetro: dico, il cerchio esser medio proporzionale tra essi. Imperò che (tirato il semidiametro AC), essendo il cerchio eguale a quel triangolo rettangolo, de i lati del quale che sono intorno all' angolo retto, uno sia eguale al semidiametro AC e l' altro alla circonferenza; e similmente essendo il poligono A eguale

ma il poligono circoscritto esso ancora è eguale al triangolo rettangolo che intorno all' angolo retto abbia un lato eguale al suo perimetro, e l' altro al semidiametro medesimo AC: adunque il poligono circonscritto ha al cerchio la medesima proporzione che il suo perimetro alla circonferenza del cerchio, cioè al perimetro del poligono B, che si pone eguale alla detta circonferenza. Ma il circonscritto al suo simile poligono B ha doppia proporzione di quella che ha il suo perimetro al perimetro del poligono B; adunque il cerchio è proporzionale di mezzo tra li due poligoni: ma il poligono circonscritto è maggiore del cerchio: adunque il cerchio è maggior del poligono B.

A questo brano cancellato Galileo sostituì, sempre nel cod. G, su di una carta aggiunta e scritta tutta di suo pugno, una seconda stesura, che differisce da quella della stampa soltanto per le seguenti varianti: pag. 101, lin. 23 — pag. 102, lin. 3, *cotesto luogo, e parendomi che il tutto assai più succintamente si potesse dimostrare, sotto una sola dimostrazione lo ridussi, con illazioni molto da quelle differenti. Sagr. Ed io, che sento*; pag. 102, lin. 4, *scielte*; lin. 7-8, *cioè che: Il cerchio*; lin. 11, *tutti i suoi isoperimetri*; lin. 16, *l' altro B al medesimo cerchio*; lin. 16–17, *esser tra essi medio proporzionale. Imperò che*; lin. 20, *alla sua circonferenza; e similmente essendo il poligono circoscritto eguale*; pag. 103, lin. 2–4, *al perimetro suo medesimo; è manifesto*; lin. 12, *al poligono B ha duplicata proporzione*; lin. 15, *maggiore dell' inscritto cerchio A*; lin. 15–16, *cerchio esser*; lin. 16, *in conseguenza*; lin. 17, *poligoni suoi*; lin. 20, *ma all' incontro*; lin. 23, *pongasi AD esser, per esempio, la metà*; lin. 25, *e, centro O, con l' intervallo*; pag. 104, lin. 1–2, *pentagono isoperimetro*; lin. 2-3, *ettagono; mentre si è provato*; lin. 7-8, *ettagono: il che bisognava dimostrare.*

S' avverta ancora che a pag. 103, lin. 35, l' edizione originale legge *Intendosi*, corretto, nella *Tavola de gli errori della stampa* la quale è appiè dell' edizione stessa, in *Intendasi*, e che noi abbiamo rettificato, conforme alla stesura autografa, in *Intendansi*.

al triangolo rettangolo, che intorno all' angolo retto ha uno de i lati eguale alla medesima retta AC, e l' altro al perimetro del medesimo poligono; è manifesto, il circoscritto poligono aver al cerchio la medesima proporzione che ha il suo perimetro alla circonferenza di esso cerchio, cioè al perimetro del poligono B, che alla circonferenza detta si pone eguale: ma il poligono A al B ha doppia proporzione che 'l suo perimetro al perimetro di B (essendo figure simili): adunque il cerchio A è medio proporzionale tra i due poligoni A, B. Ed essendo il poligono A maggior del cerchio A, è manifesto, esso cerchio A esser maggiore del poligono B, suo isoperimetro, ed in consequenza massimo di tutti i poligoni regolari suoi isoperimetri.



Quanto all' altra parte, cioè di provare che de i poligoni circoscritti al medesimo cerchio, quello di manco lati sia maggior di quello di più lati; ma che all' incontro, de i poligoni isoperimetri quello di più lati sia maggiore di quello di manco lati; dimostreremo così. Nel cerchio, il cui centro O, semidiametro OA, sia la tangente AD, ed in essa pongasi, per esempio, AD esser la metà del lato del pentagono circoscritto, ed AC metà del lato dell' ettagono, e tirinsi le rette OGC, OFD, e, centro O, intervallo OC, descrivasi l' arco ECI. E perchè il triangolo DOC è maggiore del settore EOC, e 'l settore COI maggiore del triangolo COA, maggior proporzione arà il triangolo DOC al triangolo COA, che 'l settore EOC al settore COI, cioè che 'l settore FOG al settore GOA; e componendo e permutando, il triangolo DOA al settore FOA arà maggior proporzione che il triangolo COA al settore GOA, e dieci triangoli DOA a dieci settori FOA aranno maggior proporzione che quattordici triangoli COA a quattordici settori GOA, cioè il pentagono circoscritto arà maggior proporzione al cerchio che non gli ha l' ettagono; e però il pentagono sarà maggior dell' ettagono. Intendansi ora un ettagono ed un pentagono isoperimetri al medesimo cerchio: dico, l' ettagono esser maggior del pentagono. Imperò che, essendo l' istesso cerchio medio

proporzionale tra 'l pentagono circoscritto e 'l pentagono suo isoperimetro, e parimente medio tra 'l circoscritto e l' isoperimetro ettagono; essendosi provato, il circoscritto pentagono esser maggiore del circoscritto ettagono; avrà esso pentagono maggior proporzione al cerchio che l' ettagono, cioè il cerchio arà maggior proporzione al suo isoperimetro pentagono che all' isoperimetro ettagono: adunque il pentagono è minore dell' isoperimetro ettagono: che si doveva dimostrare.

SAGR. Gentilissima dimostrazione e molto acuta [1]. Ma dove siamo trascorsi a ingolfarci nella geometria? mentre eramo su 'l considerare le difficoltà promosse dal Sig. Simplicio, che veramente son di gran considerazione; ed in particolare quella della condensazione mi par durissima.

SALV. Se la condensazione e la rarefazzione son moti opposti, dove si vegga una immensa rarefazzione, non si potrà negare una non men grandissima condensazione; ma rarefazzioni immense, e, quel che accresce la maraviglia, quasi che momentanee, le veggiamo noi tutto 'l giorno. E quale sterminata rarefazzione è quella di una poca quantità di polvere d' artiglieria, risoluta in una mole vastissima di fuoco? e quale, oltre a questa, l' espansione, direi quasi senza termine, della sua luce? E se quel fuoco e questo lume si riunissero insieme, che pur non è impossibile, poichè dianzi stettero dentro quel piccolo spazio, qual condensamento sarebbe questo? Voi, discorrendo, troverete mille di tali rarefazzioni, che sono molto più in pronto ad esser osservate che le condensazioni, perchè le materie dense son più trattabili e sottoposte a i nostri sensi, che ben maneggiamo le legne

9. *dimostrazzione. Ma dove* — 12-13. *condensazione, che mi par* — 14. *e rarefazzione* — 16-17. *che più accresce* — 20. *quale è, oltre* — 25. In G il copista scrisse *perchè le materie dure son;* GALILEO aggiunse di suo pugno *e dense* dopo *dure.* —

---

[1] Dopo *e molto acuta* GALILEO aggiunse all' edizione originale, sull' esemplare del quale parliamo nell'Avvertimento, quanto appresso:

e che ritiene una quasi contradizion nel primo aspetto; poichè la cagione dell' esser il poligono di più lati maggior del suo isoperimetro di manco lati, proviene dall' esser il circonscritto di più lati minor del circonscritto di manco lati.

e le vediamo risolvere in fuoco e in luce, ma non così veggiamo il fuoco e 'l lume condensarsi a costituire il legno; veggiamo i frutti, i fiori e mille altre solide materie risolversi in gran parte in odori, ma non così osserviamo gli atomi odorosi concorrere alla costituzione de i solidi odorati. Ma dove manca la sensata osservazione, si deve supplir col discorso, che basterà per farci capaci non men del moto alla rarefazzione e resoluzione de i solidi, che alla condensazione delle sustanze tenui e rarissime. In oltre, noi trattiamo come si possa far la condensazione e rarefazzione de i corpi che si possono rarefare e condensare, specolando in qual maniera ciò possa esser fatto senza l' introduzzion del vacuo e della penetrazione de i corpi; il che non esclude che in natura possano esser materie che non ammettono tali accidenti, ed in consequenza non danno luogo a quelli che voi chiamate inconvenienti e impossibili. E finalmente, Sig. Simplicio, io, in grazia di voi altri, Signori filosofi, mi sono affaticato in specolare come si possa intendere, farsi la condensazione e la rarefazzione senza ammetter la penetrazione de i corpi e l' introduzzione de gli spazii vacui, effetti da voi negati ed aborriti; che quando voi gli voleste concedere, io non vi sarei così duro contradittore. Però, o ammettete questi inconvenienti, o gradite le mie specolazioni, o trovatene di più aggiustate.

Sagr. Alla negativa della penetrazione son io del tutto con i filosofi peripatetici. A quella del vacuo vorrei sentir ben ponderare la dimostrazione d'Aristotele, con la quale ei l' impugna, e quello che voi, Sig. Salviati, gli opponete. Il Sig. Simplicio mi farà grazia di arrecar puntualmente la prova del Filosofo, e voi, Sig. Salviati, la risposta.

Simp. Aristotele, per quanto mi sovviene, insurge contro alcuni antichi, i quali introducevano il vacuo come necessario per il moto, dicendo che questo senza quello non si potrebbe fare. A questo contrapponendosi Aristotele, dimostra che, all' opposito, il farsi (come veggiamo) il moto distrugge la posizione del vacuo; e 'l suo progresso è tale. Fa due supposizioni: l' una è di mobili diversi in gravità, mossi nel medesimo mezzo; l' altra è dell' istesso mobile mosso

1-2. *il fuoco, il lume* — 2-3. *i frutti, e' fiori* — 6-7. *moto della rarefazione ... solidi, che della condensazione* — 12. *natura possono esser ... non amettano* [sic] *tali* — 17. *introduzzione di spazii* — 23. *sentir ponderar bene la* —

in diversi mezzi. Quanto al primo, suppone che mobili diversi in gravità si muovano nell' istesso mezzo con diseguali velocità, le quali mantengano tra di loro la medesima proporzione che le gravità; sì che, per esempio, un mobile dieci volte più grave di un altro si muova dieci volte più velocemente. Nell' altra posizione piglia che le velocità del medesimo mobile in diversi mezzi ritengano tra di loro la proporzione contraria di quella che hanno le grossezze o densità di essi mezzi; talmente che, posto, v. g., che la crassizie dell' acqua fusse dieci volte maggiore di quella dell' aria, vuole che la velocità nell' aria sia dieci volte più che la velocità nell' acqua. E da questo secondo supposto trae la dimostrazione in cotal forma: Perchè la tenuità del vacuo supera d' infinito intervallo la corpulenza, ben che sottilissima, di qualsivoglia mezzo pieno, ogni mobile che nel mezzo pieno si movesse per qualche spazio in qualche tempo, nel vacuo dovrebbe muoversi in uno instante; ma farsi moto in uno instante è impossibile; adunque darsi il vacuo in grazia del moto è impossibile.

SALV. L' argomento si vede che è *ad hominem,* cioè contro a quelli che volevano il vacuo come necessario per il moto: che se io concederò l' argomento come concludente, concedendo insieme che nel vacuo non si farebbe il moto, la posizion del vacuo, assolutamente presa e non in relazione al moto, non vien destrutta. Ma per dire quel che per avventura potrebber rispondere quegli antichi, acciò meglio si scorga quanto concluda la dimostrazione d'Aristotele, mi par che si potrebbe andar contro a gli assunti di quello, negandogli amendue. E quanto al primo, io grandemente dubito che Aristotele non sperimentasse mai quanto sia vero che due pietre, una più grave dell' altra dieci volte, lasciate nel medesimo instante cader da un' altezza, v. g., di cento braccia, fusser talmente differenti nelle lor velocità, che all' arrivo della maggior in terra, l' altra si trovasse non avere nè anco sceso dieci braccia.

SIMP. Si vede pure dalle sue parole ch' ei mostra d' averlo sperimentato, perchè ei dice: *Veggiamo il più grave;* or quel *vedersi* accenna l' averne fatta l' esperienza.

SAGR. Ma io, Sig. Simplicio, che n' ho fatto la prova, vi assicuro

16. *darsi vacuo* — 20. *farebbe moto* — 24. *contro gli* — 27. In G il copista scrisse *lasciate in medesimo,* che GALILEO corresse di sua mano in *lasciate in un medesimo.* — 32. *grave etc.; or* — 33. *l' aver fatta* — 34. *ne ho fatta la* —

che una palla d' artiglieria, che pesi cento, dugento e anco più libbre, non anticiperà di un palmo solamente l' arrivo in terra della palla d' un moschetto, che ne pesi una mezza, venendo anco dall' altezza di dugento braccia.

Salv. Ma, senz' altre esperienze, con breve e concludente dimostrazione possiamo chiaramente provare, non esser vero che un mobile più grave si muova più velocemente d' un altro men grave, intendendo di mobili dell' istessa materia, ed in somma di quelli de i quali parla Aristotele. Però ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete che di ciascheduno corpo grave cadente sia una da natura determinata velocità, sì che accrescergliela o diminuirgliela non si possa se non con usargli violenza o opporgli qualche impedimento.

Simp. Non si può dubitare che l' istesso mobile nell' istesso mezzo abbia una statuita e da natura determinata velocità, la quale non se gli possa accrescere se non con nuovo impeto conferitogli, o diminuirgliela salvo che con qualche impedimento che lo ritardi.

Salv. Quando dunque noi avessimo due mobili, le naturali velocità de i quali fussero ineguali, è manifesto che se noi congiugnessimo il più tardo col più veloce, questo dal più tardo sarebbe in parte ritardato, ed il tardo in parte velocitato dall' altro più veloce. Non concorrete voi meco in quest' opinione?

Simp. Parmi che così debba indubitabilmente seguire.

Salv. Ma se questo è, ed è insieme vero che una pietra grande si muova, per esempio, con otto gradi di velocità, ed una minore con quattro, adunque, congiugnendole amendue insieme, il composto di loro si moverà con velocità minore di otto gradi: ma le due pietre, congiunte insieme, fanno una pietra maggiore che quella prima, che si moveva con otto gradi di velocità: adunque questa maggiore si muove men velocemente che la minore [1]; che è contro alla

7-8. *intendendo de mobili* — 11. *sì che l' accrescergliela,* s. In G era stato scritto dal copista *sì che accelerargliela,* e Galileo corresse di suo pugno *accelerargliela* in *accresciergliela.* — 19-20. In G era stato scritto dal copista: *questo sarebbe in parte ritardato dal più tardo, ed il medesimo in parte velocitato dal più veloce.* Galileo aggiunse, di suo pugno, *veloce* dopo *questo,* e corresse *medesimo* in *più tardo.* —

[1] In luogo di *adunque questa maggiore si muove men velocemente che la minore,* che si legge nel cod. G e nell' edizione originale, Galileo, sull' esemplare di questa edizione del quale parliamo nell' Avvertimento, sostituì:

adunque questo composto (che pure è maggiore che quella prima sola) si muoverà più tardamente che la prima sola, che è minore.

vostra supposizione. Vedete dunque come dal suppor che 'l mobile più grave si muova più velocemente del men grave, io vi concludo, il più grave muoversi men velocemente.

Simp. Io mi trovo avviluppato, perchè mi par pure che la pietra minore aggiunta alla maggiore le aggiunga peso, e, aggiugnendole peso, non so come non debba aggiugnerle velocità, o almeno non diminuirgliela.

Salv. Qui commettete un altro errore, Sig. Simplicio, perchè non è vero che quella minor pietra accresca peso alla maggiore.

Simp. Oh, questo passa bene ogni mio concetto.

Salv. Non lo passerà altrimente, fatto ch' io v' abbia accorto dell' equivoco nel quale voi andate fluttuando: però avvertite che bisogna distinguere i gravi posti in moto da i medesimi costituiti in quiete. Una gran pietra messa nella bilancia non solamente acquista peso maggiore col soprapporgli un' altra pietra, ma anco la giunta di un pennecchio di stoppa la farà pesar più quelle sei o dieci once che peserà la stoppa; ma se voi lascerete liberamente cader da un' altezza la pietra legata con la stoppa, credete voi che nel moto la stoppa graviti sopra la pietra, onde gli debba accelerar il suo moto, o pur credete che ella la ritarderà, sostenendola in parte? Sentiamo gravitarci su le spalle mentre vogliamo opporci al moto che farebbe quel peso che ci sta addosso; ma se noi scendessimo con quella velocità che quel tal grave naturalmente scenderebbe, in che modo volete che ci prema e graviti sopra? Non vedete che questo sarebbe un voler ferir con la lancia colui che vi corre innanzi con tanta velocità, con quanta o con maggiore di quella con la quale voi lo seguite? Concludete pertanto che nella libera e naturale caduta la minor pietra non gravita sopra la maggiore, ed in consequenza non le accresce peso, come fa nella quiete.

Simp. Ma chi posasse la maggior sopra la minore?

5-6. Nell' edizione originale era stato stampato *maggiore gli aggiunga* ... *aggiugnendogli* ... *aggiugnerli;* e nella *Tavola de gli errori della stampa,* che è in fine dell' edizione stessa, *gli* fu corretto, queste tre volte, in *le.* Non così invece a lin. 15 (*soprapporgli*), e altrove. In G si legge *maggiore gli aggiunga* ... *aggiungendoli* ... *aggiungerli.* — 9. *pietra aggiunga peso* — 13. *medesimi posti in* — 14. *Una pietra,* s. Così era stato scritto anche in G; ma Galileo aggiunse, di suo pugno, *gran.* — 15-16. *anco l'aggiunta d' un* — 16. *quelle 8 o 10 oncie* — 26-27. *voi la* [sic] *seguitate? Concludete* — 29. L' edizione originale ha *gli accresce* e, a pag. 109, lin. 1, *Gli accrescerebbe,* e nella *Tavola de gli errori della stampa* è indicato, per tutt' e due i luoghi, di correggere *gli* in *le.* In G si legge *gli accresce* e *Gli accrescerebbe,* e nel primo passo *gli* è aggiunto di mano di Galileo stesso. —

Salv. Le accrescerebbe peso, quando il suo moto fusse più veloce: ma già si è concluso che quando la minore fusse più tarda, ritarderebbe in parte la velocità della maggiore, tal che il lor composto si moverebbe men veloce, essendo maggiore dell' altra; che è contro al vostro assunto. Concludiamo per ciò, che i mobili grandi e i piccoli ancora, essendo della medesima gravità in spezie, si muovono con pari velocità.

Simp. Il vostro discorso procede benissimo veramente: tuttavia mi par duro a credere che una lagrima di piombo si abbia a muover così veloce come una palla d' artiglieria.

Salv. Voi dovevi dire, un grano di rena come una macina da guado. Io non vorrei, Sig. Simplicio, che voi faceste come molt' altri fanno, che, divertendo il discorso dal principale intento, vi attaccaste a un mio detto che mancasse dal vero quant' è un capello, e che sotto questo capello voleste nasconder un difetto d' un altro, grande quant' una gomona da nave. Aristotele dice: « Una palla di ferro di cento libbre, cadendo dall' altezza di cento braccia, arriva in terra prima che una di una libbra sia scesa un sol braccio »; io dico ch' ell' arrivano nell' istesso tempo; voi trovate, nel farne l' esperienza, che la maggiore anticipa due dita la minore, cioè che quando la grande percuote in terra, l' altra ne è lontana due dita: ora vorreste dopo queste due dita appiattare le novantanove braccia d'Aristotele, e parlando solo del mio minimo errore, metter sotto silenzio l' altro massimo. Aristotele pronunzia che mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovono (per quanto depende dalla gravità) con velocitadi proporzionate a i pesi loro, e l' esemplifica con mobili ne i quali si possa scorgere il puro ed assoluto effetto del peso, lasciando l' altre considerazioni sì delle figure come de i minimi momenti, le quali cose grande alterazione ricevono dal mezzo, che altera il semplice effetto della sola gravità: che perciò si vede l' oro, gravissimo sopra tutte l' altre materie, ridotto in una sottilissima foglia andar vagando per aria; l' istesso fanno i sassi pestati in sottilissima polvere. Ma se voi volete mantenere la proposizione universale, bisogna che voi mostriate, la

4-5. *contro 'l vostro* — 11. *grano d'arena come* — 12. *come alcuni altri fanno,* s. In G era stato scritto *come altri fanno,* e Galileo aggiunse di suo pugno *molt'*. — 18-19. *io dico che le arivano* [sic] *in un istesso* — 19. *nel farne l' esperienza* manca nella stampa. In G è stato aggiunto di mano di Galileo. — 21. *dita: voi ora,* s. In G si leggeva pure così, ma *voi* fu cancellato, probabilmente da Galileo. — *ora vorrete doppo queste* — 30-31. *tutte le materie* —

proporzione delle velocità osservarsi in tutti i gravi, e che un sasso di venti libbre si muova dieci volte più veloce che uno di due; il che vi dico esser falso, e che, cadendo dall' altezza di cinquanta o cento braccia, arrivano in terra nell' istesso momento.

Simp. Forse da grandissime altezze di migliaia di braccia seguirebbe quello che in queste altezze minori non si vede accadere.

Salv. Se Aristotele avesse inteso questo, voi gli addossereste un altro errore, che sarebbe una bugia; perchè, non si trovando in terra tali altezze perpendicolari, chiara cosa è che Aristotele non ne poteva aver fatta esperienza: e pur ci vuol persuadere d' averla fatta, mentre dice che tale effetto si vede.

Simp. Aristotele veramente non si serve di questo principio, ma di quell' altro, che non credo che patisca queste difficoltà.

Salv. E l' altro ancora non è men falso di questo; e mi maraviglio che per voi stesso non penetriate la fallacia, e che non v' accorghiate che quando fusse vero che l' istesso mobile in mezzi di differente sottilità e rarità, ed in somma di diversa cedenza, quali, per esempio, son l' acqua e l' aria, si movesse con velocità nell' aria maggiore che nell' acqua secondo la proporzione della rarità dell' aria a quella dell' acqua, ne seguirebbe che ogni mobile che scendesse per aria, scenderebbe anco nell' acqua: il che è tanto falso, quanto che moltissimi corpi scendono nell' aria, che nell' acqua non pur non descendono, ma sormontano all' in su.

Simp. Io non intendo la necessità della vostra consequenza; e più dirò che Aristotele parla di quei mobili gravi che descendono nell' un mezzo e nell' altro, e non di quelli che scendono nell' aria, e nell' acqua vanno all' in su.

Salv. Voi arrecate per il Filosofo di quelle difese che egli assolutamente non produrrebbe, per non aggravar il primo errore. Però

7. Il cod. G legge: *Salv. Se Aristotile avesse inteso questo, voi gli addossereste 2 altri errori; ed io di 3 gliene levo 2, perchè veramente non gli commette. L'uno de i 2 sarebbe una bugia; perchè* ecc., come nella stampa (lin. 8 e seg.); e dopo *si vede* (lin. 11) aggiunge: *L'altro errore sarebbe che, introducendo egli queste considerazioni di proporzioni di velocità, che accascano ne i mezi pieni, per venir poi a mostrar l'inconveniente che seguirebbe dal mantenerle ne i mezzi vacui, non si trovando quelle fuorchè ne i mezzi di smisurate profondità di migliaia di braccia, non potrebbe concluder altro se non che simili immensi spazii vacui non si trovano in natura o almeno non si trovano dove i gravi hanno per costume di moversi; conclusione che gli sarebbe, per quanto stimo, conceduta da i filosofi antichi ed anco da i moderni;* dopo di che séguita, come nella stampa (lin. 12): *Simp. Aristotele veramente* ecc. — 10. *aver fatto esperienza* — 22. *scendono per l' aria* —

ditemi se la corpulenza dell' acqua, o quel che si sia che ritarda il moto, ha qualche proporzione alla corpulenza dell' aria, che meno lo ritarda; ed avendola, assegnatela a vostro beneplacito.

Simp. Halla, e ponghiamo ch' ella sia in proporzione decupla; e che però la velocità di un grave che descenda in amendue gli elementi, sarà dieci volte più tardo nell' acqua che nell' aria.

Salv. Piglio adesso un di quei gravi che vanno in giù nell' aria, ma nell' acqua no, qual sarebbe una palla di legno, e vi domando che voi gli assegniate qual velocità più vi piace, mentre scende per aria.

Simp. Ponghiamo che ella si muova con venti gradi di velocità.

Salv. Benissimo. Ed è manifesto che tal velocità a qualche altra minore può aver la medesima proporzione che la corpulenza dell' acqua a quella dell' aria, e che questa sarà la velocità di due soli gradi; tal che veramente, a filo e a dirittura, conforme all' assunto d'Aristotele, si doverebbe concludere che la palla di legno, che nell' aria, dieci volte più cedente dell' acqua, si muove scendendo con venti gradi di velocità, nell' acqua dovrebbe scendere con due, e non venir a galla dal fondo, come fa: se già voi non voleste dire che nell' acqua il venir ad alto, nel legno, sia l' istesso che 'l calare a basso con due gradi di velocità; il che non credo. Ma già che la palla del legno non cala al fondo, credo pure che mi concederete che qualche altra palla d' altra materia, diversa dal legno, si potrebbe trovare, che nell' acqua scendesse con due gradi di velocità.

Simp. Potrebbesi senza dubbio, ma di materia notabilmente più grave del legno.

Salv. Questo è quel ch' io vo cercando. Ma questa seconda palla, che nell' acqua descende con due gradi di velocità, con quanta velocità descenderà nell' aria? Bisogna (se volete servar la regola d'Aristotele) che rispondiate che si moverà con venti gradi: ma venti gradi di velocità avete voi medesimo assegnati alla palla di legno: adunque questa e l' altra assai più grave si moveranno per l' aria con egual velocità. Or come accorda il Filosofo questa conclusione con l' altra sua, che i mobili di diversa gravità nel medesimo mezzo si muovano con diverse velocità, e diverse tanto quanto le gravità loro? Ma senza molto profonde contemplazioni, come avete voi fatto a non

4. *che la sia* — 5. *che descende in* — 7. *Salv. Pigliamo adeso* [sic] — 34. *si muovono* —

osservar accidenti frequentissimi e palpabilissimi, e non badare a due corpi che nell' acqua si moveranno l' uno cento volte più velocemente dell' altro, ma che nell' aria poi quel più veloce non supererà l' altro di un sol centesimo? come, per esempio, un uovo di marmo scenderà nell' acqua cento volte più presto che alcuno di gallina, che per l' aria nell' altezza di venti braccia non l' anticiperà di quattro dita; ed in somma tal grave andrà al fondo in tre ore in dieci braccia d' acqua, che in aria le passerà in una battuta o due di polso, e tale (come sarebbe una palla di piombo) le passerà in tempo facilmente men che doppio [1]. E qui so ben, Sig. Simplicio, che voi comprendete che non ci ha luogo distinzione o risposta veruna. Concludiamo per tanto, che tale argomento non conclude nulla contro al vacuo; e quando concludesse, distruggerebbe solamente gli spazii notabilmente grandi, quali nè io nè credo che quelli antichi supponessero naturalmente darsi, se ben forse con violenza si possan fare, come par che da varie esperienze si raccolga, le quali troppo lungo sarebbe il voler al presente arrecare.

SAGR. Vedendo che il Sig. Simplicio tace, piglierò io campo di dire alcuna cosa. Già che assai apertamente avete dimostrato, come non è altrimenti vero che mobili disegualmente gravi si muovano nel medesimo mezzo con velocità proporzionate alle gravità loro, ma con eguale, intendendo de i gravi dell' istessa materia o vero dell' istessa gravità in specie, ma non già (come credo) di gravità differenti in specie (perchè non penso che voi intendiate di concluderci ch' una

1. *osservare certi accidenti frequentissimi, e non badare* — 5. *che alcuni di* — 12. *per tanto, tale argomento non concluder nulla* —

---

[1] In luogo di *e tale (come sarebbe una palla di piombo) le passerà in tempo facilmente men che doppio,* che si legge in G e nell' edizione originale, GALILEO, sull' esemplare di questa del quale parliamo nell'Avvertimento, sostituì:

dalla quale esperienza seguirebbe che la densità dell' acqua superasse a più di mille doppi quella dell' aria: ed all' incontro, un altro corpo (qual sarebbe una palla di piombo) passerà nell' acqua le medesime 10 braccia in tempo per avventura poco più che doppio del tempo nel quale passerà altrettanto spazio per l' aria; talchè da questa seconda esperienza si dovrebbe concludere che la densità dell' acqua fosse poco più che doppia di quella dell' aria.

palla di sughero si muova con pari velocità ch' una di piombo); ed avendo, di più, dimostrato molto chiaramente, come non è vero che 'l medesimo mobile in mezzi di diverse resistenze ritenga nelle velocità e tardità sue la medesima proporzione che le resistenze; a me sarebbe cosa gratissima il sentire, quali siano le proporzioni che nell' un caso e nell' altro vengono osservate.

Salv. I quesiti son belli, ed io ci ho molte volte pensato: vi dirò il discorso fattoci attorno, e quello che ne ho in ultimo ritratto. Dopo essermi certificato, non esser vero che il medesimo mobile in mezzi di diversa resistenza osservi nella velocità la proporzione delle cedenze di essi mezzi; nè meno che nel medesimo mezzo mobili di diversa gravità ritengano nelle velocità loro la proporzione di esse gravità (intendendo anco delle gravità diverse in specie); cominciai a comporre insieme amendue questi accidenti, avvertendo quello che accadesse de i mobili differenti di gravità posti in mezzi di diverse resistenze: e m' accorsi, le disegualità delle velocità trovarsi tuttavia maggiori ne i mezzi più resistenti che ne i più cedenti, e ciò con diversità tali, che di due mobili che scendendo per aria pochissimo differiranno in velocità di moto, nell' acqua l' uno si moverà dieci volte più veloce dell' altro; anzi che tale che nell' aria velocemente descende, nell' acqua non solo non scenderà, ma resterà del tutto privo di moto, e, quel che è più, si moverà all' in su: perchè si potrà tal volta trovare qualche sorte di legno, o qualche nodo o radica di quello, che nell' acqua potrà stare in quiete, che nell' aria velocemente descenderà.

Sagr. Io più volte mi son messo con una estrema flemma per veder di ridurre una palla di cera, che per sè stessa non va a fondo, con l' aggiugnergli grani di rena, a segno tale di gravità simile all' acqua, che nel mezzo di quella si fermasse; nè mai, per diligenza usata, mi successe il poterlo conseguire: onde non so se altra materia solida si ritrovi tanto naturalmente simile in gravità all' acqua, che, posta in essa, in ogni luogo potesse fermarsi.

Salv. Sono in questo, come in mille altre operazioni, assai più diligenti molti animali, che non siamo noi altri. E nel vostro caso i pesci vi arebber potuto porger qualche documento, essendo in questo esercizio così dotti, che ad arbitrio loro si equilibrano non solo

23. *o radice di —*

con un' acqua, ma con differenti notabilmente o per propria natura o per una sopravvenente torbida o per salsedine, che fa differenza assai grande; si equilibrano, dico, tanto esattamente, che senza punto muoversi restano in quiete in ogni luogo; e ciò, per mio credere, fanno eglino servendosi dello strumento datogli dalla natura a cotal fine, cioè di quella vescichetta che hanno in corpo, la quale per uno assai angusto meato risponde alla lor bocca, e per quello a posta loro o mandano fuori parte dell' aria che in dette vesciche si contiene, o, venendo col nuoto a galla, altra ne attraggono, rendendosi con tale arte or più or meno gravi dell' acqua, ed a lor beneplacito equilibrandosegli.

Sagr. Io con un altro artifizio ingannai alcuni amici, appresso i quali mi ero vantato di ridurre quella palla di cera al giusto equilibrio con l' acqua; ed avendo messo nel fondo del vaso una parte di acqua salata, e sopra quella della dolce, mostrai loro la palla che a mezz' acqua si fermava, e spinta nel fondo o sospinta ad alto nè in questo nè in quel sito restava, ma ritornava nel mezzo.

Salv. Non è cotesta esperienza priva di utilità: perchè trattandosi da i medici in particolare delle diverse qualità di acque, e tra l' altre principalmente della leggerezza o gravità più di questa che di quella, con una simil palla, aggiustata sì che resti ambigua, per così dire, tra lo scendere e 'l salire in un' acqua, per minima che sia la differenza di peso tra due acque, se, in una, tal palla scenderà, nell' altra, che sia più grave, salirà; ed è talmente esatta cotale esperienza, che la giunta di due grani di sale solamente, che si mettino in sei libbre d' acqua, farà risalire dal fondo alla superficie quella palla che vi era pur allora scesa. E più vi voglio dire, in confermazione dell' esattezza di questa esperienza ed insieme per chiara prova della nulla resistenza dell' acqua all' esser divisa, che non solamente l' ingravirla, con la mistione di qualche materia più grave di lei, induce tanto notabil differenza, ma il riscaldarla o raffreddarla un poco produce il medesimo effetto, e con sì sottile operazione, che l' infonder quattro gocciole d' altra acqua un poco più calda o un poco più fredda delle sei libbre, farà che la palla vi scenda o vi sor-

9. *venendo con nuoto* — 12. *con altro* — 14. *messo in fondo* — 16. *fondo e sospinta* — 23. *se in una tale la palla* — 25. *che l' aggiunta di 2 grani solamente di sale, che* — 28. *ed insieme insieme per* — 31. *o 'l raffredarla* [sic] —

monti: vi scenderà infondendovi la calda, e monterà per l' infusione della fredda. Or vedete quanto s' ingannino quei filosofi che voglion metter nell' acqua viscosità o altra congiunzione di parti, che la facciano resistente alla divisione e penetrazione.

Sagr. Veddi molto concludenti discorsi intorno a questo argomento in un trattato del nostro Accademico: tuttavia mi resta un gagliardo scrupolo, il quale non so rimuovere; perchè se nulla di tenacità e coerenza risiede tra le parti dell' acqua, come possono sostenersi assai grandi pezzi e molto rilevati, in particolare sopra le foglie de i cavoli, senza spargersi e spianarsi?

Salv. Ancor che vero sia che colui che ha dalla sua la conclusione vera, possa risolvere tutte l' instanze che vengono opposte in contrario, non però mi arrogherei io il poter ciò fare; nè la mia impotenza deve denigrare la candidezza della verità. Io, primieramente, vi confesso che non so come vadia il negozio del sostenersi quei globi d' acqua assai rilevati e grandi, se bene io so di certo che da tenacità interna, che sia tra le sue parti, ciò non deriva; onde resta necessario che la cagione di cotal effetto risegga fuori. Che ella non sia interna, oltre all'esperienze mostrate ve lo posso confermare con un' altra efficacissima. Se le parti di quell' acqua che, rilevata, si sostiene mentre è circondata dall' aria, avessero cagione interna per ciò fare, molto più si sosterrebbono circondate che fussero da un mezzo nel quale avessero minor propensione di descendere che nell' aria ambiente non hanno: ma un mezzo tale sarebbe ogni fluido più grave dell' aria, come, v. g., il vino; e però infondendo intorno a quel globo d' acqua del vino, se gli potrebbe alzare intorno intorno, senza che le parti dell' acqua, conglutinate dall' interna viscosità, si dissolvessero: ma ciò non accad' egli; anzi non prima se gli accosterà il liquore sparsogli intorno, che, senza aspettar che molto se gli elevi intorno, si dissolverà e spianerà, restandogli di sotto, se sarà vino rosso: è dunque esterna, e forse dell' aria ambiente, la cagione di tale effetto. E veramente si osserva una gran dissensione tra l' aria e l' acqua, la quale ho io in un' altra esperienza osservata; e questa è, che s' io empio d' acqua una palla di cristallo, che abbia un foro an-

4. *divisione o penetrazione,* s. Così era stato scritto anche in G, ma poi *o* fu corretto, probabilmente dalla mano di Galileo, in *e*. — 8. *sostenersi in assai* — 11. *sia che quello che ha* — 16. *globi assai* — 25. *come ... vino* manca in G. — 29-30. *molto si elevi, si dissolverà* — 34. *è: S'io,* s. Così era stato scritto anche in G, ma Galileo aggiunse, di suo pugno, *che* tra *è* e *s' io*. —

gusto quant' è la grossezza d' un fil di paglia, e così piena la volto con la bocca all' in giù, non però l' acqua, benchè gravissima e pronta a scender per aria, e l' aria, altrettanto disposta a salire, come leggerissima, per l' acqua, si accordano, quella a scendere uscendo per il foro, e questa a salire entrandovi, ma restano amendue ritrose e contumaci; all' incontro poi, se io presenterò a quel foro un vaso con del vino rosso, che quasi insensibilmente è men grave dell' acqua, lo vedremo subito con tratti rosseggianti lentamente ascendere per mezzo l' acqua, e l' acqua con pari tardità scender per il vino, senza punto mescolarsi, sin che finalmente la palla si empirà tutta di vino e l' acqua calerà tutta nel fondo del vaso di sotto. Or che si deve qui dire o che argumentarne, fuor che una disconvenienza tra l' acqua e l' aria, occulta a me, ma forse....

Simp. Mi vien quasi da ridere nel veder la grande antipatia che ha il Sig. Salviati con l' antipatia, che nè pur vuol nominarla; e pur è tanto accommodata a scior la difficoltà.

Salv. Or sia questa, in grazia del Sig. Simplicio, la soluzione del nostro dubbio: e lasciato il digredire, torniamo al nostro proposito. Veduto come la differenza di velocità, ne i mobili di gravità diverse, si trova esser sommamente maggiore ne i mezzi più e più resistenti; ma che più? nel mezzo dell' argento vivo l' oro non solamente va in fondo più velocemente del piombo, ma esso solo vi descende, e gli altri metalli e pietre tutti vi si muovono in su e vi galleggiano, dove che tra palle d' oro, di piombo, di rame, di porfido, o di altre materie gravi, quasi del tutto insensibile sarà la disegualità del moto per aria, chè sicuramente una palla d' oro nel fine della scesa di cento braccia non preverrà una di rame di quattro dita; veduto, dico, questo, cascai in opinione che se si levasse totalmente la resistenza del mezzo, tutte le materie descenderebbero con eguali velocità.

Simp. Gran detto è questo, Sig. Salviati. Io non crederò mai che nell' istesso vacuo, se pur vi si desse il moto, un fiocco di lana si movesse così veloce come un pezzo di piombo.

Salv. Pian piano, Sig. Simplicio: la vostra difficoltà non è tanto recondita, nè io così inavveduto, che si debba credere che non mi sia sovvenuta, e che in consequenza io non vi abbia trovato ripiego.

3. *per aria, nè l' aria,* s. E così si leggeva anche in G, dove di mano di Galileo fu corretto *nè* in *e*. — 24. *tra le palle* —

Però, per mia dichiarazione e vostra intelligenza, sentite il mio discorso. Noi siamo su 'l volere investigare quello che accaderebbe a i mobili differentissimi di peso in un mezzo dove la resistenza sua fusse nulla, sì che tutta la differenza di velocità, che tra essi mobili si ritrovasse, referir si dovesse alla sola disuguaglianza di peso; e perchè solo uno spazio del tutto voto d' aria e di ogni altro corpo, ancor che tenue e cedente, sarebbe atto a sensatamente mostrarci quello che ricerchiamo, già che manchiamo di cotale spazio, andremo osservando ciò che accaggia ne i mezzi più sottili e meno resistenti, in comparazione di quello che si vede accadere ne gli altri manco sottili e più resistenti: chè se noi troveremo in fatto, i mobili differenti di gravità meno e meno differir di velocità secondo che in mezzi più e più cedenti si troveranno, e che finalmente, ancor che estremamente diseguali di peso, nel mezzo più d' ogni altro tenue, se ben non voto, piccolissima si scorga e quasi inosservabile la diversità della velocità, parmi che ben potremo con molto probabil coniettura credere che nel vacuo sarebbero le velocità loro del tutto eguali. Per tanto consideriamo ciò che accade nell' aria: dove, per aver una figura di superficie ben terminata e di materia leggierissima, voglio che pigliamo una vescica gonfiata, nella quale l' aria che vi sarà dentro peserà, nel mezzo dell' aria stessa, niente o poco, perchè poco vi si potrà comprimere; talchè la gravità è solo quella poca della stessa pellicola, che non sarebbe la millesima parte del peso d' una mole di piombo grande quanto la medesima vescica gonfiata. Queste, Sig. Simplicio, lasciate dall' altezza di quattro o sei braccia, di quanto spazio stimereste che 'l piombo fusse per anticipare la vescica nella sua scesa? siate sicuro che non l' anticiperebbe del triplo, nè anco del doppio, se ben già l' aresti fatto mille volte più veloce.

Simp. Potrebbe esser che nel principio del moto, cioè nelle prime quattro o sei braccia, accadesse cotesto che dite: ma nel progresso ed in una lunga continuazione, credo che 'l piombo se la lascerebbe indietro non solamente delle dodici parti dello spazio le sei, ma anco le otto e le dieci.

Salv. Ed io ancora credo l' istesso, e non dubito che in distanze

1-2. *sentite ... discorso* manca in G. — 2-3. *accaderebbe a due mobili* — 4-5. *si trovasse* — 12-13. *che i mezi* — 16. *con probabil* — 17. *coniectura,* s — *sarebbero nelle velocità* — 22. *è sola quella* — 25. *Questa, Sig. Simplicio, lasciata dall'* —

grandissime potesse il piombo aver passato cento miglia di spazio, prima che la vescica ne avesse passato un solo: ma questo, Sig. Simplicio mio, che voi proponete come effetto contrariante alla mia proposizione, è quello che massimamente la conferma. È (torno a dire) l' intento mio dichiarare, come delle diverse velocità di mobili di differente gravità non ne sia altramente causa la diversa gravità, ma che ciò dependa da accidenti esteriori ed in particolare dalla resistenza del mezzo, sì che, tolta questa, tutti i mobili si moverebber con i medesimi gradi di velocità: e questo deduco io principalmente da quello che ora voi stesso ammettete e che è verissimo, cioè che di mobili differentissimi di peso le velocità più e più differiscono secondo che maggiori e maggiori sono gli spazii che essi van trapassando; effetto che non seguirebbe quando ei dependesse dalle differenti gravità. Imperò che, essendo esse sempre le medesime, medesima dovrebbe mantenersi sempre la proporzione tra gli spazii passati, la qual proporzione noi veggiamo andar, nella continuazion del moto, sempre crescendo; poichè l' un mobile gravissimo nella scesa d' un braccio non anticiperà il leggierissimo della decima parte di tale spazio, ma nella caduta di dodici braccia lo preverrà della terza parte, in quella di cento l' anticiperà di $\frac{90}{100}$, etc.

Simp. Tutto bene: ma, seguitando le vostre vestigie, se la differenza di peso in mobili di diversa gravità non può cagionare la mutazion di proporzione nelle velocità loro, atteso che le gravità non si mutano, nè anco il mezzo, che sempre si suppone mantenersi l' istesso, potrà cagionar alterazion alcuna nella proporzione delle velocità.

Salv. Voi acutamente fate instanza contro al mio detto, la quale è ben necessario di risolvere. Dico per tanto che un corpo grave ha da natura intrinseco principio di muoversi verso 'l comun centro de i gravi, cioè del nostro globo terrestre, con movimento continuamente accelerato, ed accelerato sempre egualmente, cioè che in tempi eguali si fanno aggiunte eguali di nuovi momenti e gradi di velocità. E questo si deve intender verificarsi tutta volta che si rimovessero tutti gl' impedimenti accidentarii ed esterni, tra i quali uno ve ne ha che noi rimuover non possiamo, che è l' impedimento del mezzo pieno,

1-2. *spazio, che,* s — 5-6. *di differenti gravità* — 7. *accidenti esterni ed* — 12-13. *trappassando* [sic]; *il che non* — 16. *veggiamo, nella continuazion del moto, andar sempre* — 20. *etc.* manca nella stampa. — 31. *di nuovi gradi e momenti di velocità* —

mentre dal mobile cadente deve esser aperto e lateralmente mosso: al qual moto trasversale il mezzo, benchè fluido cedente e quieto, si oppone con resistenza or minore ed or maggiore e maggiore, secondo che lentamente o velocemente ei deve aprirsi per dar il transito al mobile; il quale, perchè, come ho detto, si va per sua natura continuamente accelerando, vien per conseguenza ad incontrar continuamente resistenza maggiore nel mezzo, e però ritardamento e diminuzione nell' acquisto di nuovi gradi di velocità, sì che finalmente la velocità perviene a tal segno, e la resistenza del mezzo a tal grandezza, che, bilanciandosi fra loro, levano il più accelerarsi, e riducono il mobile in un moto equabile ed uniforme, nel quale egli continua poi di mantenersi sempre. È dunque, nel mezzo, accrescimento di resistenza, non perchè si muti la sua essenza, ma perchè si altera la velocità con la quale ei deve aprirsi e lateralmente muoversi per cedere il passaggio al cadente, il quale va successivamente accelerandosi. Ora il vedere che la resistenza dell' aria al poco momento della vescica è grandissima, ed al gran peso del piombo è piccolissima, mi fa tener per fermo che chi la rimovesse del tutto, con l' arrecare alla vescica grandissimo commodo, ma ben poco al piombo, le velocità loro si pareggerebbero. Posto dunque questo principio, che nel mezzo dove, o per esser vacuo o per altro, non fusse resistenza veruna che ostasse alla velocità del moto, sì che di tutti i mobili le velocità fusser pari; potremo assai congruamente assegnar le proporzioni delle velocità di mobili simili e dissimili nell' istesso ed in diversi mezzi pieni, e però resistenti: e ciò conseguiremo col por mente quanto la gravità del mezzo detrae alla gravità del mobile, la qual gravità è lo strumento col quale il mobile si fa strada, rispingendo le parti del mezzo alle bande, operazione che non accade nel mezzo vacuo, e che però differenza nissuna si ha da attendere dalla diversa gravità; e perchè è manifesto, il mezzo detrarre alla gravità del corpo da lui contenuto quant' è il peso d' altrettanta della sua materia, scemando con tal proporzione le velocità de i mobili, che nel mezzo non resistente sarebbero (come si è supposto) eguali, aremo l' intento. Come, per esempio, posto che il piombo sia dieci mila volte più grave dell' aria, ma l' ebano mille volte solamente; delle velocità di queste

15-16. *il quale si va successivamente accelerando. Ora* — 26-27. *la quale è* — 29. *differenza niuna si* —

due materie, che, assolutamente prese, cioè rimossa ogni resistenza, sarebbero eguali, l' aria al piombo detrae delli dieci mila gradi uno, ma all' ebano suttrae de' mille gradi uno, o vogliam dire dei dieci mila dieci: quando dunque il piombo e l' ebano scenderanno per aria da qualsivoglia altezza, la quale, rimosso 'l ritardamento dell' aria, avrebbon passata nell' istesso tempo, l' aria alla velocità del piombo detrarrà de i dieci mila gradi uno; ma all' ebano detrae de i diecimila dieci; che è quanto a dire, che divisa quella altezza, dalla quale si partono tali mobili, in dieci mila parti, il piombo arriverà in terra restando in dietro l' ebano dieci, anzi pur nove, delle dette dieci mila parti. E che altro è questo, salvo che, cadendo una palla di piombo da una torre alta dugento braccia, trovar che ella anticiperà una d' ebano di manco di quattro dita? Pesa l' ebano mille volte più dell' aria; ma quella vescica così gonfia pesa solamente quattro volte tanto: l' aria, dunque, dalla intrinseca e naturale velocità dell' ebano detrae de' mille gradi uno; ma a quella che pur della vescica assolutamente sarebbe stata l' istessa, l' aria ne toglie delle quattro parti una: allora dunque che la palla d' ebano, cadendo dalla torre, giugnerà in terra, la vescica ne averà passati i tre quarti solamente. Il piombo è più grave dell' acqua dodici volte, ma l' avorio il doppio solamente: l' acqua, dunque, alle assolute velocità loro, che sarebbero eguali, toglie al piombo la duodecima parte, ma all' avorio la metà: nell' acqua adunque, quando il piombo arà sceso undici braccia, l' avorio ne arà scese sei. E discorrendo con tal regola, credo che troveremo, l' esperienze molto più aggiustatamente risponder a cotal computo che a quello d' Aristotele. Con simil progresso troveremo la proporzione tra le velocità del medesimo mobile in diversi mezzi fluidi, paragonando non le diverse resistenze de i mezzi, ma considerando gli eccessi di gravità del mobile sopra le gravità de i mezzi: v. g., lo stagno è mille volte più grave dell' aria, e dieci più dell' acqua; adunque, divisa la velocità assoluta dello stagno in mille gradi, nell' aria, che glie ne detrae la millesima parte, si moverà con gradi novecento novanta nove, ma nell' acqua con novecento solamente, essendo che l' acqua gli detrae solo la decima parte della sua gravità, e l' aria la millesima. Posto un solido poco più grave dell' acqua, qual sarebbe, v. g., il legno di rovere, una palla del quale

7. *ebano de i 10000* — 30. *aria, è dieci,* s — 33. *novecento nonanta nove,* s; *999,* G —

pesando, diremo, mille dramme, altrettanta acqua ne pesasse novecencinquanta, ma tanta aria ne pesasse due, è manifesto, che posto che la velocità sua assoluta fusse di mille gradi, in aria resterebbe di novecennovant' otto, ma in acqua solamente cinquanta, atteso che l' acqua de i mille gradi di gravità glie ne toglie novecencinquanta, e glie ne lascia solamente cinquanta: tal solido dunque si moverebbe quasi venti volte più velocemente in aria che in acqua, sì come l' eccesso della gravità sua sopra quella dell' acqua è la vigesima parte della sua propria. E qui voglio che consideriamo, che non potendo muoversi in giù nell' acqua se non materie più gravi in spezie di lei, e, per conseguenza, per molte centinaia di volte più gravi dell' aria, nel ricercare qual sia la proporzione delle velocità loro in aria e in acqua, possiamo senza notabile errore far conto che l' aria non detragga cosa di momento dalla assoluta gravità, ed in conseguenza dall' assoluta velocità, di tali materie; onde, speditamente trovato l' eccesso della gravità loro sopra la gravità dell' acqua, diremo, la velocità loro per aria alla velocità loro per acqua aver la medesima proporzione che la loro totale gravità all' eccesso di questa sopra la gravità dell' acqua. Per esempio, una palla d' avorio pesa venti once, altrettanta acqua pesa once diciasette; adunque la velocità dell' avorio in aria alla sua velocità in acqua è, prossimamente, come venti a tre.

Sagr. Grandissimo acquisto ho fatto in una materia per sè stessa curiosa e nella quale, ma senza profitto, ho molte volte affaticata la mente; nè mancherebbe altro, per poter anche praticare queste specolazioni, se non il trovar modo di poter venire in cognizione di quanta sia la gravità dell' aria rispetto all' acqua, ed in consequenza all' altre materie gravi.

Simp. Ma quando si trovasse che l' aria, in vece di gravità, avesse leggerezza, che si dovrebbe dire de gli auti discorsi, per altro molto ingegnosi?

Salv. Converrebbe dire che fussero stati veramente aerei, leggieri e vani. Ma vorrete voi dubitare se l' aria sia grave, mentre avete il testo chiaro d'Aristotele che l' afferma, dicendo che tutti gli elementi, eccetto il fuoco, hanno gravità, anco l' aria stessa? segno di che (soggiugne egli) ne è che l' otro gonfiato pesa più che sgonfiato.

6. *lascia solo 50* — 23. *volte affaticato la* — 34. *eccetto il fuoco* manca nella stampa. In G è stato aggiunto in margine, di mano di Galileo. —

Simp. Che l' otro o pallone gonfiato pesi più, crederei io che procedesse non da gravità che sia nell' aria, ma ne i molti vapori grossi tra essa mescolati in queste nostre regioni basse; mercè de i quali direi io che cresce la gravità dell' otro.

Salv. Non vorrei che lo diceste voi, e molto meno che lo faceste dire ad Aristotele; perchè, parlando egli de gli elementi e volendomi persuadere che l' elemento dell' aria è grave, facendomelo veder con l' esperienza, se nel venire alla prova ei mi dicesse: « Piglia un otro e empilo di vapori grossi, ed osserva che il suo peso crescerà », io gli direi che più ancora peserebbe chi l' empiesse di semola; ma soggiugnerei dopo, che tali esperienze provano che le semole ed i vapori grossi son gravi, ma quanto all' elemento dell' aria resterei nel medesimo dubbio di prima. L' esperienza, dunque, di Aristotele è buona, e la proposizion vera. Ma non direi già così di cert' altra ragione, presa pure *a signo,* di un tal filosofo del quale non mi sovviene il nome, ma so che l' ho letta, il quale argomenta, l' aria esser più grave che leggiera, perchè più facilmente porta i gravi all' in giù che i leggieri all' in su.

Sagr. Bene, per mia fè. Adunque, per questa ragione, l' aria sarà molto più grave dell' acqua, avvenga che tutti i gravi son portati più facilmente in giù per aria che per acqua, e tutti i leggieri più agevolmente in questa che in quella; anzi infiniti gravi scendono per l' aria, che nell' acqua ascendono, ed infinite materie salgono per acqua, che per aria calano a basso. Ma sia la gravità dell' otro, Sig. Simplicio, o per i vapori grossi o per l' aria pura, questo niente osta al proposito nostro, che cerchiamo quel che accade a mobili che si muovono in questa nostra regione vaporosa. Però, ritornando a quello che più mi preme, vorrei, per intera ed assoluta instruzzione della presente materia, non solo restare assicurato che l' aria sia (come io tengo per fermo) grave, ma vorrei, se è possibile, saper quanta sia la sua gravità. Però, Sig. Salviati, se avete da sodisfarmi in questo ancora, vi prego a farmene favore.

Salv. Che nell' aria risegga gravità positiva, e non altrimente, come alcuni hanno creduto, leggerezza, la quale forse in veruna materia non si ritrova, assai concludente argomento ce ne porge l' espe-

14. *direi così* — 15. *a signo da un tal* — 22-23. *infiniti .... ed* manca nella stampa. — 29-30. *come tengo* —

rienza del pallone gonfiato, posta da Aristotele; perchè se qualità di assoluta e positiva leggerezza fusse nell' aria, multiplicata e compressa l' aria, crescerebbe la leggerezza, e 'n consequenza la propensione di andare in su: ma l' esperienza mostra l' opposito. Quanto all' altra domanda, che è del modo d' investigare la sua gravità, io l' ho praticato in cotal maniera. Ho preso un fiasco di vetro assai capace e col collo strozzato, al quale ho applicato un ditale di cuoio, legato bene stretto nella strozzatura del fiasco, avendo in capo al detto ditale inserta e saldamente fermata un' animella da pallone, per la quale con uno schizzatoio ho per forza fatto passar nel fiasco molta quantità d' aria; della quale, perchè patisce d' esser assaissimo condensata, se ne può cacciare due e tre altri fiaschi oltre a quella che naturalmente vi capisce. In una esattissima bilancia ho io poi pesato molto precisamente tal fiasco con l' aria dentrovi compressa, aggiustando il peso con minuta arena. Aperta poi l' animella e dato l' esito all' aria, violentemente nel vaso contenuta, e rimessolo in bilancia, trovandolo notabilmente alleggerito, sono andato detraendo dal contrappeso tant' arena, salvandola da parte, che la bilancia resti in equilibrio col residuo contrappeso, cioè col fiasco: e qui non è dubbio che 'l peso della rena salvata è quello dell' aria che forzatamente fu messa nel fiasco e che ultimamente n' è uscita. Ma tale esperienza sin qui non mi assicura d' altro, se non che l' aria contenuta violentemente nel vaso pesò quanto la salvata arena; ma quanto resolutamente e determinatamente pesi l' aria rispetto all' acqua o ad altra materia grave, non per ancora so io, nè posso sapere, se io non misuro la quantità di quell' aria compressa: ed a questa investigazione bisogna trovar regola, nella quale ho trovato di potere in due maniere procedere. L' una delle quali è di pigliar un altro simil fiasco, pur, come 'l primo, strozzato, alla strozzatura del quale sia strettamente legato un altro ditale, che dall' altra sua testa abbracci l' animella dell' altro, e intorno a quella con saldissimo nodo sia legato. Questo secondo fiasco convien che nel fondo sia forato, in modo che per tal foro si possa mettere uno stile di ferro, con il quale si possa, quando vorremo, aprir la detta animella per dar l' esito alla sover-

6. *in tal maniera* — 13. *ho poi* — 17-18. *detraendo del contrappeso,* s. Anche in G era stato scritto, a quanto pare, *del,* ma poi fu corretto, probabilmente dalla mano di Galileo, in *dal.* —

chia aria dell' altro vaso, pesata ch' ella sia: ma deve questo secondo fiasco esser pieno d' acqua. Apparecchiato il tutto nella maniera detta ed aprendo con lo stile l' animella, l' aria, uscendo con impeto e passando nel vaso dell' acqua, la caccerà fuora per il foro del fondo; ed è manifesto, la quantità dell' acqua che in tal guisa verrà cacciata, esser eguale alla mole e quantità d' aria che dall' altro vaso sarà uscita. Salvata dunque tale acqua, e tornato a pesare il vaso alleggerito dell' aria compressa (il quale suppongo che fusse pesato anche prima, con detta aria sforzata), e detratto, al modo già dichiarato, l' arena superflua, è manifesto, questa essere il giusto peso di tanta aria in mole, quanta è la mole dell' acqua scacciata e salvata; la quale peseremo, e vedremo quante volte il peso suo conterrà il peso della serbata arena, e senza errore potremo affermar, tante volte esser più grave l' acqua dell' aria: la quale non sarà dieci volte altrimenti, come par che stimasse Aristotele, ma ben circa quattrocento, come tale esperienza ne mostra. L' altro modo è più speditivo, e puossi fare con un vaso solo, cioè col primo, accomodato nel modo detto; nel quale non voglio che mettiamo altra aria oltre a quella che naturalmente vi si ritrova, ma voglio che vi cacciamo dell' acqua senza lasciare uscir punto di aria, la quale, dovendo cedere alla sopravvenente acqua, è forza che si comprima. Spintavi dunque più acqua che sia possibile, che pure senza molta violenza vi se ne potrà mettere i tre quarti della tenuta del fiasco, mettasi su la bilancia, e diligentissimamente si pesi; il che fatto, tenendo il vaso col collo in su, si apra l' animella, dando l' uscita all' aria, della quale ne scapperà fuora giustamente quanta è l' acqua contenuta nel fiasco. Uscita che sia l' aria, si torni a metter il vaso in bilancia, il quale per la partita dell' aria si troverà alleggerito; e detratto dal contrappeso il peso superfluo, da esso aremo la gravità di tant' aria quanta è l' acqua del fiasco.

Simp. Gli artifizii ritrovati da voi non si può dire che non siano sottili e molto ingegnosi: ma mentre mi pare che in apparenza diano intera sodisfazzione all' intelletto, mi metton per un altro verso in confusione. Imperò che, essendo indubitabilmente vero che gli elementi nelle proprie regioni non sono nè leggieri nè gravi, non posso intender come e dove quella porzione d' aria che parve pesasse, v. g., quattro dramme di rena, debba poi realmente aver tal gra-

12. *conterà,* s — 24. *tenendo il fiasco col* — 35. *pesassi,* s —

vità nell' aria, nella quale ben la ritiene la rena che la contrappesò; e però mi pare che l' esperienza dovesse esser praticata non nell' elemento dell' aria, ma in un mezzo dove l' aria stessa potesse esercitare il suo talento del peso, se ella veramente ne possiede.

Salv. Acuta certo è l' opposizione del Sig. Simplicio, e però è necessario o che ella sia insolubile o che la soluzione sia non men sottile. Che quell' aria la quale, compressa, mostrò pesare quanto quella rena, posta in libertà nel suo elemento non sia più per pesare, ma sì ben la rena, è cosa chiarissima: e però per far tale esperienza conveniva eleggere un luogo e un mezzo, dove l' aria, non men che la rena, potesse gravitare; perchè, come più volte si è detto, il mezzo detrae dal peso d' ogni materia che vi s' immerge, tanto quant' è il peso d' altrettanta parte dell' istesso mezzo, quant' è la mole immersa, sì che l' aria all' aria leva tutta la gravità: l' operazione dunque, acciò fusse fatta esattamente, converrebbe farla nel vacuo, dove ogni grave eserciterebbe il suo momento senza diminuzione alcuna. Quando dunque, Sig. Simplicio, noi pesassimo una porzione d' aria nel vacuo, restereste allora sincerato e assicurato del fatto?

Simp. Veramente sì; ma questo è un desiderare o richieder l' impossibile.

Salv. E però grandissimo converrà che sia l' obbligo che mi dovrete, qual volta per amor vostro io effettui un impossibile. Ma io non voglio vendervi quel che già vi ho donato, perchè di già nell' addotta esperienza pesiamo noi l' aria nel vacuo, e non nell' aria o in altro mezzo pieno. Che alla mole, Sig. Simplicio, che nel mezzo fluido s' immerge, venga dall' istesso mezzo detratto della gravità, ciò proviene perchè ei resiste all' esser aperto, discacciato e finalmente sollevato; segno di che ne dà la prontezza sua nel ricorrer subito a riempier lo spazio che l' immersa mole in lui occupava, qualunque volta essa ne parta: che quando di tale immersione ei nulla sentisse, niente opererebbe egli contro di quella. Ora ditemi: mentre che voi avete in aria il fiasco di già pieno della medesima aria naturalmente contenutavi, qual divisione, scacciamento, o in somma qual mutazione, riceve l' aria esterna ambiente dalla seconda aria che nuovamente s' infonde con forza nel vaso? Forse s' ingrandisce il fiasco, onde l' ambiente

1. *retiene*, s — 8. *non sia per più pesare* — 17. *Sig. Simplicio* manca in G. — 17-19. *vacuo, allora sì che restereste sincerato ... fatto. Simp.* — 29. *che in lui l' immersa mole occupava* —

debba maggiormente ritirarsi per cedergli luogo? certo no: e però possiam dire che la seconda aria non si immerge nell' ambiente, non vi occupando ella spazio, ma è come se si mettesse nel vacuo; anzi pur vi si mette ella realmente, e si trapone ne i vacui non ben ripieni dalla prima aria non condensata. E veramente non so conoscere differenza nissuna tra due costituzioni d' ambito ed ambiente, mentre in questa l' ambiente niente preme l' ambito, ed in quella l' ambito punto non spinge contr' all' ambiente: e tali sono la locazione di qualche materia nel vacuo e la seconda aria compressa nel fiasco. Il peso, dunque, che si trova in tal aria condensata, è quello che ella arebbe liberamente sparsa nel vacuo. Ben è vero che 'l peso della rena che la contrappesò, come quella che era nell' aria libera, nel vacuo sarebbe stato un poco più del giusto; e però convien dire che l' aria pesata sia veramente alquanto men grave della rena che la contrappesò, cioè tanto quanto peserebbe altrettanta aria nel vacuo[1].

4. *e si intrapone ne i* — 4-5. *ripieni della prima* — 8. *contro l' ambiente* — 14. *sia alquanto men grave che la rena* — 15. *quanto sarebbe altretant'* —

---

(1) Qui Galileo aggiunse all' edizione originale, sull' esemplare del quale parliamo nell' Avvertimento, il tratto seguente, che manca anche in G:

Sagr. Acuta veramente speculazione, la quale in sè comprende la resoluzione di un problema il quale pare avere dell' ammirando, mentre che, ristretto in sustanza ed in poche parole, ci mostra il modo di trovare la gravità di un corpo pesato nel vacuo, non lo pesando noi se non nel mezzo pieno d'aria; e l' esplicazione è tale. L'aria ad ogni corpo grave che in essa è locato detrae dalla assoluta sua gravità tanto di peso, quanta è la gravità di altrettanta mole di aria quanta è la mole del medesimo corpo: adunque chi potesse accoppiare col medesimo corpo tanta aria quanta è la sua mole senza punto ingrandirlo, pesandolo si avrebbe quella assoluta sua gravità che egli avrebbe nel vacuo, atteso che, senza crescerlo di mole, se gli aggiunge il peso che dal mezo dell' aria gli veniva suttratto. Quando dunque nel fiasco già pieno di aria naturalmente contenutavi ci si infonde una quantità di acqua, senza lasciarne uscire niente dell' aria già contenutavi, è manifesto che questa aria naturalmente contenutavi si restringe e condensa in minor mole, per dar luogo all' acqua infusa, ed è manifesto che la mole dell' aria che si restringe è eguale alla mole dell'acqua infusavi. Quando dunque si pesa nell' aria il vaso

Simp. Pur mi pareva che nell' addotte esperienze vi fusse qualche cosa da desiderare; ma ora mi quieto interamente.

Salv. Le cose da me sin qui prodotte, ed in particolare questa, che la differenza di gravità, ben che grandissima, non abbia parte veruna nel diversificare le velocità de i mobili, sì che, per quanto da quella depende, tutti si moverebbero con egual celerità, è tanto nuova e, nella prima apprensione, remota dal verisimile, che quando non si avesse modo di dilucidarla e renderla più chiara che 'l Sole, meglio sarebbe il tacerla che 'l pronunziarla: però, già che me la sono lasciata scappar di bocca, convien ch' io non lasci indietro esperienza o ragione che possa corroborarla.

Sagr. Non questa sola, ma molte altre insieme delle vostre proposizioni son così remote dalle opinioni e dottrine communemente ricevute, che spargendosi in publico vi conciterebber numero grande di contradittori, essendo che l' innata condizione de gli uomini non vede con buon occhio che altri nel loro esercizio scuopra verità o falsità non scoperte da loro; e col dar titolo di innovatori di dottrine, poco grato a gli orecchi di molti, s' ingegnano di tagliar quei nodi che non possono sciorre, e con mine sotterranee dissipar quelli edifizii che sono stati, con gli strumenti consueti, da pazienti artefici

1. *nella addotta esperienza* — 8. *avessi,* s — 14. *conciterebber un numero* — 19. *sutterranee,* s —

---

così accommodato, è manifesto che il peso dell' acqua viene accompagnato con altrettanta aria; del qual peso ne è parte quello dell' acqua insieme di quello di altrettanta aria, che è quel medesimo peso che l' acqua sola avrebbe nel vacuo. Quando dunque, pesato tutto il vaso e notato da parte tutto il peso, e dando l' esito a l' aria compressa e ripesando tutto il rimanente, che, per l' esito dell' aria, sarà diminuito di peso, presa la differenza di questi due pesi, avremo la gravità di quell' aria compressa che in mole era eguale all' acqua; pigliando poi il peso dell' acqua sola ed a quello aggiungendo questo peso che mettemmo a parte, e che era dell' aria compressa, avremo il peso della medesima acqua sola nel vacuo. Trovar poi quanto sia il peso dell' acqua, sarà col cavare dal vaso l' acqua, e pesando il vaso solo, detrarre questo peso da quello che fu del vaso e dell' acqua, pesato innanzi; chè è manifesto, il rimanente essere il peso dell' acqua sola in aria.

costrutti. Ma con esso noi, lontani da simili pretensioni, l' esperienze e le ragioni sin qui addotte bastano a quietarci: tuttavia, quando abbiate altre più palpabili esperienze e ragioni più efficaci, le sentiremo molto volentieri.

Salv. L' esperienza fatta con due mobili quanto più si possa differenti di peso, col fargli scendere da un' altezza per osservar se la velocità loro sia eguale, patisce qualche difficoltà: imperò che se l' altezza sarà grande, il mezzo, che dall' impeto del cadente deve esser aperto e lateralmente spinto, di molto maggior pregiudizio sarà al piccol momento del mobile leggierissimo che alla violenza del gravissimo, per lo che per lungo spazio il leggiero rimarrà indietro; e nell' altezza piccola si potrebbe dubitare se veramente non vi fusse differenza, o pur se ve ne fusse, ma inosservabile. E però sono andato pensando di reiterar tante volte la scesa da piccole altezze, ed accumulare insieme tante di quelle minime differenze di tempo, che potessero intercedere tra l' arrivo al termine del grave e l' arrivo del leggiero, che così congiunte facessero un tempo non solo osservabile, ma grandemente osservabile. In oltre, per potermi prevaler di moti quanto si possa tardi, ne i quali manco lavora la resistenza del mezzo in alterar l' effetto che depende dalla semplice gravità, sono andato pensando di fare scendere i mobili sopra un piano declive, non molto elevato sopra l' orizontale; chè sopra questo, non meno che nel perpendicolo, potrà scorgersi quello che facciano i gravi differenti di peso: e passando più avanti, ho anco voluto liberarmi da qualche impedimento che potesse nascer dal contatto di essi mobili su 'l detto piano declive: e finalmente ho preso due palle, una di piombo ed una di sughero, quella ben più di cento volte più grave di questa, e ciascheduna di loro ho attaccata a due sottili spaghetti eguali, lunghi quattro o cinque braccia, legati ad alto; allontanata poi l'una e l'altra palla dallo stato perpendicolare, gli ho dato l' andare nell' istesso momento, ed esse, scendendo per le circonferenze de' cerchi descritti da gli spaghi eguali, lor semidiametri, passate oltre al perpendicolo, son poi per le medesime strade ritornate indietro; e reiterando ben cento volte per lor medesime le andate e le tornate, hanno sensatamente

1-2. *l' esperienze vostre e le ragioni bastano*, s. Così era stato scritto anche in G; ma poi, di mano di Galileo, fu corretto *l' esperienze e le ragioni sin qui addotte bastano.* — 3. *abbiate più* — *esperienze o ragioni* — 3-4. *sentiremo volontieri* — 6. *scender per un'* — 12. *veramente vi fusse* — 14. *scesa di piccole* — 31. *circonferenze di cerchi*, s —

mostrato, come la grave va talmente sotto il tempo della leggiera, che nè in ben cento vibrazioni, nè in mille, anticipa il tempo d' un minimo momento, ma camminano con passo egualissimo. Scorgesi anco l' operazione del mezzo, il quale, arrecando qualche impedimento al moto, assai più diminuisce le vibrazioni del sughero che quelle del piombo, ma non però che le renda più o men frequenti; anzi quando gli archi passati dal sughero non fusser più che di cinque o sei gradi, e quei del piombo di cinquanta o sessanta, son eglin passati sotto i medesimi tempi.

Simp. Se questo è, come dunque non sarà la velocità del piombo maggiore della velocità del sughero, facendo quello sessanta gradi di viaggio nel tempo che questo ne passa appena sei?

Salv. Ma che direste, Sig. Simplicio, quando amendue spedissero nell' istesso tempo i lor viaggi, mentre il sughero, allontanato dal perpendicolo trenta gradi, avesse a passar l' arco di sessanta, e 'l piombo, slargato dal medesimo punto di mezzo due soli gradi, scorresse l' arco di quattro? non sarebbe allora altrettanto più veloce il sughero? e pur l' esperienza mostra ciò avvenire. Però notate: slargato il pendolo del piombo, v. g., cinquanta gradi dal perpendicolo e di lì lasciato in libertà, scorre, e passando oltre al perpendicolo quasi altri cinquanta, descrive l' arco di quasi cento gradi, e ritornando per sè stesso indietro, descrive un altro poco minore arco, e continuando le sue vibrazioni, dopo gran numero di quelle si riduce finalmente alla quiete. Ciascheduna di tali vibrazioni si fa sotto tempi eguali, tanto quella di novanta gradi, quanto quella di cinquanta, di venti, di dieci e di quattro; sì che, in consequenza, la velocità del mobile vien sempre languendo, poichè sotto tempi eguali va passando successivamente archi sempre minori e minori. Un simile, anzi l' istesso, effetto fa il sughero pendente da un filo altrettanto lungo, salvo che in minor numero di vibrazioni si conduce alla quiete, come meno atto, mediante la sua leggerezza, a superar l' ostacolo dell' aria: con tutto ciò tutte le vibrazioni, grandi e piccole, si fanno sotto tempi eguali tra di loro, ed eguali ancora a i tempi delle vibrazioni del piombo. Onde è vero che, se mentre il piombo passa un arco di cinquanta gradi, il sughero ne passa uno di dieci, il sughero allora è

7. *più di 5* — 8. *piombo cinquanta,* s — *50 e 60* — 23. *reduce,* s — 25-26. *cinquanta o di venti, di dieci, di quattro,* s — 31. *del' aria,* s — 32. *tutte le sue vibrazzioni* —

più tardo del piombo; ma accaderà ancora, all'incontro, che il sughero passi l'arco di cinquanta, quando il piombo passi quel di dieci o di sei: e così, in diversi tempi, or sarà più veloce il piombo ed ora il sughero. Ma se gli stessi mobili passeranno ancora, sotto i medesimi tempi eguali, archi eguali, ben sicuramente si potrà dire allora essere le velocità loro eguali.

Simp. Mi pare e non mi pare che questo discorso sia concludente, e mi sento nella mente una tal qual confusione, che mi nasce dal muoversi, e l'uno e l'altro mobile, or veloce or tardo ed or tardissimo, che non mi lascia ridurre in chiaro come vero sia che le velocità loro sian sempre eguali.

Sagr. Concedami in grazia, Sig. Salviati, che io dica due parole. E ditemi, Sig. Simplicio, se voi ammettete che dir si possa con assoluta verità, le velocità del sughero e del piombo essere eguali ogni volta che, partendosi amendue nell'istesso momento dalla quiete e movendosi per le medesime inclinazioni, passassero sempre spazii eguali in tempi eguali?

Simp. In questo non si può dubitare, nè se gli può contradire.

Sagr. Accade ora ne i pendoli, che ciaschedun di loro passi or sessanta gradi, or cinquanta, or trenta, or dieci, or otto, or quattro, or due, etc.; e quando amendue passano l'arco di sessanta gradi, lo passano nell'istesso tempo; nell'arco di cinquanta, metton l'istesso tempo l'uno che l'altro mobile; così nell'arco di trenta, di dieci, e ne gli altri: e però si conclude, che la velocità del piombo nell'arco di sessanta gradi è eguale alla velocità del sughero nell'arco medesimo di sessanta, e che le velocità nell'arco di cinquanta son pur tra loro eguali, e così ne gli altri. Ma non si dice già che la velocità che si esercita nell'arco di sessanta, sia eguale alla velocità che si esercita nell'arco di cinquanta, nè questa a quella dell'arco di trenta, etc.; ma son sempre minori le velocità ne gli archi minori: il che si raccoglie dal veder noi sensatamente, il medesimo mobile metter tanto tempo nel passar l'arco grande de i sessanta gradi, quanto nel passare il minor di cinquanta o 'l minimo di dieci, ed in somma nell'esser passati tutti sempre sotto tempi eguali. È vero dunque che

8. *tal confusione* — 9. *muoversi, l'uno* — 9-10. *or veloce ed or tardo ed or tardissimo* — 20. *or 10, or 6, or 4* — 20-21. *otto, quattro, due; e quando,* s — 23. *e de gli,* s, G — 29-30. *di trenta; ma son* — 32. *grande di 60 gradi* —

ben vanno, e 'l piombo e 'l sughero, ritardando il moto secondo la diminuzione de gli archi, ma non però alterano la concordia loro nel mantener l' egualità della velocità in tutti i medesimi archi da loro passati. Ho voluto dir questo più per sentire se ho ben capito il concetto del Sig. Salviati, che per bisogno ch' io credessi che avesse il Sig. Simplicio di più chiara esplicazione di quella del Sig. Salviati, che è, come in tutte le sue cose, lucidissima, e tale che, sciogliendo egli il più delle volte questioni non solo in apparenza oscure, ma repugnanti alla natura ed al vero, con ragioni o osservazioni o esperienze tritissime e familiari ad ogn' uno, ha (come da diversi ho inteso) dato occasione a tal uno de i professori più stimati di far minor conto delle sue novità, tenendole come a vile, per dependere da troppo bassi e popolari fondamenti; quasi che la più ammirabile e più da stimarsi condizione delle scienze dimostrative non sia lo scaturire e pullulare da principii notissimi, intesi e conceduti da tutti. Ma seguitiamo pur noi d' andarci pascendo di questi cibi leggieri: e posto che il Sig. Simplicio sia restato appagato nell' intender ed ammettere come l' interna gravità de i diversi mobili non abbia parte alcuna nel diversificar le velocità loro, sì che tutti, per quanto da quella depende, si moverebber con l' istesse velocitadi, diteci, Sig. Salviati, in quello che voi riponete le sensate ed apparenti disegualità di moto, e rispondete a quell' instanza che oppone il Sig. Simplicio, e ch' io parimente confermo, dico del vedersi una palla d' artiglieria muoversi più velocemente d' una migliarola di piombo; chè poca sarà la differenza di velocità rispetto a quella che v' oppongo io, di mobili dell' istessa materia, de i quali alcuni de i maggiori scenderanno in meno d' una battuta di polso, in un mezzo, quello spazio che altri minori non lo passeranno in un' ora, nè in quattro, nè in venti; quali sono le pietre e la minuta rena, e massime quella sottilissima che intorbida l' acqua, nel qual mezzo in molte ore non scende per due braccia, che pietruzze, nè molto più grandi, passano in una battuta di polso.

Salv. Quel che operi il mezzo nel ritardar più i mobili, secondo che tra di loro sono in spezie men gravi, già si è dichiarato, mostrando ciò accadere dalla suttrazzione di peso: ma come il medesimo mezzo possa con sì gran differenza scemar la velocità ne i mobili

1. *vanno, il piombo* — 15. *notissimi e conceduti* — 23. *vedersi non solamente una palla* — 29. *quella che* — 31. *molto grandi* — 33. *son men gravi in specie, già* — 34. *peso etc.: ma* —

differenti solo in grandezza, ancor che siano della medesima materia e dell' istessa figura, ricerca per sua dichiarazione discorso più sottile di quello che basta per intender come la figura del mobile più dilatata, o 'l moto del mezzo che sia fatto contro al mobile, ritarda la velocità di quello. Io del presente problema riduco la cagione alla scabrosità e porosità, che comunemente, e per lo più necessariamente, si ritrova nelle superficie de i corpi solidi, le quali scabrosità nel moto di essi vanno urtando nell' aria o altro mezzo ambiente: di che segno evidente ce ne porge il sentir noi ronzar i corpi, ancor che quanto più si possa rotondati, mentre velocissimamente scorrono per l' aria; e non solo ronzare, ma sibilare e fischiar si sentono, se qualche più notabil cavità o prominenza sarà in essi. Vedesi anco nel girar sopra 'l torno ogni solido rotondo far un poco di vento. Ma che più? non sentiam noi notabil ronzio, ed in tuono molto acuto, farsi dalla trottola, mentre per terra con somma celerità va girando? l' acutezza del qual sibilo si va ingravendo secondo che la velocità della vertigine va di grado in grado languendo: argomento parimente necessario de gl' intoppi nell' aria delle scabrosità, ben che minime, delle superficie loro. Queste non si può dubitare che, nello scendere i mobili, soffregandosi con l' ambiente fluido, apporteranno ritardamento alla velocità, e tanto maggiore quanto la superficie sarà più grande, quale è quella de i solidi minori paragonati a i maggiori.

Simp. Fermate, in grazia, perchè qui comincio a confondermi. Imperò che, se bene io intendo ed ammetto che la confricazione del mezzo con la superficie del mobile ritardi il moto, e che più lo ritardi dove, *ceteris paribus,* la superficie sia maggiore, non capisco però con qual fondamento voi chiamiate maggiore la superficie de i solidi minori; ed oltre a ciò, se, come voi affermate, la maggior superficie deve arrecar maggior ritardamento, i solidi maggiori devriano esser più tardi, il che non è. Ma questa instanza facilmente si toglie con dire, che se bene il maggiore ha maggior superficie, ha anco maggior gravità, contro la quale l' impedimento della maggior superficie non ha a prevalere all' impedimento della superficie minore contro alla minor gravità, sì che la velocità del solido maggiore ne divenga minore. E però non veggo ragione per la quale si debba alterare

4. *fatto incontro al* — 7. *si trova nelle* — 12. *prominenza in essi sarà. Vedesi* — 14. *noi più notabil* — 29. *dovriano* —

l' egualità delle velocità, mentre che, quanto si diminuisce la gravità movente, altrettanto si diminuisce la facoltà della superficie ritardante.

Salv. Risolverò congiuntamente tutto quello che opponete. Per tanto voi, Sig. Simplicio, senza controversia ammettete, che quando di due mobili eguali, della stessa materia e simili di figura (i quali indubitabilmente si moverebber egualmente veloci), all' uno di loro si diminuisse tanto la gravità quanto la superficie (ritenendo però la similitudine della figura), non perciò si scemerebbe la velocità nel rimpiccolito.

Simp. Veramente parmi che così dovrebbe seguire, stando però nella vostra dottrina, che vuol che la maggiore o minor gravità non abbia azzione nell' accelerare o ritardar il moto.

Salv. E questo confermo io, e vi ammetto anco 'l vostro detto, dal qual mi par che in consequenza si ritragga, che quando la gravità si diminuisse più che la superficie, nel mobile in tal maniera diminuito si introdurrebbe qualche ritardamento di moto, e maggiore e maggiore quanto a proporzione maggior fusse la diminuzion del peso che la diminuzion della superficie.

Simp. In ciò non ho io repugnanza veruna.

Salv. Or sappiate, Sig. Simplicio, che non si può ne i solidi diminuir tanto la superficie quanto 'l peso, mantenendo la similitudine delle figure. Imperò che, essendo manifesto che nel diminuir un solido grave tanto scema il suo peso quanto la mole, ogni volta che la mole venisse sempre diminuita più che la superficie (nel conservarsi massime la similitudine di figura), la gravità ancora più che la superficie verrebbe diminuita. Ma la geometria c' insegna che molto maggior proporzione è tra la mole e la mole, ne i solidi simili, che tra le loro superficie: il che per vostra maggiore intelligenza vi esplicherò in qualche caso particolare. Però figuratevi, per esempio, un dado, un lato del quale sia, v. g., lungo due dita, sì che una delle sue faccie sarà quattro dita quadre, e tutte e sei, cioè tutta la sua superficie, venti quattro dita quadre; intendete poi, il medesimo dado esser con tre tagli segato in otto piccoli dadi: il lato di ciascun de' quali sarà un dito, e una sua faccia un dito quadro, e tutta la

5. *dell' istessa materia* — 8-10. *nel rimpicolirlo* [sic]. Simp. — 11. *nella nostra dottrina,* s — *maggior,* s. E così il copista aveva scritto in G; ma Galileo di suo pugno corresse *maggiore* — 14. *si tragga* — 28-29. *vi essemplificherò in* — 31. *tutte 6, ciò è* —

sua superficie sei dita quadre, delle quali l' intero dado ne conteneva venti quattro in superficie. Or vedete come la superficie del piccol dado è la quarta parte della superficie del grande (che tanto è sei di venti quattro); ma l' istesso dado solido è solamente l' ottava; molto più dunque cala la mole, ed in consequenza il peso, che la superficie. E se voi suddividerete il piccol dado in altri otto, aremo per l' intera superficie di un di questi un dito e mezzo quadro, che è la sedicesima parte della superficie del primo dado; ma la sua mole è solamente la sessantaquattresima. Vedete per tanto come in queste sole due divisioni le moli scemano quattro volte più che le loro superficie; e se noi andremo seguitando la suddivisione sino che si riduca il primo solido in una minuta polvere, troveremo la gravità dei minimi atomi diminuita centinaia e centinaia di volte più che le loro superficie. E questo, che vi ho esemplificato ne i cubi, accade in tutti i solidi tra di loro simili, le moli de i quali sono in sesquialtera proporzione delle lor superficie. Vedete dunque con quanto maggior proporzione cresce l' impedimento del contatto della superficie del mobile col mezzo ne i mobili piccoli che ne i maggiori; e se noi aggiugneremo che le scabrosità nelle superficie piccolissime delle polveri sottili non son forse minori di quelle delle superficie de i solidi maggiori che siano con diligenza puliti, guardate quanto bisognerà che 'l mezzo sia fluido e privo onninamente di resistenza all' esser aperto, per dover cedere il passo a così debil virtù. E in tanto notate, Sig. Simplicio, ch' io non equivocai quando poco fa dissi, la superficie de' solidi minori esser più grande in comparazione di quella de i maggiori.

Simp. Io resto interamente appagato: e mi credano certo che se io avessi a ricominciare i miei studii, vorrei seguire il consiglio di Platone e cominciarmi dalle matematiche, le quali veggo che procedono molto scrupolosamente, nè vogliono ammetter per sicuro fuor che quello che concludentemente dimostrano.

Sagr. Ho auto gusto grande di questo discorso; ma prima che passiamo più avanti, arei caro di restar capace d' un termine che mi giunse nuovo, quando pur ora diceste che i solidi simili son tra di loro in sesquialtera proporzione delle lor superficie: perchè ho ben

6. *in S, aremo* — 15. *solidi simili,* s. E così era stato scritto in G; ma Galileo di proprio pugno aggiunse *tra di loro.* — *simili, de i quali le moli sono* — 16. *con quanta maggior* —

veduto e inteso la proposizione, con la sua dimostrazione, nella quale si prova, le superficie de' solidi simili esser in duplicata proporzione de i lor lati, e l'altra che prova, i medesimi solidi esser in tripla proporzione de i medesimi lati; ma la proporzione de i solidi con le lor superficie non mi sovvien nè anco d'averla sentita nominare.

SALV. V. S. medesima da per sè si risponde, e dichiara il dubbio. Imperò che quello che è triplo d'una cosa, della quale un altro è doppio, non vien egli ad esser sesquialtero di questo doppio? certo sì. Or se le superficie sono in doppia proporzione delle linee, delle quali i solidi sono in proporzione tripla, non possiam noi dire, i solidi essere in sesquialtera proporzion delle superficie?

SAGR. Ho inteso benissimo. E se bene alcuni altri particolari, attenenti alla materia di cui si tratta, mi resterebbero da domandare, tuttavia, quando ce n' andassimo così di digressione in digressione, tardi verremmo alle quistioni principalmente intese, che appartengono alle diversità de gli accidenti delle resistenze de i solidi all' esser spezzati: e però, quando così piaccia loro, potremo ritornare su 'l primo filo, che si propose da principio.

SALV. V. S. dice molto bene: ma le cose tante e tanto varie che si sono esaminate, ci han rubato tanto tempo, che poco ce n' avanzerà per questo giorno da spendere nell' altro nostro principal argomento, che è pieno di dimostrazioni geometriche, da esser con attenzione considerate; onde stimerei che fusse meglio differire il congresso a dimane, sì per questo che ho detto, come ancora perchè potrei portar meco alcuni fogli, dove ho per ordine notati i teoremi e problemi ne i quali si propongono e dimostrano le diverse passioni di tal soggetto, che forse alla memoria, col necessario metodo, non mi sovverrebbero.

SAGR. Io molto bene mi accomodo a questo consiglio, e tanto più volentieri, quanto che, per finire la sessione odierna, arò tempo di sentir la dichiarazione d'alcuni dubbi che mi restavano nella materia che ultimamente trattavamo. De i quali uno è, se si deve stimare che l'impedimento del mezzo possa esser bastante a por termine all'accelerazione a' corpi di materia gravissima, e grandissimi di mole,

1. *veduta e intesa* — 5. *sovviene anco* — 6. *da per lei si* — 25-26. *notati i problemi e teoremi ne i quali* — 34. *gravissima, grandissimi,* s. Così si leggeva pure in G; ma GALILEO aggiunse di suo pugno l'*e*. —

e di figura sferica; e dico *sferica,* per pigliar quella che è contenuta sotto la minima superficie, e però meno soggetta al ritardamento. Un altro sarà circa le vibrazioni de i pendoli, e questo ha più capi: l'uno è, se tutte, e grandi e mediocri e minime, si fanno veramente e precisamente sotto tempi eguali; ed un altro, qual sia la proporzione de i tempi de i mobili appesi a fili diseguali, de i tempi, dico, delle lor vibrazioni.

Salv. I quesiti son belli, e, sì come avviene di tutti i veri, dubito che trattandosi di qualsisia di loro, si tirerà dietro tante altre vere e curiose consequenze, che non so se l'avanzo di questo giorno ci basterà per discuterle tutte.

Sagr. S'elle saranno del sapore delle passate, più grato mi sarebbe l'impiegarvi tanti giorni, non che tante ore, quante restano sino a notte; e credo che il Sig. Simplicio non si ristuccherà di tali ragionamenti.

Simp. Sicuramente no, e massime quando si trattano quistioni naturali intorno alle quali non si leggono opinioni o discorsi d'altri filosofi.

Salv. Vengo dunque alla prima, affermando senza veruna dubitazione, non essere sfera sì grande, nè di materia sì grave, che la renitenza del mezzo, ancor che tenuissimo, non raffreni la sua accelerazione, e che nella continuazion del moto non lo riduca all'equabilità: di che possiamo ritrar molto chiaro argomento dall'esperienza stessa. Imperò che, se alcun mobile cadente fusse abile, nella sua continuazion di moto, ad acquistar qualsivoglia grado di velocità, nissuna velocità che da motore esterno gli fusse conferita, potrebbe esser così grande, che egli la recusasse e se ne spogliasse mercè dell'impedimento del mezzo; e così una palla d'artiglieria che fusse scesa per aria, v. g., quattro braccia, ed avesse, per esempio, acquistato dieci gradi di velocità, e che con questi entrasse nell'acqua, quando l'impedimento dell'acqua non fusse potente a vietare alla palla un tale impeto, ella l'accrescerebbe, o almeno lo continuerebbe sino al fondo: il che non si vede seguire; anzi l'acqua, benchè non fusse più che poche braccia profonda, l'impedisce e debilita in modo, che legge-

4. *l'uno sarà, se,* s. E così era stato scritto in G, dove Galileo corresse *sarà* in *è*. — 9. *che trattando di qualsivoglia di loro* — 17. *non si leggano* — In G pare che prima fosse scritto *o discorsi,* e che poi *o* fosse corretto in *e*. — 21. *ancor che tenuissima, non* — 32. *impeto, l'accrescerebbe* —

rissima percossa farà nel letto del fiume o del lago. È dunque manifesto, che quella velocità della quale l'acqua l'ha potuta spogliare in un brevissimo viaggio, non glie la lascerebbe già mai acquistare anco nella profondità di mille braccia. E perchè permettergli 'l guadagnarsela in mille, per levargliela poi in quattro braccia? Ma che più? non si ved' egli, l'immenso impeto della palla, cacciata dall'istessa artiglieria, esser talmente rintuzzato dall'interposizione di pochissime braccia d'acqua, che senza veruna offesa della nave appena si conduce a percuoterla? L'aria ancora, benchè cedentissima, pur reprime la velocità del mobile cadente, ancor che molto grave, come possiamo con simili esperienze comprendere: perchè se dalla cima d'una torre molto alta tireremo un' archibusata in giù, questa farà minor botta in terra, che se scaricheremo l'archibuso, alto dal piano solamente quattro o sei braccia; segno evidente che l'impeto con che la palla uscì della canna, scaricata nella sommità della torre, andò diminuendosi nello scender per aria. Adunque lo scender da qualunque grandissima altezza non basterà per fargli acquistare quell'impeto, del quale la resistenza dell'aria la priva quando già in qualsivoglia modo gli sia stato conferito. La rovina parimente che farà in una muraglia un colpo d'una palla cacciata da una colubrina dalla lontananza di venti braccia, non credo che la facesse venendo a perpendicolo da qualsivoglia altezza immensa. Stimo per tanto, esser termine all'accelerazione di qualsivoglia mobile naturale che dalla quiete si parta, e che l'impedimento del mezzo finalmente lo riduca all'egualità, nella quale ben poi sempre si mantenga.

Sagr. L'esperienze veramente mi par che siano molto a proposito; nè ci è altro se non che l'avversario potrebbe farsi forte col negar che si debbano verificar nelle moli grandissime e gravissime, e che una palla d'artiglieria venendo dal concavo della Luna, o anco dalla suprema region dell'aria, farebbe percossa maggiore che uscita dal cannone.

Salv. Non è dubbio che molte cose si posson opporre, e che non tutte si possono con esperienze redarguire: tuttavia in questa

3. *glie lo lascerebbe giamai,* s — 6. *vede egli,* s. Così si leggeva pure in G, ma fu corretto, probabilmente dalla mano di Galileo, in *ved' egli.* — 10. *ancor molto,* s — 15. *uscì dalla canna* — 21. *non credo io che,* s. E così si leggeva in G; ma *io* fu cancellato, probabilmente da Galileo. — 25. *nella quale poi ben sempre si mantenga* — 28. *si debbono,* s — 28-29. *nelle moli gravissime, e che* —

contradizzione, alcuna cosa par che si possa metter in considerazione, cioè che molto ha del verisimile che 'l grave cadente da un' altezza acquisti tanto d' impeto nell' arrivar in terra, quanto fusse bastante a tirarlo a quell' altezza; come chiaramente si vede in un pendolo assai grave, che slargato cinquanta o sessanta gradi dal perpendicolo, guadagna quella velocità e virtù che basta precisamente a sospignerlo ad altrettanta elevazione, trattone però quel poco che gli vien tolto dall' impedimento dell' aria. Per costituir dunque la palla dell' artiglieria in tanta altezza che bastasse per l' acquisto di tanto impeto quanto è quello che gli dà il fuoco nell' uscir del pezzo, dovrebbe bastar il tirarla in su a perpendicolo con l' istessa artiglieria, osservando poi se nella ricaduta ella facesse colpo eguale a quello della percossa fatta da vicino nell' uscire; che credo veramente che non sarebbe, a gran segno, tanto gagliardo: e però stimo che la velocità che ha la palla vicino all' uscita del pezzo, sarebbe di quelle che l' impedimento dell' aria non gli lascerebbe conseguire già mai mentre con moto naturale scendesse, partendosi dalla quiete, da qualsivoglia grand' altezza.

Vengo ora a gli altri quesiti, attenenti a i pendoli, materia che a molti parrebbe assai arida, e massime a quei filosofi che stanno continuamente occupati nelle più profonde quistioni delle cose naturali; tuttavia non gli voglio disprezzare, inanimito dall' esempio d' Aristotele medesimo, nel quale io ammiro sopra tutte le cose il non aver egli lasciato, si può dir, materia alcuna, degna in qualche modo di considerazione, che e' non l' abbia toccata. Ed ora, mosso da i quesiti di V. S., penso che potrò dirvi qualche mio pensiero sopra alcuni problemi attenenti alla musica, materia nobilissima, della quale hanno scritto tanti grand' uomini e l' istesso Aristotele, e circa di essa considera molti problemi curiosi; talchè se io ancora da così facili e sensate esperienze trarrò ragioni di accidenti maravigliosi in materia de i suoni, posso sperare che i miei ragionamenti siano per esser graditi da voi.

SAGR. Non solamente graditi, ma da me in particolare sommamente desiderati, come quello che, sendomi dilettato di tutti gli stru-

1. *contradizzione, par che si possa alcuna cosa mettere in* — 25. *che e' non abbia toccata. Ed ora, da i quesiti,* s. Così si leggeva pure in G; ma GALILEO di suo pugno corresse come abbiamo stampato nel testo. — 34. *desiderati, e come* —

menti musici, ed assai filosofato intorno alle consonanze, son sempre restato incapace e perplesso onde avvenga che più mi piaccia e diletti questa che quella, e che alcuna non solo non mi diletti, ma sommamente m' offenda. Il problema poi trito delle due corde tese all' unisono, che al suono dell' una l' altra si muova e attualmente risuoni, mi resta ancora irresoluto, come anco non ben chiare le forme delle consonanze ed altre particolarità.

Salv. Vedremo se da questi nostri pendoli si possa cavare qualche sodisfazione a tutte queste difficoltà. E quanto al primo dubbio, che è, se veramente e puntualissimamente l' istesso pendolo fa tutte le sue vibrazioni, massime, mediocri e minime, sotto tempi precisamente eguali, io mi rimetto a quello che intesi già dal nostro Accademico; il quale dimostra bene, che 'l mobile che descendesse per le corde suttese a qualsivoglia arco, le passerebbe necessariamente tutte in tempi eguali, tanto la suttesa sotto cent' ottanta gradi (cioè tutto il diametro), quanto le suttese di cento, di sessanta, di dieci, di due, di mezzo e di quattro minuti, intendendo che tutte vadano a terminar nell' infimo punto, toccante il piano orizontale. Circa poi i descendenti per gli archi delle medesime corde elevati sopra l' orizonte, e che non siano maggiori d' una quarta, cioè di novanta gradi, mostra parimente l' esperienza, passarsi tutti in tempi eguali, ma però più brevi de i tempi de' passaggi per le corde; effetto che in tanto ha del maraviglioso, in quanto nella prima apprensione par che dovrebbe seguire il contrario: imperò che, sendo comuni i termini del principio e del fine del moto, ed essendo la linea retta la brevissima che tra i medesimi termini si comprende, par ragionevole che il moto fatto per lei s' avesse a spedire nel più breve tempo; il che poi non è, ma il tempo brevissimo, ed in consequenza il moto velocissimo, è quello che si fa per l' arco del quale essa linea retta è corda. Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, o vogliam dire le lunghezze esser in duplicata proporzion de i tempi, cioè son come i quadrati de i tempi: sì che volendo, v. g., che 'l tempo d' una vibrazione d' un pendolo sia doppio del tempo d' una vibrazione d' un altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della

17. *di un mezo* —

corda di questo; ed allora, nel tempo d'una vibrazione di quello, un altro ne farà tre, quando la corda di quello sarà nove volte più lunga dell'altra: dal che ne séguita che le lunghezze delle corde hanno fra di loro la proporzione che hanno i quadrati de' numeri delle vibrazioni che si fanno nel medesimo tempo.

Sagr. Adunque, se io ho ben inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza d'una corda pendente da qualsivoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell'attaccatura mi fusse invisibile e solo si vedesse l'altro estremo basso. Imperò che, se io attaccherò qui da basso un assai grave peso a detta corda e farò che si vada vibrando in qua e in là, e che un amico vadia numerando alcune delle sue vibrazioni e che io nell'istesso tempo vadia parimente contando le vibrazioni che farà un altro mobile appeso a un filo di lunghezza precisamente d'un braccio, da i numeri delle vibrazioni di questi pendoli, fatte nell'istesso tempo, troverò la lunghezza della corda: come, per esempio, ponghiamo che nel tempo che l'amico mio abbia contate venti vibrazioni della corda lunga, io ne abbia contate dugenquaranta del mio filo, che è lungo un braccio; fatti i quadrati delli due numeri venti e dugenquaranta, che sono 400 e 57600, dirò, la lunga corda contener 57600 misure di quelle che il mio filo ne contien 400; e perchè il filo è un sol braccio, partirò 57600 per 400, che ne viene 144; e 144 braccia dirò esser lunga quella corda.

Salv. Nè vi ingannerete d'un palmo, e massime se piglierete moltitudini grandi di vibrazioni.

Sagr. V. S. mi dà pur frequentemente occasione d'ammirare la ricchezza ed insieme la somma liberalità della natura, mentre da cose tanto comuni, e direi anco in certo modo vili, ne andate traendo notizie molto curiose e nuove, e bene spesso remote da ogni immaginazione. Io ho ben mille volte posto cura alle vibrazioni, in particolare, delle lampade pendenti in alcune chiese da lunghissime corde, inavvertentemente state mosse da alcuno; ma il più che io cavassi da tale osservazione, fu l'improbabilità dell'opinione di quelli che vogliono che simili moti vengano mantenuti e continuati dal mezzo, cioè dall'aria, perchè mi parrebbe bene che l'aria avesse un gran giudizio, ed insieme una poca faccenda, a consumar le ore e le ore

11. *in qua in là* — 13. *un altro mio mobile* — 22-23. *lunga la corda* — 32. *da alcuni; ma* —

di tempo in sospignere con tanta regola in qua e in là un peso pendente: ma che io fussi per apprenderne che quel mobile medesimo, appeso a una corda di cento braccia di lunghezza, slontanato dall' imo punto una volta novanta gradi ed un' altra un grado solo o mezzo, tanto tempo spendesse in passar questo minimo, quanto in passar quel massimo arco, certo non credo che mai l' avrei incontrato, chè ancor ancora mi par che tenga dell' impossibile. Ora sto aspettando di sentire che queste medesime semplicissime minuzie mi assegnino ragioni tali di quei problemi musici, che mi possino, almeno in parte, quietar la mente.

SALV. Prima d' ogni altra cosa bisogna avvertire che ciaschedun pendolo ha il tempo delle sue vibrazioni talmente limitato e prefisso, che impossibil cosa è il farlo muover sotto altro periodo che l' unico suo naturale. Prenda pur chi si voglia in mano la corda ond' è attaccato il peso, e tenti quanto gli piace d' accrescergli o scemargli la frequenza delle sue vibrazioni; sarà fatica buttata in vano: ma ben all' incontro ad un pendolo, ancor che grave e posto in quiete, col solo soffiarvi dentro conferiremo noi moto, e moto anche assai grande col reiterare i soffi, ma sotto 'l tempo che è proprio quel delle sue vibrazioni; che se al primo soffio l' aremo rimosso dal perpendicolo mezzo dito, aggiugnendogli il secondo dopo che, sendo ritornato verso noi, comincerebbe la seconda vibrazione, gli conferiremo nuovo moto, e così successivamente con altri soffi, ma dati a tempo, e non quando il pendolo ci vien incontro (chè così gl' impediremmo, e non aiuteremmo, il moto); e seguendo, con molti impulsi gli conferiremo impeto tale, che maggior forza assai che quella d' un soffio ci bisognerà a cessarlo.

SAGR. Ho da fanciullo osservato, con questi impulsi dati a tempo un uomo solo far sonare una grossissima campana, e nel volerla poi fermare, attaccarsi alla corda quattro e sei altri e tutti esser levati in alto, nè poter tanti insieme arrestar quell' impeto che un solo con regolati tratti gli aveva conferito.

SALV. Esempio che dichiara 'l mio intento non meno acconciamente di quel che questa mia premessa si accomodi a render la ragione del maraviglioso problema della corda della cetera o del cim-

1. *tempo a sospignere* — 5. *o un mezo* — 24-25. *e non gli aiuteremmo* — 30. *attacarsi,* s, G — 34-35. *accommodi al render ragione* —

balo, che muove e fa realmente sonare quella non solo che all' unisono gli è concorde, ma anco all' ottava e alla quinta. Toccata, la corda comincia e continua le sue vibrazioni per tutto 'l tempo che si sente durar la sua risonanza: queste vibrazioni fanno vibrare e tremare l' aria che gli è appresso, i cui tremori e increspamenti si distendono per grande spazio e vanno a urtare in tutte le corde del medesimo strumento, ed anco di altri vicini: la corda che è tesa all' unisono con la tocca, essendo disposta a far le sue vibrazioni sotto 'l medesimo tempo, comincia al primo impulso a muoversi un poco; e sopraggiugnendogli il secondo, il terzo, il ventesimo e più altri, e tutti ne gli aggiustati e periodici tempi, riceve finalmente il medesimo tremore che la prima tocca, e si vede chiarissimamente andar dilatando le sue vibrazioni giusto allo spazio della sua motrice. Quest' ondeggiamento che si va distendendo per l' aria, muove e fa vibrare non solamente le corde, ma qualsivoglia altro corpo disposto a tremare e vibrarsi sotto quel tempo della tremante corda; sì che se si ficcheranno nelle sponde dello strumento diversi pezzetti di setole o di altre materie flessibili, si vedrà, nel sonare il cimbalo, tremare or questo or quel corpuscolo, secondo che verrà toccata quella corda le cui vibrazioni van sotto 'l medesimo tempo: gli altri non si muoveranno al suono di questa corda, nè quello tremerà al suono d' altra corda. Se con l' archetto si toccherà gagliardamente una corda grossa d' una viola, appressandogli un bicchiere di vetro sottile e pulito, quando il tuono della corda sia all' unisono del tuono del bicchiere, questo tremerà e sensatamente risonerà. Il diffondersi poi amplamente l' increspamento del mezzo intorno al corpo risonante, apertamente si vede nel far sonare il bicchiere, dentro 'l quale sia dell' acqua, fregando il polpastrello del dito sopra l' orlo; imperò che l' acqua contenuta con regolatissimo ordine si vede andar ondeggiando: e meglio ancora si vedrà l' istesso effetto fermando il piede del bicchiere nel fondo di qualche vaso assai largo, nel quale sia dell' acqua sin presso all' orlo del bicchiere; chè parimente, facendolo risonare con la confricazione del dito, si vedranno gl' increspamenti nell' acqua regolatissimi, e con gran velocità spargersi in gran distanza intorno al bicchiere: ed io più volte mi sono incontrato, nel fare al modo

10. *sopragiugnendovi* — 12. *si vede chiaramente andar* — 14. *si va stendendo per* — 15-16. *disposto al tremare* — 27. *dentro al quale* — 28. *fregando col polpastrello* —

detto sonare un bicchiere assai grande e quasi pieno d'acqua, a veder prima le onde nell'acqua con estrema egualità formate, ed accadendo tal volta che 'l tuono del bicchiere salti un' ottava più alto, nell'istesso momento ho visto ciascheduna delle dette onde dividersi in due; accidente che molto chiaramente conclude, la forma dell'ottava esser la dupla.

SAGR. A me ancora è intervenuto l'istesso più d'una volta con mio diletto ed anco utile: imperò che stetti lungo tempo perplesso intorno a queste forme delle consonanze, non mi parendo che la ragione che comunemente se n'adduce da gli autori che sin qui hanno scritto dottamente della musica, fusse concludente a bastanza. Dicono essi, la diapason, cioè l'ottava, esser contenuta dalla dupla, la diapente, che noi diciamo la quinta, dalla sesquialtera, etc.; perchè, distesa sopra il monocordo una corda, sonandola tutta e poi sonandone la metà, col mettere un ponticello in mezzo, si sente l'ottava, e se il ponticello si metterà al terzo di tutta la corda, toccando l'intera e poi li due terzi, ci rende la quinta; per lo che l'ottava dicono esser contenuta tra 'l due e l'uno, e la quinta tra il tre e 'l dua. Questa ragione, dico, non mi pareva concludente per poter assegnar iuridicamente la dupla e la sesquialtera per forme naturali della diapason e della diapente: e 'l mio motivo era tale. Tre sono le maniere con le quali noi possiamo inacutire il tuono a una corda: l'una è lo scorciarla; l'altra, il tenderla più, o vogliam dir tirarla; il terzo è l'assottigliarla. Ritenendo la medesima tiratezza e grossezza della corda, se vorremo sentir l'ottava, bisogna scorciarla la metà, cioè toccarla tutta, e poi mezza: ma se, ritenendo la medesima lunghezza e grossezza, vorremo farla montare all'ottava col tirarla più, non basta tirarla il doppio più, ma ci bisogna il quadruplo, sì che se prima era tirata dal peso d'una libbra, converrà attaccarvene quattro per inacutirla all'ottava: e finalmente se, stante la medesima lunghezza e tiratezza, vorremo una corda che, per esser più sottile, renda l'ottava, sarà necessario che ritenga solo la quarta parte della grossezza dell'altra più grave. E questo che dico dell'ottava, cioè che la sua forma presa dalla tensione o dalla grossezza della corda è in duplicata proporzione di quella che si ha dalla lunghezza, intendasi di

13. *diciamo* 5^a — *sesquialtera; perchè,* s — 14. *sopra al monocordo* — 23. *vogliam dire il tirarla* —

tutti gli altri intervalli musici: imperò che quello che ci dà la lunghezza con la proporzion sesquialtera, cioè col sonarla tutta e poi li due terzi, volendolo cavar dalla tiratezza o dalla sottigliezza, bisogna duplicar la proporzione sesquialtera, pigliando la dupla sesquiquarta, e se la corda grave era tesa da quattro libbre di peso, attaccarne all' acuta non sei, ma nove, e quanto alla grossezza, far la corda grave più grossa dell' acuta secondo la proporzione di nove a quattro, per aver la quinta. Stante queste verissime esperienze, non mi pareva scorger ragione alcuna per la quale avesser i sagaci filosofi a stabilir, la forma dell' ottava esser più la dupla che la quadrupla, e della quinta più la sesquialtera che la dupla sesquiquarta. Ma perchè il numerar le vibrazioni d' una corda, che nel render la voce le fa frequentissime, è del tutto impossibile, sarei restato sempre ambiguo se vero fusse che la corda dell' ottava, più acuta, facesse nel medesimo tempo doppio numero di vibrazioni di quelle della più grave, se le onde permanenti per quanto tempo ci piace, nel far sonare e vibrare il bicchiere, non m' avessero sensatamente mostrato come nell' istesso momento che alcuna volta si sente il tuono saltare all' ottava, si veggono nascere altre onde più minute, le quali con infinita pulitezza tagliano in mezzo ciascuna di quelle prime.

Salv. Bellissima osservazione per poter distinguer ad una ad una le onde nate dal tremore del corpo che risuona, che son poi quelle che, diffuse per l' aria, vanno a far la titillazione su 'l timpano del nostro orecchio, la quale nell' anima ci doventa suono. Ma dove che il vederle ed osservarle nell' acqua non dura se non quanto si continua la confricazion del dito, ed anco in questo tempo non sono permanenti, ma continuamente si fanno e si dissolvono, non sarebbe bella cosa quando se ne potesse far con grand' esquisitezza di quelle che restassero lungo tempo, dico mesi ed anni, sì che desser commodità di poterle misurare ed agiatamente numerare?

Sagr. Veramente io stimerei sommamente una tale invenzione.

Salv. L' invenzione fu del caso, e mia fu solamente l' osservazione e 'l far di essa capitale e stima come di riprova di nobil contemplazione, ancor che fattura in sè stessa assai vile. Raschiando con uno

5. *la corda era* — 5-6. *peso, attacarvene* [sic] *9, e quanto* — 28. *se ne potesser far* — 29. *sì che desse,* s. Così era stato scritto anche in G; ma Galileo corresse di suo pugno *desse* in *desser.* —

scarpello di ferro tagliente una piastra d' ottone per levarle alcune macchie, nel muovervi sopra lo scarpello con velocità, sentii una volta e due, tra molte strisciate, fischiare e uscirne un sibilo molto gagliardo e chiaro; e guardando sopra la piastra, veddi un lungo ordine di virgolette sottili, tra di loro parallele e per egualissimi intervalli l' una dall' altra distanti. Tornando a raschiar di nuovo più e più volte, m' accorsi che solamente nelle raschiate che fischiavano lasciava lo scarpello le 'ntaccature sopra la piastra; ma quando la strisciata passava senza sibilo, non restava pur minima ombra di tali virgolette. Replicando poi altre volte lo scherzo, strisciando ora con maggiore ed ora con minor velocità, il sibilo riusciva di tuono or più acuto ed or più grave; ed osservai, i segni fatti nel suono più acuto esser più spessi, e quelli del più grave più radi, e tal volta ancora, secondo che la strisciata medesima era fatta verso 'l fine con maggior velocità che nel principio, si sentiva il suono andarsi inacutendo, e le virgolette si vedeva esser andate inspessendosi, ma sempre con estrema lindura e con assoluta equidistanza segnate; ed oltre a ciò, nelle strisciate sibilanti sentivo tremarmi il ferro in pugno, e per la mano scorrermi certo rigore: ed in somma si vede e sente fare al ferro quello per appunto che facciamo noi nel parlar sotto voce e nell' intonar poi il suono gagliardo, che, mandando fuora il fiato senza formare il suono, non sentiamo nella gola e nella bocca farsi movimento alcuno, rispetto però ed in comparazione del tremor grande che sentiamo farsi nella laringe ed in tutte le fauci nel mandar fuora la voce, e massime in tuono grave e gagliardo. Ho anco tal volta tra le corde del cimbalo notatone due unisone alli due sibili fatti strisciando al modo detto, e de i più differenti di tuono, de i quali due precisamente distavano per una quinta perfetta; e misurando poi gl' intervalli delle virgolette dell' una e dell' altra strisciata, si vedeva, la distanza che conteneva quarantacinque spazii dell' una, contenere trenta dell' altra, quale veramente è la forma che si attribuisce alla diapente. Ma qui, prima che passare più avanti, voglio avvertirvi, che delle tre maniere d' inacutire il suono, quella che voi referite

5-6. *intervalli una dall'* — 13. *e talora ancora,* s. Così si leggeva pur in G, dove GALILEO di suo pugno corresse *e tal ora* in *e tal volta.* — 15. *principio, sentivo il* — 16. *virgolette si vedevano esser* — 26. *unisone a due* — 30-31. *dell' una, contenerne 30 dell' altra* — 32. In G dopo *diapente* continua: *Non è dunque la ragion prossima ed immediata* ecc. (pag. 146, lin. 20), e manca il tratto da *Ma qui, prima che passare più avanti* a *Ma seguitando il primo proposito, dico che* (pag. 145, lin. 32 — pag. 146, lin. 20).

alla sottigliezza della corda, con più verità deve attribuirsi al peso. Imperò che l' alterazione presa dalla grossezza risponde quando le corde siano della medesima materia: e così una minugia per far l' ottava deve esser più grossa quattro volte dell' altra pur di minugia; ed una d' ottone, più grossa quattro volte d' un' altra d' ottone: ma s' io vorrò far l' ottava con una d' ottone ad una di minugia, non si ha da ingrossar quattro volte, ma sì ben farla quattro volte più grave; sì che, quanto alla grossezza, questa di metallo non sarà altrimente quattro volte più grossa, ma ben quadrupla in gravità, che tal volta sarà più sottile che la sua rispondente all' ottava, più acuta, che sia di minugia: onde accade che incordandosi un cimbalo di corde d' oro ed un altro d' ottone, se saranno della medesima lunghezza, grossezza e tensione, per esser l' oro quasi il doppio più grave, riuscirà l' accordatura circa una quinta più grave. E qui notisi come alla velocità del moto più resiste la gravità del mobile che la grossezza, contro a quello che a prima fronte altri giudicherebbe; che ben pare che, ragionevolmente, più dovesse esser ritardata la velocità dalla resistenza del mezzo all' esser aperto in un mobile grosso e leggiero, che in uno grave e sottile; tuttavia in questo caso accade tutto l' opposito. Ma seguitando il primo proposito, dico che non è la ragion prossima ed immediata delle forme de gl' intervalli musici la lunghezza delle corde, non la tensione, non la grossezza, ma sì bene la proporzione de i numeri delle vibrazioni e percosse dell' onde dell' aria che vanno a ferire il timpano del nostro orecchio, il quale esso ancora sotto le medesime misure di tempi vien fatto tremare. Fermato questo punto, potremo per avventura assegnar assai congrua ragione onde avvenga che di essi suoni, differenti di tuono, alcune coppie siano con gran diletto ricevute dal nostro sensorio, altre con minore, ed altre ci feriscano con grandissima molestia; che è il recar la ragione delle consonanze più o men perfette e delle dissonanze. La molestia di queste nascerà, credo io, dalle discordi pulsazioni di due diversi tuoni che sproporzionatamente colpeggiano sopra 'l nostro timpano, e crudissime saranno le dissonanze quando i tempi delle vibrazioni fussero incommensurabili; per una delle quali

27. *che de' suoni* — 28. *sensorio, ed altre* — 29-30. *che è il cercar la ragione,* s. Così si leggeva anche in G, ma Galileo corresse, di suo pugno, *cercar* in *recar* — 30. *più e men* — 34. *fussero innumerabili; per una,* s —

sarà quella quando di due corde unisone se ne suoni una con tal parte dell' altra quale è il lato del quadrato del suo diametro: dissonanza simile al tritono o semidiapente. Consonanti, e con diletto ricevute, saranno quelle coppie di suoni che verranno a percuotere con qualche ordine sopra 'l timpano; il qual ordine ricerca, prima, che le percosse fatte dentro all' istesso tempo siano commensurabili di numero, acciò che la cartilagine del timpano non abbia a star in un perpetuo tormento d' inflettersi in due diverse maniere per acconsentire ed ubbidire alle sempre discordi battiture: sarà dunque la prima e più grata consonanza l'ottava, essendo che per ogni percossa che dia la corda grave su 'l timpano, l'acuta ne dà due, tal che amendue vanno a ferire unitamente in una sì, e nell' altra no, delle vibrazioni della corda acuta, sì che di tutto 'l numero delle percosse la metà s' accordano a battere unitamente; ma i colpi delle corde unisone giungon sempre tutti insieme, e però son come d' una corda sola, nè fanno consonanza. La quinta diletta ancora, atteso che per ogni due pulsazioni della corda grave l' acuta ne dà tre, dal che ne séguita che, numerando le vibrazioni della corda acuta, la terza parte di tutte s' accordano a battere insieme, cioè due solitarie s' interpongono tra ogni coppia delle concordi; e nella diatesseron se n' interpongon tre. Nella seconda, cioè nel tuono sesquiottavo, per ogni nove pulsazioni una sola arriva concordemente a percuotere con l' altra della corda più grave; tutte l' altre sono discordi e con molestia ricevute su 'l timpano, e giudicate dissonanti dall' udito.

Simp. Vorrei con maggior chiarezza spiegato questo discorso.

Salv. Sia questa linea AB lo spazio e la dilatazione d' una vibrazione della corda grave, e la linea CD quella della corda acuta, la quale con l' altra renda l' ottava, e dividasi la AB in mezzo in E: è manifesto, che cominciando a muoversi le corde ne i termini A, C, quando la vibrazione acuta sarà pervenuta al termine D, l' altra si sarà distesa solamente sino al mezzo E, il quale, non sendo termine del moto, non percuote, ma ben si fa colpo in D. Ritornando poi la vibrazione dal D in C, l' altra passa da E in B, onde le due percosse di B e di C battono unitamente su 'l timpano: e tornando a reiterarsi le simili seguenti vibrazioni, si concluderà, alternatamente in una sì e nel-

15-16. *e però ... consonanza* manca in G. — 20. *diatessaron* — 26-27. *la dilatazione della vibrazione* — 29. *che cominciandosi a muover le* — 32. *ma ben sì fa* —

l' altra no delle vibrazioni C, D accadere l' unione delle percosse con quelle di A, B. Ma le pulsazioni de i termini hanno sempre per compagne una delle C, D, e sempre la medesima: il che è manifesto; perchè, posto che A, C battano insieme, nel passar A in B, C va in D e torna in C, tal che C batte con B; e nel tempo che B torna in A, C passa per D e torna in C, sì che i colpi A, C si fanno insieme. Ma sieno ora le due vibrazioni AB, CD quelle che producono la diapente, i tempi delle quali sono in proporzion sesquialtera, e dividasi la AB della corda grave in tre parti eguali in E, O, e intendansi le vibrazioni cominciare nell' istesso momento da i termini A, C: è manifesto che nella percossa che si farà nel termine D, la vibrazione di AB sarà giunta solamente in O; il timpano dunque riceve la percossa D sola: nel ritorno poi da D in C, l' altra vibrazione passa da O in B e ritorna in O, facendo la pulsazione in B, che pure è sola e di contrattempo (accidente da considerarsi); perchè, avendo noi posto le prime pulsazioni fatte nell' istesso momento nei termini A, C, la seconda, che fu sola del termine D, si fece dopo quanto importa il tempo del transito CD, cioè AO, ma la seguente, che si fa in B, dista dall' altra solo quanto è il tempo di OB, che è la metà: continuando poi il ritorno da O in A, mentre da C si va in D, si viene a far le due pulsazioni unitamente in A e D. Seguono poi altri periodi simili a questi, cioè con l' interposizione di due pulsazioni della corda acuta, scompagnate e solitarie, e una della corda grave, pur solitaria e interposta tra le due solitarie dell' acuta. Sì che, se noi figureremo il tempo diviso in momenti, cioè in minime particole eguali; posto che nei due primi dalle concordi pulsazioni fatte in A, C si passi in O, D, e in D si batta; che nel terzo e quarto momento si torni da D in C, battendo in C, e che da O si passi per B e si torni in O, battendosi in B; e che finalmente nel quinto e sesto momento da O e C si passi in A e D, battendo in amendue; avremo sopra 'l timpano le pulsazioni distribuite con tal ordine, che poste le pulsazioni delle due corde nel medesimo instante, due momenti dopo riceverà una percossa solitaria, nel terzo

6-7. *tal che ... e torna in C* manca nella stampa. — 19. *sola dal termine,* s — 25. *grave, solitaria* — 29. *momento ritorni da D,* s — *battendo in C* manca in G. — 30. *battendoci in B,* s — 31-32. *D, battendosi in* —

momento un' altra pur solitaria, nel quarto un' altra sola, e due momenti dopo, cioè nel sesto, due congiunte insieme: e qui finisce il periodo, e, per dir così, l' anomalia, il qual periodo si va poi più volte replicando.

Sagr. Io non posso più tacere: è forza ch' io esclami il gusto che sento nel vedermi tanto adequatamente rese ragioni di effetti che tanto tempo m' hanno tenuto in tenebre e cecità. Ora intendo perchè l' unisono non differisce punto da una voce sola: intendo perchè l' ottava è la principal consonanza, ma tanto simile all' unisono, che come unisono si prende e si accompagna con le altre; simile è all' unisono, perchè, dove le pulsazioni delle corde unisone vanno a ferire tutte insieme sempre, queste della corda grave dell' ottava vanno tutte accompagnate da quelle dell' acuta, e di queste una s' interpone solitaria ed in distanze eguali ed in certo modo senza fare scherzo alcuno, onde tal consonanza ne diviene sdolcinata troppo e senza brio. Ma la quinta, con quei suoi contrattempi, e con l' interpor tra le coppie delle due pulsazioni congiunte due solitarie della corda acuta ed una pur solitaria della grave, e queste tre con tanto intervallo di tempo quanto è la metà di quello che è tra ciascuna coppia e le solitarie dell' acuta, fa una titillazione ed un solletico tale sopra la cartilagine del timpano, che temperando la dolcezza con uno spruzzo d' acrimonia, par che insieme soavemente baci e morda.

Salv. È forza, poichè veggo che V. S. gusta tanto di queste novellizie, che io gli mostri il modo col quale l' occhio ancora, non pur l' udito, possa recrearsi nel veder i medesimi scherzi che sente l' udito. Sospendete palle di piombo, o altri simili gravi, da tre fili di lunghezze diverse, ma tali che nel tempo che il più lungo fa due vibrazioni, il più corto ne faccia quattro e 'l mezzano tre, il che accaderà quando il più lungo contenga sedici palmi o altre misure, delle quali il mezzano ne contenga nove ed il minore quattro; e rimossi tutti insieme dal perpendicolo e poi lasciatigli andare, si vedrà un intrecciamento vago di essi fili, con incontri varii, ma tali che ad ogni quarta vibrazione del più lungo tutti tre arriveranno al medesimo termine unitamente, e da quello poi si partiranno, reiterando di nuovo l' istesso periodo: la qual mistione di vibrazioni è quella che, fatta dalle corde, rende all' udito l' ottava con la quinta in mezzo. E se

1. *solitaria, e nel* — 13. *queste l' una* — 32-33. *ad ogni quattro vibrazione* [sic] —

con simile disposizione si andranno temperando le lunghezze di altri fili, sì che le vibrazioni loro rispondano a quelle di altri intervalli musici, ma consonanti, si vedranno altri ed altri intrecciamenti, e sempre tali, che in determinati tempi e dopo determinati numeri di vibrazioni tutti i fili (siano tre o siano quattro) si accordano a giugner nell' istesso momento al termine di loro vibrazioni, e di lì a cominciare un altro simil periodo. Ma quando le vibrazioni di due o più fili siano o incommensurabili, sì che mai non ritornino a terminar concordemente determinati numeri di vibrazioni, o se pur, non essendo incommensurabili, vi ritornano dopo lungo tempo e dopo gran numero di vibrazioni, allora la vista si confonde nell' ordine disordinato di sregolata intrecciatura, e l' udito con noia riceve gli appulsi intemperati de i tremori dell' aria, che senza ordine o regola vanno a ferire su 'l timpano.

Ma dove, Signori miei, ci siamo lasciati trasportare per tante ore da i varii problemi ed inopinati discorsi? Siamo giunti a sera, e della proposta materia abbiamo trattato pochissimo o niente; anzi ce ne siamo in modo disviati, che a pena mi sovviene della prima introduzzione e di quel poco ingresso che facemmo come ipotesi e principio delle future dimostrazioni.

Sagr. Sarà dunque bene che ponghiamo per oggi fine a i nostri ragionamenti, dando commodo alla mente di andarsi nel riposo della notte tranquillando, per tornar poi domani (quando piaccia a V. S. di favorirci) a i discorsi desiderati e principalmente intesi.

Salv. Non mancherò d' esser qua all' istessa ora di oggi a servirle e goderle.

8. *siano poi incommensurabili — retornino*, s — 10. *ritornano, ma solo doppo lungo* — 12. *di sregolata intrecciatura* manca in G. — 21. *ponghiamo oggi* —

Finisce la prima Giornata.

GIORNATA SECONDA.

Sagr. Stavamo, il Sig. Simplicio ed io, aspettando la venuta di V. S., e nel medesimo tempo ci andavamo riducendo a memoria l'ultima considerazione, che, quasi come principio e supposizione delle conclusioni che V. S. intendeva di dimostrarci, fu circa quella resistenza che hanno tutti i corpi solidi all'esser rotti, dependente da quel glutine che tiene le parti attaccate e congiunte, sì che non senza una potente attrazzione cedono e si separano. Si andò poi cercando qual potesse esser la causa di tal coerenza, che in alcuni solidi è gagliardissima, proponendosi principalmente quella del vacuo, che fu poi cagione di tante digressioni che ci tennero tutta la giornata occupati e lontani dalla materia primieramente intesa, che era, come ho detto, la contemplazione delle resistenze de i solidi all'essere spezzati.

Salv. Ben mi sovviene del tutto. E ritornando su 'l filo incominciato, posta qualunque ella sia la resistenza de i corpi solidi all'essere spezzati per una violenta attrazzione, basta che indubitabilmente ella in loro si trova; la quale, ben che grandissima contro alla forza di chi per diritto gli tira, minore per lo più si osserva nel violentargli per traverso: e così vegghiamo una verga, per esempio, d'acciaio o di vetro reggere per lo lungo il peso di mille libbre, che fitta a squadra in un muro si spezzerà con l'attaccargliene cinquanta solamente: e di questa seconda resistenza deviamo noi parlare, ricercando secondo

3. *a memoria come l'ultima* — 8. *attrazzione, non traversale, ma retta, cedono* — 12-13. *come ho detto* manca nella stampa. In G è stato aggiunto di mano di Galileo. — 17. *contro la forza* — 20. *di vetro per lo lungo reggere il peso* — 22. *dobbiamo* —

quali proporzioni ella si ritrovi ne i prismi e cilindri simili o dissimili in figura, lunghezza e grossezza, essendo però dell'istessa materia. Nella quale specolazione io piglio come principio noto quello che nelle mecaniche si dimostra tra le passioni del vette, che noi chiamiamo leva, cioè che nell'uso della leva la forza alla resistenza ha la proporzion contraria di quella che hanno le distanze tra 'l sostegno e le medesime forza e resistenza.

Simp. Questo fu dimostrato da Aristotile, nelle sue Mecaniche, prima che da ogni altro.

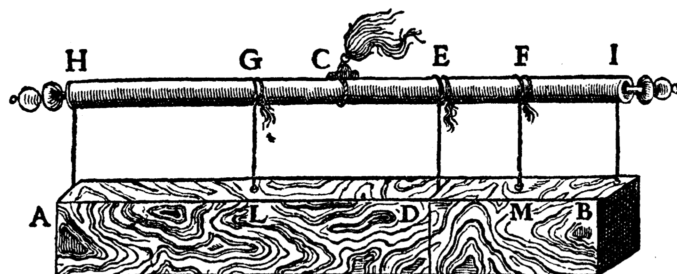
Salv. Voglio che gli concediamo il primato nel tempo; ma nella fermezza della dimostrazione parmi che se gli deva per grand'intervallo anteporre Archimede, da una sola proposizione del quale, dimostrata da esso ne gli Equiponderanti, dependono le ragioni non solamente della leva, ma della maggior parte de gli altri strumenti mecanici.

Sagr. Ma già che questo principio è il fondamento di tutto quello che voi avete intenzione di volerci dimostrare, non sarebbe se non molto a proposito l'arrecarci anco la prova di tal supposizione, quando non sia materia molto prolissa, dandoci una intera e compita instruzzione.

Salv. Come questo si abbia a fare, sarà pur meglio che io per altro ingresso, alquanto diverso da quello d'Archimede, v'introduca nel campo di tutte le future specolazioni, e che non supponendo altro se non che pesi eguali posti in bilancia di braccia eguali facciano l'equilibrio (principio supposto parimente dal medesimo Archimede), io venga poi a dimostrarvi come non solamente altrettanto sia vero che pesi diseguali facciano l'equilibrio in stadera di braccia diseguali secondo la proporzione di essi pesi permutatamente sospesi, ma che l'istessa cosa fa colui che colloca pesi eguali in distanze eguali, che quello che colloca pesi diseguali in distanze che abbiano permutatamente la medesima proporzione che i pesi.

Or per chiara dimostrazione di quanto dico, segno un prisma o cilindro solido AB, sospeso dall'estremità alla linea HI, e sostenuto da due fili HA, IB: è manifesto, che se io sospenderò il tutto dal filo C, posto nel mezzo della bilancia HI, il prisma AB resterà equilibrato, essendo la metà del suo peso da una banda, e l'altra dall'altra, del punto della sospensione C, per il principio da noi supposto. Intendasi

ora il prisma esser diviso in parti diseguali dal piano per la linea D, e sia la parte DA maggiore, e la DB minore; ed acciò che, fatta tal divisione, le parti del prisma restino nel medesimo sito e costituzione rispetto alla linea HI, soccorriamo con un filo ED, il quale, fermato nel punto E, sostenga le parti del prisma AD, DB: non è da dubitarsi che, non si essendo fatta veruna local mutazione nel prisma rispetto alla bilancia HI, ella resterà nel medesimo stato dell' equilibrio.

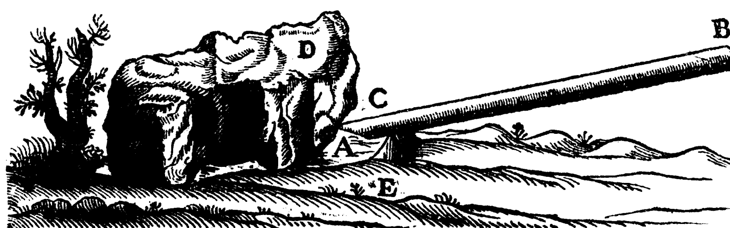


Ma nella medesima costituzione resterà ancora se la parte del prisma che ora è sospesa dalle due estremità con li fili AH, DE, si appenda ad un sol filo GL, posto nel mezzo; e parimente l' altra parte DB non muterà stato sospesa dal mezzo e sostenuta dal filo FM: sciolti dunque i fili HA, ED, IB, e lasciati solo li due GL, FM, resterà l' istesso equilibrio, fatta pur sempre la sospensione dal punto C. Or qui voltiamoci a considerare come noi abbiamo due gravi AD, DB, pendenti da i termini G, F di una libra GF, nella quale si fa l'equilibrio dal punto C, in modo che la distanza della sospensione del grave AD dal punto C è la linea CG, e l' altra parte CF è la distanza dalla qual pende l' altro grave DB: resta dunque solo da dimostrarsi, tali distanze aver la medesima proporzione tra di loro che hanno gli stessi pesi, ma permutatamente presi, cioè che la distanza GC alla CF sia come il prisma DB al prisma DA; il che proveremo così. Essendo la linea GE la metà della EH, e la EF metà della EI, sarà tutta la GF metà di tutta la HI, e però eguale alla CI; e trattane la parte comune CF, sarà la rimanente GC eguale alla rimanente FI, cioè alla FE; e presa comunemente la CE, saranno le due GE, CF eguali: e però, come GE ad EF, così FC a CG; ma come GE ad EF, così la doppia alla doppia, cioè HE ad EI, cioè il prisma AD al prisma DB; adunque, per l' egual proporzione e convertendo, come la distanza GC alla distanza CF, così il peso BD al peso DA: che è quello che io volevo provarvi.

2. *maggiore della DB* — 28. *EF, la metà* —

Inteso sin qui, non credo che voi porrete difficoltà in ammettere che i due prismi AD, DB facciano l' equilibrio dal punto C, perchè la metà di tutto 'l solido AB è alla destra della sospensione C, e l'altra metà dalla sinistra, e che così si vengono a rappresentar due pesi eguali disposti e distesi in due distanze eguali. Che poi li due prismi AD, DB ridotti in due dadi, o in due palle, o in due qual' altre si siano figure (purchè si conservino le sospensioni medesime G, F), seguitino di far l' equilibrio dal punto C, non credo che sia alcuno che ne possa dubitare, perchè troppo manifesta cosa è che le figure non mutano peso, dove si ritenga la medesima quantità di materia. Dal che possiamo raccor la general conclusione, che due pesi, qualunque si siano, fanno l' equilibrio da distanze permutatamente respondenti alle lor gravità.

Stabilito dunque tal principio, avanti che passiamo più oltre, devo metter in considerazione come queste forze, resistenze, momenti, figure, etc., si posson considerar in astratto e separate dalla materia, ed anco in concreto e congiunte con la materia; ed in questo modo quelli accidenti che converranno alle figure considerate come immateriali, riceveranno alcune modificazioni mentre li aggiugneremo la materia, ed in consequenza la gravità. Come, per esempio, se noi intenderemo una leva, qual sarebbe questa BA, la quale, posando su 'l sostegno E, sia applicata per sollevare il grave sasso D, è manifesto, per il dimostrato principio, che la forza posta nell' estremità B basterà per adequare la resistenza del grave D, se il suo momento al momento di esso D abbia la medesima proporzione che ha la distanza AC alla distanza CB; e questo è vero, non mettendo in considerazione altri momenti che quelli della semplice forza in B e della resistenza in D, quasi che l' istessa leva fusse immateriale e senza gravità: ma se noi metteremo in conto la gravità ancora dello strumento stesso della leva, la quale sarà talor di legno e tal volta anco di ferro, è manifesto che, alla forza in B aggiunto il peso



16. *etc.* manca nella stampa. — 23. *solevare,* s — 33. *e la resistenza* —

della leva, altererà la proporzione, la quale converrà pronunziare sotto altri termini. E però, prima che passar più oltre, è necessario che noi convenghiamo in por distinzione tra queste due maniere di considerare, chiamando un *prendere assolutamente* quello quando intenderemo lo strumento preso in astratto, cioè separato dalla gravità della propria materia; ma congiugnendo con le figure semplici ed assolute la materia, con la gravità ancora, nomineremo le figure congiunte con la materia *momento* o *forza composta*.

Sagr. È forza ch'io rompa il proposito che avevo di non dar occasione di digredire; ma non potrei con attenzione applicarmi al rimanente, se non mi fusse rimosso certo scrupolo che mi nasce; ed è questo: che mi pare che V. S. faccia comparazione della forza posta in B con la total gravità del sasso D, della qual gravità mi pare che una parte, e forse forse la maggiore, si appoggi sopra 'l piano dell' orizonte; sì che....

Salv. Ho inteso benissimo. V. S. non soggiunga altro; ma solamente avverta che io non ho nominata la gravità totale del sasso, ma ho parlato del momento che egli tiene ed esercita sopra 'l punto A, estremo termine della leva BA, il quale è sempre minore dell'intero peso del sasso, ed è variabile secondo la figura della pietra e secondo che ella vien più o meno sollevata.

Sagr. Resto appagato; ma mi nasce un altro desiderio, che è, che per intera cognizione mi fusse dimostrato il modo, se vi è, di poter investigare qual parte sia del peso totale quella che vien sostenuta dal soggetto piano, e quale quella che grava su 'l vette nell' estremità A.

Salv. Perchè posso con poche parole dargli sodisfazzione, non voglio lasciar di servirla. Però, facendone un poco di figura, intenda V. S. il peso il cui centro di gravità sia A, appoggiato sopra l'orizonte co 'l termine B, e nell'altro sia sostenuto col vette CG, sopra 'l sostegno N, da una potenza posta in G; e dal centro A e dal termine C caschino, perpendicolari all' orizonte, AO, CF: dico, il momento di tutto il peso al momento della potenza in G aver la proporzion composta della distanza GN alla distanza NC e della FB alla BO. Facciasi, come la linea FB alla BO, così la NC alla X: ed essendo tutto il peso A sostenuto dalle due potenze poste in B e C,

2. *prima di passar* — 14. *e forse la maggiore* — 17. *ho nominato la* —

la potenza B alla C è come la distanza FO alla OB; e componendo, le due potenze B, C insieme, cioè il total momento di tutto 'l peso A, alla potenza in C è come la linea FB alla BO, cioè come la NC alla X: ma il momento della potenza in C al momento della potenza in G è come la distanza GN alla NC: adunque, per la perturbata, il total peso A al momento della potenza in G è come la GN alla X. Ma la proporzione di GN ad X è composta della proporzione di GN ad NC e di quella di NC ad X, cioè di FB a BO; adunque il peso A alla potenza che lo sostiene in G ha la proporzione composta della GN ad NC e di quella di FB a BO: ch' è quello che si doveva dimostrare.

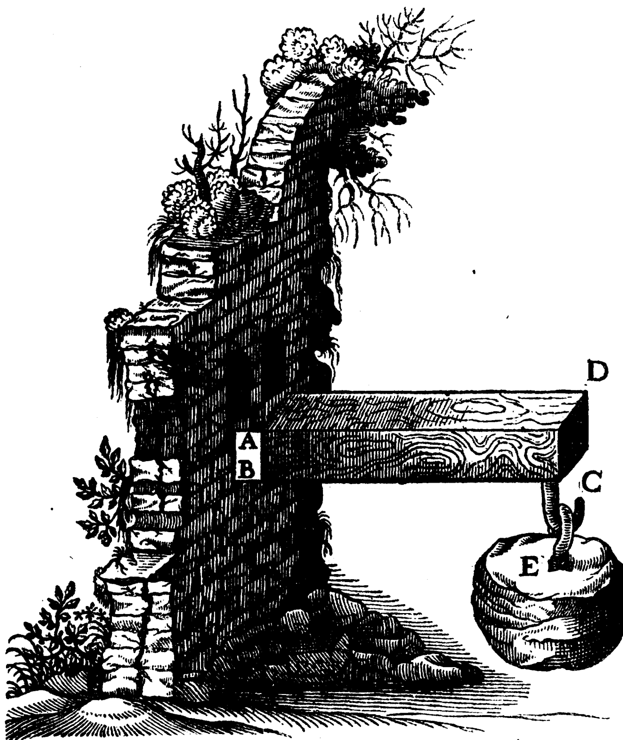
Or tornando al nostro primo proposito, intese tutte le cose sin qui dichiarate, non sarà difficile l' intender la ragione onde avvenga

Prop. I.

che un prisma o cilindro solido, di vetro, acciaio, legno o altra materia frangibile, che sospeso per lungo sosterrà gravissimo peso che gli sia attaccato, ma in traverso (come poco fa dicevamo) da minor peso assai potrà tal volta essere spezzato, secondo che la sua lunghezza eccederà la sua grossezza. Imperò che figuriamoci il prisma solido ABCD, fitto in un muro dalla parte AB, e nell'altra estremità s' intenda la forza del peso E (intendendo sempre, il muro esser eretto all' orizonte, ed il prisma o cilindro fitto nel muro ad angoli retti): è manifesto che, dovendosi spezzare, si romperà nel luogo B, dove il taglio del muro serve per sostegno, e la BC per la parte della leva dove si pone la forza; e la grossezza del solido BA è l' altra parte della leva, nella quale è posta la resistenza, che consiste nello staccamento che s' ha da fare della parte del solido BD, che è fuor del muro, da quella che è dentro: e per le cose dichiarate, il momento della forza posta in C al momento della resistenza, che sta nella grossezza del prisma, cioè nell' attaccamento della base BA con la sua contigua, ha la medesima proporzione che la lunghezza CB alla metà della BA; e però l' assoluta resistenza all' esser rotto, che è nel pri-

11-12. *della proporzione GN,* s — 20. *gli stia attaccato* — 24-25. (*intendendo ... retti*) manca in G. — 28. *è la parte* —

sma BD (la quale assoluta resistenza è quella che si fa col tirarlo per diritto, perchè allora tanto è il moto del movente quanto quello del mosso), all' esser rotto con l'aiuto della leva BC, ha la medesima proporzione che la lunghezza BC alla metà di AB nel prisma, che nel cilindro è il semidiametro della sua base. E questa sia la nostra prima proposizione. E notate, che questo che dico, si debbe intendere, rimossa la considerazione del peso proprio del solido BD, il qual solido ho preso come nulla pesante: ma quando vorremo mettere in conto la sua gravità, congiugnendola col peso E, doviamo al peso E aggiugnere la metà del peso del solido BD; sì che essendo, v. g., il peso di BD due libbre, e 'l peso di E libbre dieci, si deve pigliare il peso E come se fusse undici.



Simp. E perchè non come se fusse dodici?

Salv. Il peso E, Sig. Simplicio mio, pendente dal termine C, preme, in rispetto alla leva BC, con tutto 'l suo momento di libbre dieci; dove se fusse appeso il solo BD, graverebbe con tutto 'l momento di due libbre: ma, come vedete, tal solido è distribuito per tutta la lunghezza BC uniformemente, onde le parti sue vicine all'estremità B gravano manco delle più remote; sì che in somma, ristorando quelle con queste, il peso di tutto 'l prisma si riduce a lavorare sotto 'l centro della sua gravità, che risponde al mezzo della leva BC: ma un peso pendente dalla estremità C ha momento doppio di quello che arebbe pendendo dal mezzo: e però la metà del peso del prisma

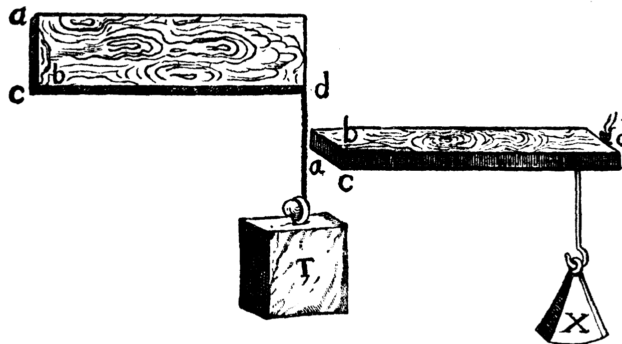
24. *peso BD* — 35. *ha doppio momento di* —

si deve aggiugnere al peso E, mentre ci serviamo del momento di amendue, come locati nel termine C.

Simp. Resto capacissimo; e di più, s'io non m'inganno, parmi che la potenza di amendue i pesi BD ed E, posti così, arebbe l'istesso momento che se tutto il peso di BD col doppio di E fusse appeso nel mezo della leva BC.

Salv. Così è precisamente, e si deve tenere a memoria. Qui possiamo immediatamente intender, come e con che proporzione resista più una verga, o vogliam dir prisma più largo che grosso, all'esser rotto, fattogli forza secondo la sua larghezza, che secondo la grossezza. Per intelligenza di che, intendasi una riga *ad*, la cui larghezza sia *ac*, e la grossezza, assai minore, *cb*: si cerca perchè, volendola romper per taglio, come nella prima figura, resisterà al gran peso T; ma posta per piatto, come nella seconda figura, non resisterà all'X,

Prop. II.



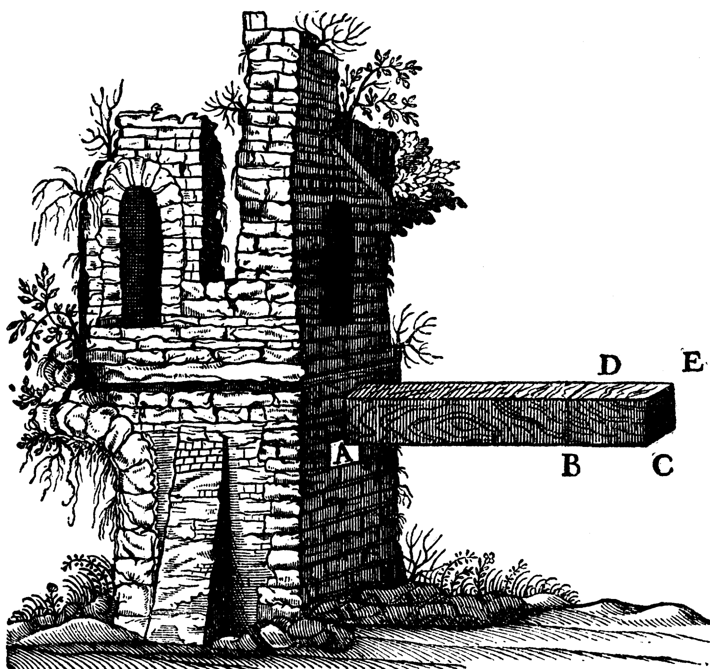
minore del T. Il che si fa manifesto, mentre intendiamo, il sostegno essere una volta sotto la linea *bc* ed un'altra sotto la *ca*, e le distanze delle forze esser nell'un caso e nell'altro eguali, cioè la lunghezza *bd*; ma nel primo caso la distanza della resistenza dal sostegno, che è la metà della linea *ca*, è maggiore della distanza nell'altro caso, la quale è la metà della *bc*; però la forza del peso T conviene che sia maggiore della X quanto la metà della larghezza *ca* è maggiore della metà della grossezza *bc*, servendoci quella per contralleva della *ca*, e questa della *cb*, per superare la medesima resistenza, che è la quantità delle fibre di tutta la base *ab*. Concludesi per tanto, la medesima riga o prisma più largo che grosso resister più all'esser rotto per taglio che per piatto, secondo la proporzione della larghezza alla grossezza.

Prop. III.

Conviene ora che cominciamo a investigare secondo qual proporzione vadia crescendo il momento della propria gravità, in relazione

1-2. *amendue, e come* — 6. *mezo dalla leva* — 9. *una riga, o vogliam* — 16-17. *mentre si fa, il sostegno* — 34. *che incominciamo a* —

alla propria resistenza all' essere spezzato in un prisma o cilindro, mentre, stando parallelo all' orizonte, si va allungando; il qual momento trovo andar crescendo in duplicata proporzione di quella dell' allungamento. Per la cui dimostrazione, intendasi il prisma o cilindro AD fitto saldamente nel muro dall'estremità A, e sia equidistante all' orizonte; ed il medesimo intendasi allungato sino in E, aggiugnendovi la parte BE. È manifesto che l'allungamento della leva AB sino in C cresce per sè solo, cioè assolutamente preso, il momento della forza premente contro alla resistenza dello staccamento e rottura da farsi in A secondo la proporzione di CA a BA: ma, oltre a questo, il peso aggiunto del solido BE al peso del solido AB cresce il momento della gravità premente secondo la proporzione del prisma AE al prisma AB, la qual proporzione è la medesima della lunghezza AC alla AB: adunque è manifesto che, congiunti i due accrescimenti delle lunghezze e delle gravità, il momento composto di amendue è in doppia proporzione di qualunque di esse. Concludasi per tanto, i momenti delle forze de i prismi e cilindri egualmente grossi, ma disegualmente lunghi, esser tra di loro in duplicata proporzione di quella delle lor lunghezze, cioè esser come i quadrati delle lunghezze.



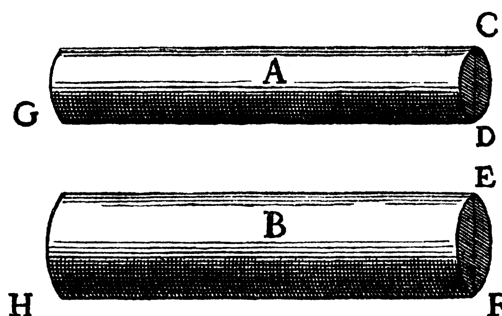
Mostreremo adesso, nel secondo luogo, secondo qual proporzione cresca la resistenza all' essere spezzati ne i prismi e cilindri, mentre

9-11. *per sè ... preso* non si legge in G dopo *cresce,* ma dopo *BA* (lin. 20). —

restino della medesima lunghezza e si accresca la grossezza. E qui dico che:

Prop. IV. Ne i prismi e cilindri egualmente lunghi, ma disegualmente grossi, la resistenza all' esser rotti cresce in triplicata proporzione de i diametri delle lor grossezze, cioè delle lor basi.

I due cilindri siano questi A, B; le cui lunghezze eguali, DG, FH; le basi diseguali, i cerchi i cui diametri CD, EF: dico, la resistenza del cilindro B alla resistenza del cilindro A, ad esser rotti, aver triplicata proporzione di quella che ha il diametro FE al diametro DC. Imperò che, se consideriamo l' assoluta e semplice resistenza che risiede nelle basi, cioè ne i cerchi EF, DC, all' essere strappati facendogli forza col tirargli per diritto, non è dubbio che la resistenza del cilindro B è tanto maggiore che quella del cilindro A, quanto il cerchio EF è maggiore del CD, perchè tante più sono le fibre, i filamenti o le parti tenaci, che tengono unite le parti de i solidi. Ma se consideriamo che nel far forza per traverso ci serviamo di due leve, delle quali le parti o distanze dove si applicano le forze sono le linee DG, FH, i sostegni sono ne' punti D, F, ma le altri parti o distanze dove son poste le resistenze sono i semidiametri de i cerchi DC, EF, perchè i filamenti sparsi per tutte le superficie de i cerchi è come se tutti si riducessero ne i centri; considerando, dico, tali leve, intenderemo, la resistenza nel centro della base EF contro alla forza di H esser tanto maggiore della resistenza della base CD contro alla forza posta in G (e sono le forze in G ed H di leve eguali DG, FH), quanto il semidiametro FE è maggiore del semidiametro DC. Cresce dunque la resistenza all' esser rotto nel cilindro B sopra la resistenza del cilindro A secondo amendue le proporzioni de i cerchi EF, DC e de i lor semidiametri, o vogliam dir diametri: ma la proporzione de i cerchi è doppia di quella de i diametri: adunque la proporzione delle resistenze, che di quelle si compone, è triplicata della proporzione



5-6. *basi: e questo avviene tanto pigliando assolutamente le figure separate dalla gravità della materia, quanto composte con essa materia. I due cilindri* — 31. *esser rotta nel,* s —

de i medesimi diametri: che è quello che dovevo provare. Ma perchè anco i cubi sono in tripla proporzione de i loro lati, possiamo similmente concludere, le resistenze de i cilindri egualmente lunghi esser tra di loro come i cubi de i lor diametri.

Da questo che si è dimostrato possiamo concludere ancora, le resistenze de i prismi e cilindri egualmente lunghi aver sesquialtera proporzione di quella de gli stessi cilindri. Il che è manifesto: perchè i prismi e cilindri egualmente alti hanno fra di loro la medesima proporzione che le lor basi, cioè doppia de i lati o diametri di esse basi; ma le resistenze (come si è dimostrato) hanno triplicata proporzione de i medesimi lati o diametri; adunque la proporzione delle resistenze è sesquialtera della proporzione de gli stessi solidi, ed in consequenza de i pesi de i medesimi solidi. Corol.

Simp. Egli è forza che, avanti che si proceda più oltre, io resti sincerato di certa mia difficoltà. E questa è, che sin qui non ho sentito mettere in considerazione cert' altra sorte di resistenza, la quale mi par che venga diminuita ne i solidi secondo che si vanno più e più allungando, e non solo nell' uso trasversale, ma ancora per lo lungo; in quel modo appunto che veggiamo, una corda lunghissima esser molto meno atta a reggere un gran peso, che se fusse corta: onde io credo che una verga di legno o di ferro più peso assai potrà reggere se sarà corta, che se sarà molto lunga; intendendo sempre usata per lo lungo, e non in traverso, ed anco messo in conto il suo proprio peso, che nella più lunga è maggiore.

Salv. Dubito, Sig. Simplicio, che in questo punto voi, con molti altri, v' inganniate, se però ho ben compreso il vostro concetto, sì che voi vogliate dire che una corda lunga, v. g., quaranta braccia non possa sostenere tanto peso, quanto se fusse un braccio o due della medesima corda.

Simp. Cotesto ho voluto dire, e sin qui mi par proposizione assai probabile.

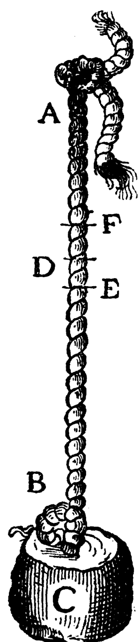
Salv. Ma io l' ho per falsa, non che per improbabile; e credo di potervi assai agevolmente cavar d' errore. Però ponghiamo questa corda AB, fermata di sopra dal capo A, e dall' altro sia il peso C, dalla cui forza debba essa corda essere rotta: assegnatemi voi, Sig. Simplicio, il luogo particolare dove debba seguir la rottura.

15. *di certa difficoltà* — 24. *nella lunga* —

Simp. Sia nel luogo D.

Salv. Vi domando qual sia la cagione dello strapparsi in D.

Simp. È la causa di ciò, perchè la corda in quella parte non era potente a reggere, v. g., cento libbre di peso, quanto è la parte DB con la pietra C.



Salv. Adunque, tutta volta che tal corda nella parte D venisse violentata dalle medesime cento libbre di peso, ella lì si strapperebbe.

Simp. Così credo.

Salv. Ma ditemi ora: chi attaccasse il medesimo peso non al fine della corda B, ma vicino al punto D, come sarebbe in E, o vero legasse la corda non nella altezza A, ma più vicina e sopra al punto medesimo D, come sarebbe in F, ditemi, dico, se il punto D sentirebbe il medesimo peso delle cento libbre.

Simp. Sentirebbelo, accompagnando però il pezzo di corda EB con la pietra C.

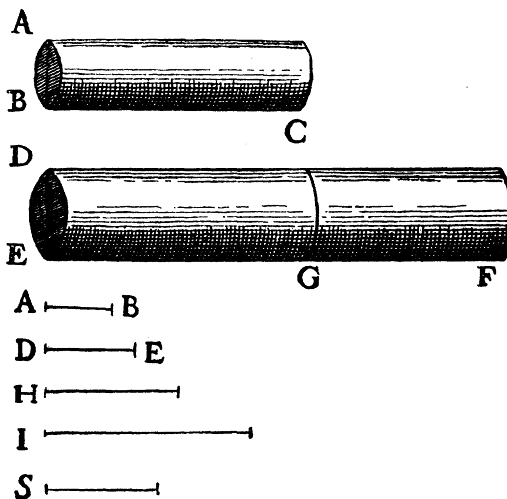
Salv. Se dunque la corda nel punto D vien tirata dalle medesime cento libbre di peso, si romperà, per la vostra concessione: e pure la FE è un piccol pezzo della lunga AB; come dunque volete più dire che la corda lunga sia più debole della corta? Contentatevi dunque d' esser cavato d' un errore nel quale avete auto molti compagni, ed anco per altro molto intelligenti; e seguitiamo innanzi. Ed avendo dimostrato, i prismi e cilindri crescere il lor momento sopra le proprie resistenze secondo i quadrati delle lunghezze loro (mantenendo però sempre la medesima grossezza); e parimente, gli egualmente lunghi, ma differenti in grossezza, crescer le lor resistenze secondo la proporzione de i cubi de i lati o diametri delle lor basi, passiamo a investigare quello che accaggia a tali solidi differenti in lunghezza e grossezza insieme. Ne i quali io osservo che:

Prop. V. I prismi e cilindri di diversa lunghezza e grossezza hanno le lor resistenze all' esser rotti di proporzione composta della propor-

13. *ma pur vicina,* s. In G è impossibile distinguere, per causa di uno sgorbio, se si legga *più* o *pur;* forse prima era stato scritto *pur,* e poi fu corretto in *più.* — 16-17. *il pezzo della corda* — 30. *che avvenga a tali* — 31. *insieme* manca nella stampa. In G è stato aggiunto di mano di Galileo. —

zione de i cubi de' diametri delle lor basi e della proporzione delle lor lunghezze permutatamente prese.

Siano tali due cilindri questi ABC, DEF: dico, la resistenza del cilindro AC alla resistenza del cilindro DF aver la proporzione composta della proporzione del cubo del diametro AB al cubo del diametro DE e della proporzione della lunghezza EF alla lunghezza BC. Pongasi la EG eguale alla BC, e delle linee AB, DE sia terza proporzionale la H, e quarta la I, e come la EF alla BC così sia la I alla S. E perchè la resistenza del cilindro AC alla resistenza del cilindro DG è come il cubo AB al cubo DE, cioè come la linea AB alla linea I; e la resistenza del cilindro DG alla resistenza del cilindro DF come la lunghezza FE alla EG, cioè come la linea I alla S; adunque, per l'egual proporzione, come la resistenza del cilindro AC alla resistenza del cilindro DF, così la linea AB alla S: ma la linea AB alla S ha la proporzion composta della AB alla I e della I alla S: adunque la resistenza del cilindro AC alla resistenza del cilindro DF ha la proporzion composta della AB alla I, cioè del cubo di AB al cubo di DE, e della proporzione della linea I alla S, cioè della lunghezza EF alla lunghezza BC: che è quello che intendevo di dimostrare.



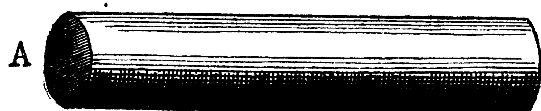
Dopo la dimostrata proposizione, voglio che consideriamo quello che accaggia tra i cilindri e prismi simili: de i quali dimostreremo come:

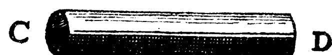
De i cilindri e prismi simili i momenti composti, cioè risultanti dalle lor gravità e dalle loro lunghezze, che sono come leve, hanno tra di loro proporzione sesquialtera di quella che hanno le resistenze delle medesime lor basi. Prop. VI.

Per il che dimostrare, segniamo i due cilindri simili AB, CD: dico, il momento del cilindro AB per superare la resistenza della sua base B, al momento di CD per superare la resistenza della sua D,

10-11. *alla BC, e delle linee, così sia,* s — 30. *e de i prismi* —

aver sesquialtera proporzione di quella che ha la medesima resistenza della base B alla resistenza della base D. E perchè i momenti de i solidi AB, CD per superar le resistenze delle lor basi B, D son composti delle lor gravità e delle forze delle lor leve, e la forza della leva AB è eguale alla forza della leva CD (e questo perchè la lunghezza AB al semidiametro della base B ha la medesima proporzione, per la similitudine de' cilindri, che la lunghezza CD al semidiametro della base D), resta che 'l momento totale del cilindro AB al momento totale di CD sia come la sola gravità del cilindro AB alla sola gravità del cilindro CD, cioè come l'istesso cilindro AB all'istesso CD: ma questi sono in triplicata proporzione de i diametri delle basi loro B, D; e le resistenze delle medesime basi, essendo tra di loro come l'istesse basi, sono, in consequenza, in duplicata proporzione de i medesimi loro diametri: adunque i momenti de i cilindri son in sesquialtera proporzione delle resistenze delle basi loro.





Simp. Questa proposizione mi è veramente giunta non solamente nuova, ma inaspettata, e nel primo aspetto assai remota dal giudizio che io ne averei conietturalmente fatto: imperò che, essendo tali figure in tutto 'l restante simili, arei tenuto per fermo che anco i momenti loro verso le proprie resistenze avessero ritenuta la medesima proporzione.

Sagr. Questa è la dimostrazione di quella proposizione, che nel principio de' nostri ragionamenti dissi parermi di scorger per ombra.

Salv. Quello che ora accade al Sig. Simplicio, avvenne per alcun tempo a me, credendo che le resistenze di solidi simili fusser simili, sin che certa, nè anco molto fissa o accurata, osservazione mi pareva rappresentarmi, ne i solidi simili non mantenersi un tenore eguale nelle loro robustezze, ma i maggiori esser meno atti a patire gl'incontri violenti, come rimaner più offesi dalle cadute gli uomini grandi

20-25. In G le parole *Questa proposizione ... proporzione* sono attribuite al Sagredo, e dopo *proporzione* si legge: *Simp. Ed io ancora arei creduto l'istesso. Salv. Aggiugnete me ancora per terzo, chè tale mi mantenni per molto tempo, sin che certa* ecc., riprendendo poi conforme alla lin. 30 e seg. — 32-33. *a patire gli eventi violenti,* s. In G era stato scritto *a patire gl' evventi violenti,* ma Galileo corresse, di suo pugno, *evventi* in *incontri.* —

che i piccoli fanciulli; e, come da principio dicevamo, cadendo dalla medesima altezza vedesi andare in pezzi una gran trave ò una colonna, ma non così un piccolo corrente o un piccol cilindro di marmo. Questa tal quale osservazione mi destò la mente all' investigazione di quello che ora son per dimostrarvi: proprietà veramente ammirabile, poichè tra le infinite figure solide simili tra di loro, pur due non ve ne sono, i momenti delle quali verso le proprie resistenze ritenghino la medesima proporzione.

Simp. Ora mi fate sovvenire non so che, posto da Aristotele tra le sue Quistioni Mecaniche, mentre vuol render la ragione onde avvenga che i legni, quanto più son lunghi, tanto più son deboli e più si piegano, ben che i più corti sieno più sottili, e i lunghi più grossi; e se io ben mi ricordo, ne riduce la ragione alla semplice leva.

Salv. È verissimo: e perchè la soluzione non par che tolga interamente la ragion del dubitare, Monsig. di Guevara, il quale veramente con i suoi dottissimi comentarii ha altamente nobilitata e illustrata quell' opera, si estende con altre più acute specolazioni per sciorre tutte le difficoltà, restando però esso ancora perplesso in questo punto, se crescendosi con la medesima proporzione le lunghezze e le grossezze di tali solide figure, si deva mantenere l' istesso tenore nelle loro robustezze e resistenze nell' esser rotte ed anco nel piegarsi. Io, dopo un lungo pensarvi, ho in questa materia ritrovato quello che seguentemente son per apportarvi. E prima dimostrerò che:

De i prismi o cilindri simili gravi, un solo e unico è quello che si riduce (gravato dal proprio peso) all' ultimo stato tra lo spezzarsi e 'l sostenersi intero[1]: sì che ogni maggiore, come impotente a resistere al proprio peso, si romperà; e ogni minore resiste a qualche forza che gli venga fatta per romperlo. Prop. VII.

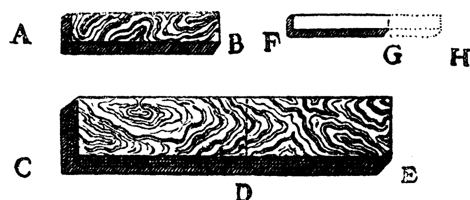
Sia il prisma grave AB ridotto alla somma lunghezza di sua consistenza, sì che allungato un minimo di più si rompesse: dico, questo esser unico tra tutti i suoi simili (che pur sono infiniti); atto ad esser

9-10. *Aristotele nelle sue* — 11-12. *si piegano che i più corti, ben che più sottili* — 15. *ragion di dubitare* — 19-20. *e grossezze* — 21. *rotti,* s — *resistenze all' esser rotte ed anco nel* — 22. *in questa maniera ritrovato,* s —

[1] In G, di fronte a questa prima parte della Proposizione, si legge (della stessa mano che ha copiato il codice) la seguente postilla: « Vedi l' error del Biancano nel libro dei Luoghi Matematici d' Aristotele, alla fac. 177, etc. ».



ridotto in tale stato ancipite; sì che ogni maggiore, oppresso dal proprio peso, si spezzerà, ed ogni minore no, anzi potrà resistere a qualche aggravio di nuova violenza, oltre a quella del proprio peso.



Sia prima il prisma CE, simile e maggiore di AB: dico, questo non poter consistere, ma rompersi, superato dalla propria gravità. Pongasi la parte CD lunga quanto AB: e perchè la resistenza di CD a quella di AB è come il cubo della grossezza di CD al cubo della grossezza di AB, cioè come il prisma CE al prisma AB (essendo simili), adunque il peso di CE è il sommo che possa esser sostenuto nella lunghezza del prisma CD; ma la lunghezza CE è maggiore; adunque il prisma CE si romperà. Ma sia FG minore: si dimostrerà similmente (posta FH eguale alla BA), la resistenza di FG a quella di AB esser come il prisma FG al prisma AB, quando la distanza AB, cioè FH, fusse eguale alla FG; ma è maggiore; adunque il momento del prisma FG posto in G non basta per romper il prisma FG.

Sagr. Chiarissima e breve dimostrazione, concludente la verità e necessità di una proposizione che, nel primo aspetto, sembra assai remota dal verisimile. Bisognerebbe dunque alterare assai la proporzione tra la lunghezza e la grossezza del prisma maggiore, con l' ingrossarlo o scorciarlo, acciò si riducesse allo stato ancipite tra 'l reggersi e lo spezzarsi; e l' investigazione di tale stato penso che potesse esser altrettanto ingegnosa.

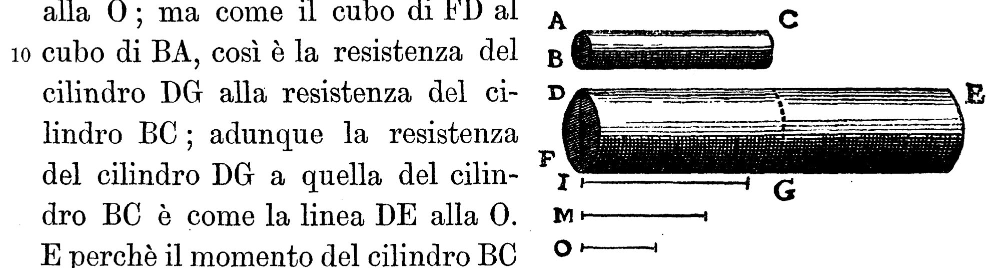
Salv. Anzi più presto d' avvantaggio, come anco più laboriosa; ed io lo so, che vi spesi non piccol tempo per ritrovarla, ed ora voglio participarvela.

Prop. VIII. Dato dunque un cilindro o prisma di massima lunghezza da non esser dal suo proprio peso spezzato, e data una lunghezza maggiore, trovar la grossezza d' un altro cilindro o prisma che sotto la data lunghezza sia l' unico e massimo resistente al proprio peso.

Sia il cilindro BC massimo resistente al proprio peso, e sia la DE lunghezza maggiore della AC: bisogna trovare la grossezza del ci-

22. *e grossezza* — 22-23. *l' ingrossarlo e scorciarlo* — 29-30. La notazione marginale *Prop. VIII* manca in G. Nè in G poi, nè nella stampa, si legge alcuna notazione marginale alle Proposizioni che a questa seguono. —

lindro che sotto la lunghezza DE sia il massimo resistente al proprio peso. Sia delle lunghezze DE, AC terza proporzionale I, e come DE ad I, così sia il diametro FD al diametro BA, e facciasi il cilindro FE; dico, questo esser il massimo ed unico, tra tutti i suoi simili, resistente al proprio peso. Delle linee DE, I sia terza proporzionale M, e quarta O, e pongasi FG eguale alla AC: e perchè il diametro FD al diametro AB è come la linea DE alla I, e delle DE, I la O è quarta proporzionale, il cubo di FD al cubo di BA sarà come la DE alla O; ma come il cubo di FD al cubo di BA, così è la resistenza del cilindro DG alla resistenza del cilindro BC; adunque la resistenza del cilindro DG a quella del cilindro BC è come la linea DE alla O. E perchè il momento del cilindro BC



è eguale alla sua resistenza, se si mostrerà, il momento del cilindro FE al momento del cilindro BC esser come la resistenza DF alla resistenza BA, cioè come il cubo di FD al cubo di BA, cioè come la linea DE alla O, aremo l'intento, cioè il momento del cilindro FE esser eguale alla resistenza posta in FD. Il momento del cilindro FE al momento del cilindro DG è come il quadrato della DE al quadrato della AC, cioè come la linea DE alla I; ma il momento del cilindro DG al momento del cilindro BC è come il quadrato DF al quadrato BA, cioè come il quadrato di DE al quadrato della I, cioè come il quadrato della I al quadrato della M, cioè come la I alla O; adunque, per l'egual proporzione, come il momento del cilindro FE al momento del cilindro BC, così è la linea DE alla O, cioè il cubo DF al cubo BA, cioè la resistenza della base DF alla resistenza della base BA: che è quello che si cercava.

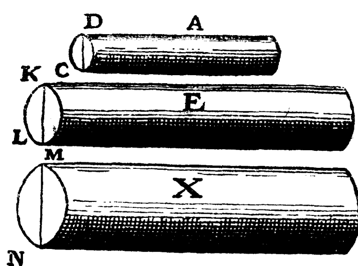
Sagr. Questa, Sig. Salviati, è una lunga dimostrazione, e molto difficile a ritenersi a memoria per sentirla una sola volta; onde io vorrei che V. S. si contentasse di replicarla di nuovo.

Salv. Farò quanto V. S. comanda; ma forse sarebbe meglio arrecarne una più speditiva e breve: ma converrà fare una figura alquanto diversa.

2-3. *DE alla I* — 18. *il cubo FD al cubo BA* — 24. *quadrato DE* — 27. *così la* — 32. *di replicarmela di nuovo* — 33-34. *meglio a recarne una* —

Sagr. Maggiore sarà il favore; e la già dichiarata mi farà grazia darmela scritta, acciò a mio bell' agio possa ristudiarla.

Salv. Non mancherò di servirla. Ora intendiamo un cilindro A, il diametro della cui base sia la linea DC, e sia questo A il massimo che possa sostenersi; del quale vogliamo trovare un maggiore, che pur sia il massimo esso ancora ed unico che si sostenga. Intendiamone un simile ad esso A e lungo quanto la linea assegnata, e questo sia, v. g., E, il diametro della cui base sia la KL, e delle due linee DC, KL sia terza proporzionale la MN, che sia diametro della



base del cilindro X, di lunghezza eguale all' E: dico, questo X esser quello che cerchiamo. E perchè la resistenza DC alla resistenza KL è come il quadrato DC al quadrato KL, cioè come il quadrato KL al quadrato MN, cioè come il cilindro E al cilindro X, cioè come il momento E al momento X; ma la resistenza KL alla MN è come il cubo di KL al cubo di MN, cioè come il cubo DC al cubo KL, cioè come il cilindro A al cilindro E, cioè come il momento A al momento E; adunque, per l' analogia perturbata, come la resistenza DC alla MN, così il momento A al momento X: adunque il prisma X è nella medesima costituzione di momento e resistenza che il prisma A.

Ma voglio che facciamo il problema più generale; e la proposizione sia questa:

Dato il cilindro AC, qualunque si sia il suo momento verso la sua resistenza, e data qual si sia lunghezza DE, trovar la grossezza del cilindro, la cui lunghezza sia DE, e 'l suo momento verso la sua resistenza ritenga la medesima proporzione che il momento del cilindro AC alla sua.

Ripresa l' istessa figura di sopra e quasi l' istesso progresso, diremo: perchè il momento del cilindro FE al momento della parte DG ha la medesima proporzione che il quadrato ED al quadrato FG, cioè che la linea DE alla I; ed il momento del cilindro FG al momento del cilindro AC è come il quadrato FD al quadrato AB, cioè come il quadrato DE al quadrato I, cioè come il quadrato I al qua-

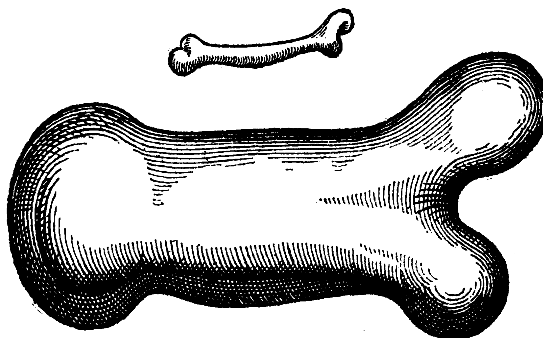
5. *trovare uno maggiore* — 9. *proporzionale MN* — 30-31. In luogo di *Ripresa* ... *perchè* in G si legge: *Ordinati li stessi preparamenti come sopra, perchè.* — 31. *parte FG* — 32-33. *quadrato DG, cioè* —

drato M, cioè come la linea I alla O; adunque, *ex aequali,* il momento del cilindro FE al momento del cilindro AC ha la medesima proporzione della linea DE alla O, cioè del cubo DE al cubo I, cioè del cubo di FD al cubo di AB, cioè della resistenza della base FD alla resistenza della base AB: ch'è quello che si doveva fare.

Or vegghino come dalle cose sin qui dimostrate apertamente si raccoglie l'impossibilità del poter non solamente l'arte, ma la natura stessa, crescer le sue macchine a vastità immensa: sì che impossibil sarebbe fabbricar navilii, palazzi o templi vastissimi, li cui remi, antenne, travamenti, catene di ferro, ed in somma le altre lor parti, consistessero; come anco non potrebbe la natura far alberi di smisurata grandezza, poichè i rami loro, gravati dal proprio peso, finalmente si fiaccherebbero; e parimente sarebbe impossibile far strutture di ossa per uomini, cavalli o altri animali, che potessero sussistere e far proporzionatamente gli uffizii loro, mentre tali animali si dovesser agumentare ad altezze immense, se già non si togliesse materia molto più dura e resistente della consueta, o non si deformassero tali ossi, sproporzionatamente ingrossandogli, onde poi la figura ed aspetto dell'animale ne riuscisse mostruosamente grosso: il che forse fu avvertito dal mio accortissimo Poeta, mentre descrivendo un grandissimo gigante disse:

Non si può compartir quanto sia lungo,
Sì smisuratamente è tutto grosso.

E per un breve esempio di questo che dico, disegnai già la figura di un osso allungato solamente tre volte, ed ingrossato con tal proporzione, che potesse nel suo animale grande far l'uffizio proporzionato a quel dell'osso minore nell'animal più piccolo, e le figure son queste: dove vedete sproporzionata figura che diviene quella dell'osso ingrandito. Dal che è manifesto, che chi volesse mantener in un vastissimo gigante le proporzioni che hanno le membra in un uomo ordinario, bisognerebbe o trovar



3-4. *cioè come il cubo DE al cubo I, cioè come il cubo FD al cubo AB, cioè come la resistenza* — 9-10. *travamenti e cattene* [sic] — 35. *bisognerebbe trovar* —

materia molto più dura e resistente, per formarne l'ossa, o vero ammettere che la robustezza sua fusse a proporzione assai più fiacca che ne gli uomini di statura mediocre; altrimente, crescendogli a smisurata altezza, si vedrebbono dal proprio peso opprimere e cadere. Dove che, all'incontro, si vede, nel diminuire i corpi non si diminuir con la medesima proporzione le forze, anzi ne i minimi crescer la gagliardia con proporzion maggiore: onde io credo che un piccolo cane porterebbe addosso due o tre cani eguali a sè, ma non penso già che un cavallo portasse nè anco un solo cavallo, a sè stesso eguale.

Simp. Ma se così è, grand' occasione mi danno di dubitare le moli immense che vediamo ne i pesci; chè tal balena, per quanto intendo, sarà grande per dieci elefanti; e pur si sostengono.

Salv. Il vostro dubbio, Sig. Simplicio, mi fa accorgere d'una condizione da me non avvertita prima, potente essa ancora a far che giganti ed altri animali vastissimi potessero consistere e agitarsi non meno che i minori: e ciò seguirebbe quando non solo si aggiugnesse gagliardia all' ossa ed all' altre parti, offizio delle quali è il sostener il proprio e 'l sopravegnente peso; ma, lasciata la struttura delle ossa con le medesime proporzioni, pur nell' istesso modo, anzi più agevolmente, consisterebbono le medesime fabbriche quando con tal proporzione si diminuisse la gravità della materia delle medesime ossa, e quella della carne o di altro che sopra l'ossa si abbia ad appoggiare. E di questo secondo artifizio si è prevalsa la natura nella fabbrica de i pesci, facendogli le ossa e le polpe non solamente assai leggiere, ma senza veruna gravità.

Simp. Veggo bene, Sig. Salviati, dove tende il vostro discorso: voi volete dire, che per esser l' abitazione de i pesci l' elemento dell' acqua, la quale per la sua corpulenza, o, come altri vogliono, per la sua gravità, scema il peso a i corpi che in quella si demergono, per tal ragione la materia de i pesci, non pesando, può senza aggravio dell' ossa loro esser sostenuta. Ma questo non basta; perchè quando bene il resto della sustanza del pesce non graviti, grava però senza dubbio la materia dell' ossa loro. E chi dirà che una costola di balena, grande quanto una trave, non pesi assaissimo, e nell' acqua

6. *ne i minori crescer*, s. In G si legge *ne i minimi crescer*, e le ultime lettere di *minimi* sono state rifatte da Galileo sopra altre lettere che non è più possibile distinguere. — 17. *è sostenere* — 19. *anzi molto più* — 32. *sustanza de' pesci non* —

non vadia al fondo? Queste dunque non deveriano poter sussistere in sì vasta mole.

Salv. Voi acutamente opponete: e per risposta al vostro dubbio, ditemi se avete osservato stare i pesci, quando piace loro, sott'acqua immobili, e non descendere verso 'l fondo o sollevarsi alla superficie senza far qualche forza col nuoto?

Simp. Questa è chiarissima osservazione.

Salv. Questo, dunque, potersi i pesci fermare come immobili a mezz' acqua è concludentissimo argomento, il composto della lor mole corporea agguagliar la gravità in spezie dell' acqua; sì che se in esso si trovano alcune parti più gravi dell' acqua, necessariamente bisogna che ve ne siano altre altrettanto men gravi, acciò si possa pareggiar l' equilibrio. Se dunque le ossa son più gravi, è necessario che le polpe, o altre materie che vi siano, sien più leggiere, e queste si opporranno con la lor leggerezza al peso dell' ossa: talchè ne gli aquatici avverrà l' opposito di quel che accade ne gli animali terrestri, cioè che in questi tocchi all' ossa a sostenere il peso proprio e quel della carne, e in quelli la carne regga la gravezza propria e quella dell' ossa. E però deve cessar la maraviglia, come nell' acqua possano essere animali vastissimi, ma non sopra la terra, cioè nell' aria.

Simp. Resto appagato; e di più noto che questi, che noi addimandiamo animali terrestri, più ragionevolmente si devrebbero dimandar aerei, perchè nell' aria veramente vivono, e dall' aria son circondati e dell' aria respirano.

Sagr. Piacemi il discorso del Sig. Simplicio, col suo dubbio e con la soluzione: e di più comprendo assai facilmente che uno di questi smisurati pesci, tirato in terra, forse non si potrebbe per lungo tempo sostenere, ma che, relassate le attaccature dell' ossa, la sua mole si ammaccherebbe.

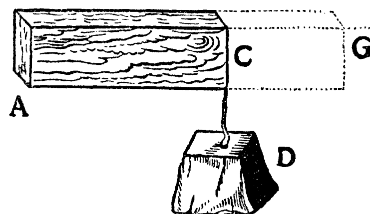
Salv. Io per ora inclino a creder l' istesso; nè son lontano a credere che 'l medesimo avverrebbe a quel vastissimo navilio, il quale,

1. *non dia al fondo,* s. In G il copista aveva scritto *non vaddia al fondo,* e *vaddia* fu poi corretto, probabilmente da Galileo, in *vadia.* — 16. *acquatici,* s. Così era stato scritto anche in G, dove fu corretto, probabilmente da Galileo, in *aquatici.* — 19-20. *nell' acqua possono esser* — 22. *dovrebbero* — 28-29. *s' ammacherebbe* [sic] *e si deformerebbe.* — Le lin. 30-31 e le lin. 1-3 della pag. 172 sono scritte in G di mano di Galileo, su di un cartellino aggiunto. A lin. 30-31 questo autografo legge *lontano a creder parimente che;* a lin. 1-2 della pag. 172, *tante gravi merci,* e a lin. 3, *Ma ritornando alla nostra materia, dimostriamo come.* Di mano del copista, dopo la lin. 29 della presente pagina séguita immediatamente, nel co-

galleggiando in mare, non si dissolve per il peso e carico di tante merci ed armamenti, che in secco e circondato dall' aria forse si aprirebbe. Ma seguitiamo la nostra materia, e dimostriamo come:

Dato un prisma o cilindro col suo peso, ed il peso massimo sostenuto da esso, si possa trovare la massima lunghezza, oltre alla quale prolungato, dal solo suo proprio peso si romperebbe.

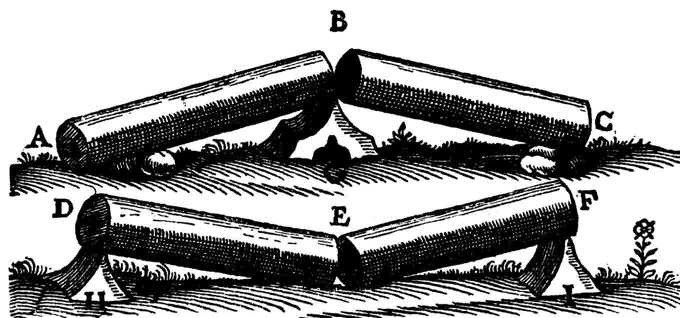
Sia dato il prisma AC col suo proprio peso, e dato parimente il peso D, massimo da poter esser sostenuto dall' estremità C: bisogna trovare la lunghezza massima sino alla quale si possa allungare il detto prisma senza rompersi. Facciasi, come il peso del prisma AC al composto de i pesi AC col doppio del peso di D, così la lunghezza CA alla AH, tra le quali sia media proporzionale la AG: dico, AG esser la lunghezza cercata. Imperò che il momento gravante del peso D in C è eguale al momento del peso doppio di D che fusse posto nel mezo di AC, dove è anco il centro del momento del prisma AC; il momento dunque della resistenza del prisma AC, che sta in A, equivale al gravante del doppio del peso D col peso AC, attaccati però nel mezo di AC. E perchè viene ad essersi fatto, come 'l momento di detti pesi così situati, cioè del doppio D con AC, al momento di AC, così la HA alla AC, tra le quali è media la AG, adunque il momento del doppio D col momento AC al momento AC è come il quadrato GA al quadrato AC: ma il momento premente del prisma GA al momento di AC è come il quadrato GA al quadrato AC: adunque la lunghezza AG è la massima che si cercava, cioè quella sino alla quale allungandosi il prisma AC si sosterrebbe, ma più oltre si spezzerebbe.



Sin qui si son considerati i momenti e le resistenze de i prismi e cilindri solidi, l' una estremità de i quali sia posta immobile, e solo nell' altra sia applicata la forza di un peso premente, considerandolo esso solo, o ver congiunto con la gravità del medesimo solido, o vera-

dice, con la lin. 4 della pag. 172; e alla lin. 5 della pag. 172 mancava nel codice *si possa,* che è stato aggiunto dalla mano di Galileo. Queste parole *si possa* mancano pure nella stampa. — 11. *peso D* — 22. *attaccati ... AC* manca in G. — *perchè si è fatto* — 23. *momento del peso del doppio D* — 24. *media proporzionale la* —

mente la sola gravità dell' istesso solido: ora voglio che discorriamo alquanto de i medesimi prismi e cilindri quando fussero sostenuti da amendue l' estremità, o vero che sopra un sol punto, preso tra le estremità, fusser posati. E prima dico, che il cilindro che gravato dal proprio peso sarà ridotto alla massima lunghezza, oltre alla quale più non si sosterrebbe, o sia retto nel mezo da un solo sostegno o vero da due nelle estremità, potrà esser lungo il doppio di quello che sarebbe, fitto nel muro, cioè sostenuto in un sol termine. Il che per sè stesso è assai manifesto: perchè se intenderemo, del cilindro che io segno ABC, la sua metà AB esser la somma lunghezza potente a sostenersi stando fissa nel termine B, nell' istesso modo si sosterrà se, posata sopra 'l sostegno G, sarà contrappesata dall' altra sua metà BC. E similmente, se del cilindro DEF la lunghezza sarà tale, che solamente la sua metà potesse sostenersi fissa nel termine D, ed in consequenza l' altra EF fisso il termine F, è manifesto che posti i sostegni H, I sotto l'estremità D, F, ogni momento che si aggiunga di forza o di peso in E, quivi si farà la rottura.



Quello che ricerca più sottile specolazione è quando, astraendo dalla gravità propria di tali solidi, ci fusse proposto di dovere investigare se quella forza o peso che, applicato al mezo d' un cilindro sostenuto nelle estremità, basterebbe a romperlo, potrebbe far l' istesso effetto applicato in qualsivoglia altro luogo, più vicino all' una che all' altra estremità: come, per esempio, se volendo noi rompere una mazza, presola con le mani nell' estremità ed appuntato il ginocchio in mezo, l' istessa forza che basterebbe usare per romperla in tal modo, basterebbe ancora quando il ginocchio si puntasse non nel mezzo, ma più vicino all' un de gli estremi.

Sagr. Parmi che 'l problema sia toccato da Aristotele nelle sue Questioni Mecaniche.

20-21. *metà potrà sostenersi* — 21-22. *EF fissa nel termine F* — 24. *sottile esplicazione è* — 31. *basterebbe per* — *romperlo,* s —

Salv. Il quesito d'Aristotele non è precisamente l'istesso, perchè ei non cerca altro, se non di render la ragione perchè manco fatica si ricerchi a romperlo tenendo le mani nell'estremità del legno, cioè remote assai dal ginocchio, che se le tenessimo vicine: e ne rende una ragione generale, riducendo la causa alle leve più lunghe, quando s'allargano le braccia afferrando l'estremità. Il nostro quesito aggiugne qualche cosa di più, ricercando se, posto il ginocchio nel mezo o in altro luogo, tenendo pur le mani sempre nell'estremità, la medesima forza serva in tutti i siti.

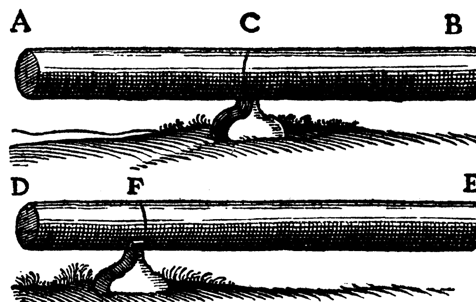
Sagr. Nella prima apprensione parrebbe di sì, atteso che le due leve mantengono in certo modo il medesimo momento, mentre che, quanto si scorcia l'una, tanto s'allunga l'altra.

Salv. Or vedete quanto sono in pronto l'equivocazioni, e con quanta cautela e circospezione convien andare per non v'incorrere. Cotesto che voi dite, e che veramente nel primo aspetto ha tanto del verisimile, in ristretto poi è tanto falso, che quando il ginocchio, che è il fulcimento delle due leve, sia posto o non posto nel mezo, fa tal diversità, che di quella forza che basterebbe per far la frazzione nel mezo, dovendola fare in qualche altro luogo, tal volta non basterà l'applicarvene quattro volte tanto, nè dieci, nè cento, nè mille. Faremo sopra ciò una tal quale considerazion generale, e poi verremo alla specifica determinazione della proporzione secondo la quale si vanno variando le forze per far la frazzione più in un punto che in un altro.

Segniamo prima questo legno AB, da rompersi nel mezo sopra 'l sostegno C, ed appresso segniamo l'istesso, ma sotto i caratteri DE, da rompersi sopra 'l sostegno F, remoto dal mezo. Prima, è manifesto che sendo le distanze AC, CB eguali, la forza sarà compartita egualmente nelle estremità B, A. Secondo, poi che la distanza DF diminuisce dalla distanza AC, il momento della forza posta in D sciema dal momento in A, cioè posto nella distanza CA, e scema secondo la proporzione della linea DF alla AC, ed in consequenza bisogna crescerlo per pareggiare o superar la resistenza di F: ma la distanza DF si può diminuire in infinito in relazione alla distanza AC: adunque

11-12. *mentre quanto,* s. Così era stato scritto anche in G, dove fu aggiunto il *che,* probabilmente dalla mano di Galileo. — 22. *della proposizione secondo,* s — 30. *scema,* s. Così era stato scritto pure in G, dove poi fu corretto in *sciema,* probabilmente da Galileo stesso. — 31-32. *e scema .... alla AC* manca in G. —

bisogna poter crescere in infinito la forza da applicarsi in D per pareggiar la resistenza in F. Ma all' incontro, secondo che cresce la distanza FE sopra la CB, convien diminuire la forza in E per pareggiare la resistenza in F: ma la distanza FE in relazione alla CB non si può crescere in infinito col ritirar il sostegno F verso il termine D, anzi nè anco il doppio: adunque la forza in E per pareggiare la resistenza in F sarà sempre più che la metà della forza in B. Comprendesi dunque la necessità del doversi agumentare i momenti del congiunto delle forze in E, D infinitamente per pareggiare o superar la resistenza posta in F, secondo che il sostegno F s' andrà approssimando verso l' estremità D.



Sagr. Che diremo, Sig. Simplicio? non convien egli confessare, la virtù della geometria esser il più potente strumento d' ogni altro per acuir l' ingegno e disporlo al perfettamente discorrere e specolare? e che con gran ragione voleva Platone i suoi scolari prima ben fondati nelle matematiche? Io benissimo avevo compreso la facultà della leva, e come crescendo o sciemando la sua lunghezza, cresceva o calava il momento della forza e della resistenza; con tutto ciò nella determinazione del presente problema m' ingannavo, e non di poco, ma d' infinito.

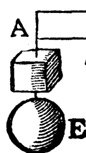
Simp. Veramente comincio a comprendere che la logica, benchè strumento prestantissimo per regolare il nostro discorso, non arriva, quanto al destar la mente all' invenzione, all' acutezza della geometria.

Sagr. A me pare che la logica insegni a conoscere se i discorsi e le dimostrazioni già fatte e trovate procedano concludentemente; ma che ella insegni a trovare i discorsi e le dimostrazioni concludenti, ciò veramente non credo io. Ma sarà meglio che il Sig. Salviati ci mostri secondo qual proporzione vadian crescendo i momenti delle forze per superar la resistenza del medesimo legno secondo i luoghi diversi della rottura.

4-5. *parreggiare, s* — 8. *sostegno verso* — 19-20. *scolari ben fondati prima nelle* — 21. *crescendo e sciemando.* In G era stato scritto dapprima *scemando*, ma poi, probabilmente da Galileo stesso, fu corretto in *sciemando*. La stampa ha *scemando*. — 28-29. *e dimostrazioni* —

Salv. La proporzione che ricercate, procede in cotal forma, che: Se nella lunghezza d'un cilindro si noteranno due luoghi sopra i quali si voglia far la frazzione di esso cilindro, le resistenze di detti due luoghi hanno fra di loro la medesima proporzione che i rettangoli fatti dalle distanze di essi luoghi contrariamente presi.

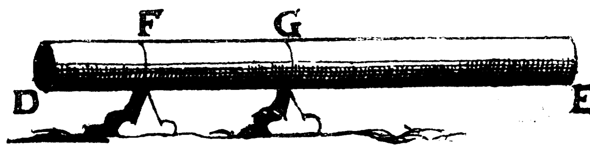
Siano le forze A, B minime per rompere in C, e le E, F parimente le minime per rompere in D: dico, le forze A, B alle forze E, F aver la proporzion medesima che ha il rettangolo ADB al rettangolo ACB.



Imperò che le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle forze A, B alla forza B, della B alla F, e della F alle F, E: ma come le forze A, B alla forza B, così sta la lunghezza BA ad AC; e come la forza B alla F, così sta la linea DB alla BC; e come la forza F alle F, E, così sta la linea DA alla AB: adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta delle tre, cioè della retta BA ad AC, della DB a BC, e della DA ad AB. Ma delle due DA ad AB, ed AB ad AC, si compone la proporzione della DA ad AC; adunque le forze A, B alle forze E, F hanno la proporzion composta di questa DA ad AC e dell' altra DB a BC. Ma il rettangolo ADB al rettangolo ACB ha la proporzion composta delle medesime DA ad AC e DB a BC: adunque le forze A, B alle E, F stanno come il rettangolo ADB al rettangolo ACB: che è quanto a dire, la resistenza in C ad essere spezzato alla resistenza ad esser rotto in D aver la medesima proporzione che il rettangolo ADB al rettangolo ACB: che è quello che si doveva provare.

5. *contrariamente prese* —

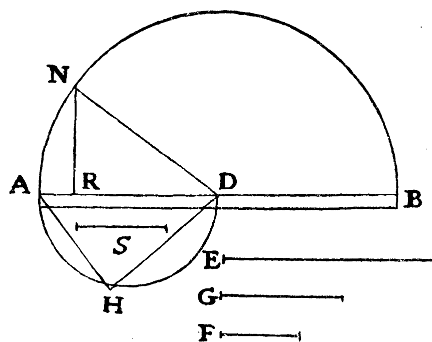
In luogo delle lin. 6-26, in G si legge la seguente dimostrazione: *Sia il cilindro DE, ed in esso due luoghi notati in qualsivoglia modo F, G: dico, la resistenza all'esser rotto in F alla resistenza all'esser rotto in G aver la medesima proporzione che il rettangolo DGE al rettangolo DFE. Imperò che il momento minimo posto in D, per superar la resistenza posta in F, al momento minimo posto in E, per superar la resistenza posta in F, ha la medesima proporzione che la lunghezza EF alla FD; e il momento in D, per superar la resistenza in G, al momento in E, per superar la medesima in G, è come la EG alla GD; adunque i momenti in D, E per superar la resistenza in G hanno la proporzion composta della linea EF alla FD e della EG alla GD: ma queste compongono ancora la proporzione del rettangolo EGD al rettangolo EFD: adunque etc.* —



In consequenza di questo teorema possiamo risolvere un problema assai curioso; ed è:

Dato il peso massimo retto dal mezo di un cilindro o prisma, dove la resistenza è minima, e dato un peso maggior di quello, trovare nel detto cilindro il punto nel quale il dato peso maggiore sia retto come peso massimo.

Abbia il dato peso, maggiore del peso massimo retto dal mezo del cilindro AB, ad esso massimo la proporzione della linea E alla F: bisogna trovare il punto nel cilindro dal quale il dato peso venga sostenuto come massimo. Tra le due E, F sia media proporzionale la G, e come la E alla G, così si faccia la AD alla S: sarà la S minore della AD. Sia AD diametro del mezo cerchio AHD, nel quale pongasi la AH eguale alla S, e congiungasi HD, e ad essa si tagli eguale la DR: dico, il punto R essere il cercato, dal quale il dato peso, maggiore del massimo retto dal mezzo del cilindro D, verrebbe come massimo retto. Sopra la lunghezza BA facciasi il mezo cerchio ANB, e si alzi la perpendicolare RN, e congiungasi ND: e perchè i due quadrati NR, RD sono eguali al quadrato ND, cioè al quadrato AD, cioè alli due AH, HD, e l' HD è eguale al quadrato DR, adunque il quadrato NR, cioè il rettangolo ARB, sarà eguale al quadrato AH, cioè al quadrato S; ma il quadrato S al quadrato AD è come la F alla E, cioè come il peso massimo retto in D al dato peso maggiore; adunque questo maggiore sarà retto in R come il massimo che vi possa esser sostenuto: che è quello che si cercava.



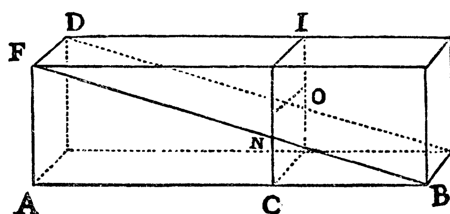
Sagr. Intendo benissimo: e vo considerando che, essendo il prisma AB sempre più gagliardo e resistente alla pressione nelle parti che più e più si allontanano dal mezo, nelle travi grandissime e gravi se ne potrebbe levar non piccola parte verso l'estremità, con notabile alleggerimento di peso, che ne i travamenti di grandi stanze sarebbe

3-4. *dove ... minima* manca in G. — 9-10. *dal quale il retto peso massimo al massimo retto dal punto D abbia la medesima proporzione che la linea E alla F. Tra le* — 26-27. *al dato peso massimo maggiore; adunque* — 28. *che si ricercava* —

29. A partire dalle parole *Sagr. Intendo benissimo* il cod. G è tutto di mano di Galileo.

di commodo ed utile non piccolo. E bella cosa sarebbe il ritrovar quale figura devrebbe aver quel tal solido che in tutte le sue parti fusse egualmente resistente, tal che non più facile fusse ad esser rotto da un peso che lo premesse nel mezo, che in qualsivoglia altro luogo.

Salv. Già ero in procinto di dirvi cosa assai notabile e vaga in questo proposito. Fo un poco di figura per meglio dichiararmi. Questo DB è un prisma, la cui resistenza ad essere spezzato nell' estremità AD da una forza premente nel termine B è tanto minore della resistenza che si troverebbe nel luogo CI, quanto la lunghezza CB è minore della BA, come già si è dimostrato. Intendasi adesso il medesimo prisma segato diagonalmente secondo la linea FB, sì che le



faccie opposte siano due triangoli, uno de i quali, verso noi, è questo FAB: ottiene tal solido contraria natura del prisma, cioè che meno resiste all' essere spezzato sopra 'l termine C che sopra l' A dalla forza posta in B, quanto la lunghezza CB è minore della BA. Il che facilmente proveremo: perchè intendendo il taglio CNO parallelo all' altro AFD, la linea FA alla CN nel triangolo FAB arà la medesima proporzione che la linea AB alla BC; e però se noi intenderemo, ne i punti A, C esser i sostegni di due leve, le cui distanze BA, AF, BC, CN, queste saranno simili; e però quel momento che ha la forza posta in B con la distanza BA sopra la resistenza posta nella distanza AF, l'arà la medesima forza in B con la distanza BC sopra la medesima resistenza che fusse posta nella distanza CN: ma la resistenza da superarsi nel sostegno C, posta nella distanza CN, dalla forza in B, è minore della resistenza in A tanto, quanto il rettangolo CO è minore del rettangolo AD, cioè quanto la linea CN è minore della AF, cioè la CB della BA: adunque la resistenza della parte OCB ad esser rotto in C è tanto minore della resistenza dell' intero DAB ad esser rotto in A, quanto la lunghezza CB è minore della AB. Aviamo dunque nel trave o prisma DB levatone una parte, cioè la metà, segandolo diagonalmente, e lasciato il cuneo o prisma triangolare FBA; e sono

1. *comodo* — 2. *dovrebbe* — 8. *resistenza all'esser* — 16. *natura da quella del* — 21. *FAB ha la medesima* — 26. *l' avrà* — 32. *intero DAO ad,* G, s —

due solidi di condizioni contrarie, cioè quello tanto più resiste quanto più si scorcia, e questo nello scorciarsi perde altrettanto di robustezza. Ora, stante questo, par ben ragionevole, anzi pur necessario, che se gli possa dare un taglio, per il quale, togliendo via il superfluo, rimanga un solido di figura tale, che in tutte le sue parti sia egualmente resistente.

SIMP. È ben necessario che dove si passa dal maggiore al minore, s' incontri ancora l' eguale.

SAGR. Ma il punto sta ora a trovar come si ha guidar la sega per far questo taglio.

SIMP. Questo mi si rappresenta che dovrebbe esser opera assai facile; perchè, se col segar il prisma diagonalmente, levandone la metà, la figura che resta ritien contraria natura a quella del prisma intero, sì che in tutti i luoghi ne i quali questo acquistava robustezza, quello altrettanto la perdeva, parmi che tenendo la via del mezo, cioè levando solamente la metà di quella metà, che è la quarta parte del tutto, la rimanente figura non guadagnerà nè perderà robustezza in tutti quei medesimi luoghi ne i quali la perdita e il guadagno dell' altre due figure erano sempre eguali.

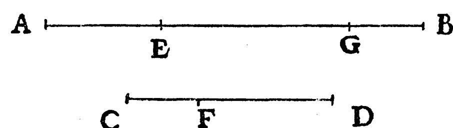
SALV. Voi, Sig. Simplicio, non avete dato nel segno: e sì come io vi mostrerò, vedrete veramente che quello che si può segar del prisma e levar via senza indebolirlo, non è la sua quarta parte, ma la terza. Ora resta (che è quello che accennava il Sig. Sagredo) il ritrovar secondo che linea si deve far camminar la sega: la quale proverò che deve esser linea parabolica. Ma prima è necessario dimostrare certo lemma, che è tale:

Se saranno due libre o leve, divise da i loro sostegni in modo, che le due distanze dove si hanno a costituire le potenze, abbiano tra di loro doppia proporzione delle distanze dove saranno le resistenze, le quali resistenze siano tra loro come le lor distanze, le potenze sostenenti saranno eguali.

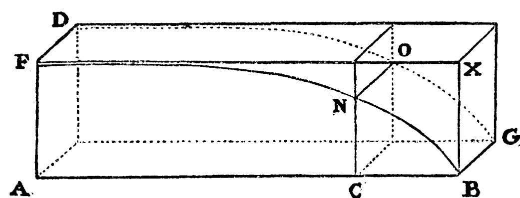
Siano due leve AB, CD, divise sopra i lor sostegni E, F talmente, che la distanza EB alla FD abbia doppia proporzione di quella che

1. *più resistente quanto* — 9. *come si deve guidar* — 11. *Simp. Ciò mi* — 14. *aqquistava* — 15. *altrettanto ne perdeva* — *via di mezo* — 16. *che vien ad esser la quarta* — 21-22. *segar dal prisma* — 22-23. *indebolirlo è la sua terza parte. Ma resta* — 24. *si debba far caminar* — 24-25. *la qual linea proverò che deve esser parabolica* — 29. *proporzione di quella che hanno le distanze* — 30. *tra di loro* — 30-31. *distanze da i sostegni, le potenze* — 31. *saranno tra di loro eguali* —

ha la distanza EA alla FC; ed intendansi in A, C resistenze tra di loro nella proporzione di EA, FC: dico, le potenze che in B, D sosterranno le resistenze di A, C esser tra loro eguali. Pongasi la EG media proporzionale tra EB e FD: sarà dunque come BE ad EG, così GE ad FD ed AE a CF; e così si è posto esser la resistenza di A alla resistenza di C. E perchè come EG ad FD, così AE a CF, sarà, permutando, come GE ad EA così DF ad FC; e però (per esser le due leve DC, GA divise proporzionalmente ne i punti F, E) quando la potenza che posta in D pareggia la resistenza di C, fusse in G, pareggerebbe la medesima resistenza di C posta in A: ma, per il dato, la resistenza di A alla resistenza di C ha la medesima proporzione che la AE alla CF, cioè che la BE alla EG: adunque la potenza G, o vogliam dire D, posta in B, sosterrà la resistenza posta in A: che è quello che si doveva provare.



Inteso questo, nella faccia FB del prisma DB sia segnata la linea parabolica FNB, il cui vertice B, secondo la quale sia segato esso prisma, restando il solido compreso dalla base AD, dal piano rettangolo AG, dalla linea retta BG e dalla superficie DGBF, incurvata secondo la curvità della linea parabolica FNB: dico, tal solido esser per tutto egualmente resistente. Sia segato dal piano CO, parallelo all' AD, e intendansi due leve divise e posate sopra i sostegni A, C, e siano dell' una le distanze BA, AF, e dell' altra le BC, CN. E perchè nella parabola FBA la AB alla BC sta come il quadrato della FA al quadrato di CN, è manifesto, la distanza BA dell' una leva alla distanza BC dell' altra aver doppia proporzione di quella che ha l' altra distanza AF all' altra CN: e perchè la resistenza da pareggiarsi con la leva BA alla resistenza da pareggiarsi con la leva BC ha la medesima proporzione che 'l rettangolo DA al rettangolo OC, la quale è la medesima che ha la linea AF alla NC, che sono l' altre due distanze delle leve, è manifesto, per il lemma passato, che



1-2. *ed intendansi ... FC* manca nella stampa. — 3. *resistenze dette di* — 11. *fusse posta in* — 31. *AF alla CN* —

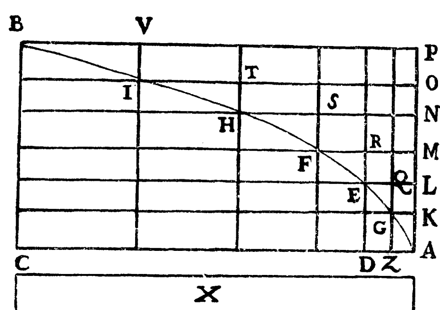
la medesima forza che sendo applicata alla linea BG pareggerà la resistenza DA, pareggerà ancora la resistenza CO. Ed il medesimo si dimostrerà segandosi il solido in qual si sia altro luogo: adunque tal solido parabolico è per tutto egualmente resistente. Che poi, segandosi il prisma secondo la linea parabolica FNB, se ne levi la terza parte, si fa manifesto: perchè la semiparabola FNBA e 'l rettangolo FB son basi di due solidi compresi tra due piani paralleli, cioè tra i rettangoli FB, DG, per lo che ritengono tra di loro la medesima proporzione che esse lor basi; ma il rettangolo FB è sesquialtero della semiparabola FNBA; adunque, segando il prisma secondo la linea parabolica, se ne leva la terza parte. Di qui si vede come con diminuzion di peso di più di trentatrè per cento si posson far i travamenti, senza diminuir punto la loro gagliardia; il che ne i navilii grandi, in particolare per regger le coverte, può esser d'utile non piccolo, atteso che in cotali fabbriche la leggerezza importa infinitamente.

Sagr. Le utilità son tante, che lungo o impossibil sarebbe il registrarle tutte: ma io, lasciate queste da banda, arei più gusto d'intender che l'alleggerimento si faccia secondo le proporzioni assegnate. Che il taglio secondo la diagonale levi la metà del peso, l'intendo benissimo; ma che l'altro, secondo la parabolica, porti via la terza parte del prisma, posso crederlo al Sig. Salviati, sempre veridico, ma in ciò più della fede mi sarebbe grata la scienza.

Salv. Vorreste dunque aver la dimostrazione, come sia vero che l'eccesso del prisma sopra questo che per ora chiamiamo solido parabolico, sia la terza parte di tutto il prisma. So d'averlo altra volta dimostrato; tenterò ora se potrò rimetter insieme la dimostrazione, per la quale intanto mi sovviene che mi servivo di certo lemma d'Archimede, posto da esso nel libro delle Spirali: ed è, che se quante linee si vogliono si eccederanno egualmente, e l'eccesso sia eguale alla minima di quelle, ed altrettante siano ciascheduna eguale alla massima, i quadrati di tutte queste saranno meno che tripli de i quadrati di quelle che si eccedono; ma i medesimi saranno ben più che

3. *in qualsivoglia altro* — 6-7. *perchè se noi intenderemo, esser tirata la retta diagonale FB, aremo 3 superficie, cioè il rettangolo FB, la semiparabola FNBA, e 'l triangolo FAB, basi di 3 solidi* — 9. *FB è doppio del triangolo FAB e sesquialtero* — 16. *lungo, se non impossibil* — 17-18. *intender come l'alleggerimento* — 20. *la linea parabolica* — 21. *posso ben crederlo al sempre veridico Sig. Salviati, ma* — 28. *da esso, se ben mi rammento, nel* — 29. *si vogliano* — 30-31. *massima di quelle che si eccedono, i quadrati* — 31. *queste eguali saranno* —

tripli di quelli altri che restano, trattone il quadrato della massima. Posto questo, sia in questo rettangolo ACBP inscritta la linea parabolica AB: doviamo provare, il triangolo misto BAP, i cui lati sono BP, PA e base la linea parabolica BA, esser la terza parte di tutto 'l rettangolo CP. Imperò che, se non è tale, sarà o più che la terza parte o meno. Sia, se esser può, meno, ed a quello che gli manca intendasi esser eguale lo spazio X. Dividendo poi il rettangolo CP continuatamente in parti eguali con linee parallele a i lati BP, CA, arriveremo finalmente a parti tali, ch' una di loro sarà minore dello spazio X: or sia una di quelle il rettangolo OB, e per i punti dove l' altre parallele segano la linea parabolica, facciansi passare le parallele alla AP; e qui intenderò circoscritta intorno al nostro triangolo misto una figura composta di rettangoli, che sono BO, IN, HM, FL, EK, GA, la qual figura sarà pur ancora meno che la terza parte del rettangolo CP, essendo che l' eccesso di essa figura sopra 'l triangolo misto è manco assai del rettangolo BO, il quale è ancor minore dello spazio X.



SAGR. Piano, di grazia, ch' io non vedo come l' eccesso di questa figura circoscritta sopra 'l triangolo misto sia manco assai del rettangolo BO.

SALV. Il rettangolo BO non è egli eguale a tutti questi rettangoletti per i quali passa la nostra linea parabolica? dico di questi BI, IH, HF, FE, EG, GA, de i quali una parte sola resta fuori del triangolo misto? ed il rettangolo BO non si è egli posto ancor minore dello spazio X? Adunque, se il triangolo insieme con l' X pareggiava, per l' avversario, la terza parte del rettangolo CP, la figura circoscritta, che al triangolo aggiugne tanto meno che lo spazio X, resterà pur ancora minore della terza parte del rettangolo medesimo CP: ma questo non può essere, perchè ella è più della terza parte: adunque non è vero che il nostro triangolo misto sia manco del terzo del rettangolo.

1. *che restano* manca in G. — 15-16. *qui intenderemo circoscritta* — 22. *non veggo come* — 29-30. *con l' X pareggia, per* —

Sagr. Ho intesa la soluzione del mio dubbio. Ma bisogna ora provarci che la figura circoscritta sia più della terza parte del rettangolo CP, dove credo che aremo assai più da fare.

Salv. Eh non ci è gran difficoltà. Imperò che nella parabola il quadrato della linea DE al quadrato della ZG ha la medesima proporzione che la linea DA alla AZ, che è quella che ha il rettangolo KE al rettangolo AG (per esser l' altezze AK, KL eguali); adunque la proporzione che ha il quadrato ED al quadrato ZG, cioè il quadrato LA al quadrato AK, l' ha ancora il rettangolo KE al rettangolo KZ. E nel medesimo modo appunto si proverà de gli altri rettangoli LF, MH, NI, OB star tra di loro come i quadrati delle linee MA, NA, OA, PA. Consideriamo adesso come la figura circoscritta è composta di alcuni spazii che tra di loro stanno come i quadrati di linee che si eccedono con eccessi eguali alla minima, e come il rettangolo CP è composto di altrettanti spazii ciascuno eguale al massimo, che sono tutti i rettangoli eguali all' OB; adunque, per il lemma d' Archimede, la figura circoscritta è più della terza parte del rettangolo CP: ma era anche minore, il che è impossibile: adunque il triangolo misto non è manco del terzo del rettangolo CP. Dico parimente che non è più. Imperò che, se è più del terzo del rettangolo CP, intendasi lo spazio X eguale all' eccesso del triangolo sopra la terza parte di esso rettangolo CP; e fatta la divisione e suddivisione del rettangolo in rettangoli sempre eguali, si arriverà a tale che uno di quelli sia minore dello spazio X. Sia fatta, e sia il rettangolo BO minore dell' X; e descritta come sopra la figura, avremo nel triangolo misto inscritta una figura composta de i rettangoli VO, TN, SM, RL, QK, la quale non sarà ancora minore della terza parte del gran rettangolo CP. Imperò che il triangolo misto supera di manco assai la figura inscritta di quello che egli superi la terza parte di esso rettangolo CP, atteso che l' eccesso del triangolo sopra la terza parte del rettangolo CP è eguale allo spazio X, il quale è minore del rettangolo BO, e questo è anco minore assai dell' eccesso del triangolo sopra la figura inscrittagli; imperò che ad esso rettangolo BO sono eguali tutti i rettangoletti AG, GE, EF, FH, HI, IB,

1. *la dichiarazione del* — 4. *Salv. Non ci sarà gran* — 18. *ma, per l' avversario, era* — 20-22. *Imperò che, se è, sia l' eccesso quant' è lo spazio X; e nel medesimo modo fatta la* — 23. *rettangolo CP in* — 25-26. *e descritta la figura come sopra, aremo nel* — 26. *composta di rettangoli,* s — 27. *SM, NL, QK, la quale,* s — 29. *figura inscrittagli di* — 32. *è ancora minore* —

de i quali son ancora manco che la metà gli avanzi del triangolo sopra la figura inscritta. E però, avanzando il triangolo la terza parte del rettangolo CP di più assai (avanzandolo dello spazio X) che ei non avanza la sua figura inscritta, sarà tal figura ancora maggiore della terza parte del rettangolo CP: ma ella è minore, per il lemma supposto; imperò che il rettangolo CP, come aggregato di tutti i rettangoli massimi, a i rettangoli componenti la figura inscritta ha la medesima proporzione che l' aggregato di tutti i quadrati delle linee eguali alla massima a i quadrati delle linee che si eccedono egualmente, trattone il quadrato della massima; e però (come de i quadrati accade) tutto l' aggregato de i massimi (che è il rettangolo CP) è più che triplo dell' aggregato de gli eccedentisi, trattone il massimo, che compongono la figura inscritta. Adunque il triangolo misto non è nè maggiore nè minore della terza parte del rettangolo CP; è dunque eguale.

Sagr. Bella e ingegnosa dimostrazione, e tanto più, quanto ella ci dà la quadratura della parabola, mostrandola essere sesquiterza del triangolo inscrittogli, provando quello che Archimede con due tra di loro diversissimi, ma amendue ammirabili, progressi di molte proposizioni dimostrò; come anco fu dimostrata ultimamente da Luca Valerio, altro Archimede secondo dell' età nostra, la qual dimostrazione è registrata nel libro che egli scrisse del centro della gravità de i solidi.

Salv. Libro veramente da non esser posposto a qual si sia scritto da i più famosi geometri del presente e di tutti i secoli passati; il quale quando fu veduto dall'Accademico nostro, lo fece desistere dal proseguire i suoi trovati, che egli andava continuando di scrivere sopra 'l medesimo suggetto, già che vedde il tutto tanto felicemente ritrovato e dimostrato dal detto Sig. Valerio.

Sagr. Io ero informato di tutto questo accidente dall' istesso Ac-

1. *de i quali sono anche meno della metà* — 2. *figura inscritto. E però,* s — 6-10. *il rettangolo CP è l'aggregato di tutti i rettangoli fatti da tutte le linee eguali alla massima delle altrettante che si eccedono egualmente etc., e la figura inscritta è un aggregato di rettangoli fatti da tutte le medesime linee che s' eccedono egualmente, trattone però il rettangolo della massima; li quali rettangoli (come s' è dimostrato) stanno tra di loro come i quadrati delle medesime linee; e però* — 12. *aggregato di quelli delle linee eccedentesi, trattone* — 14-15. *CP; gli è* — 17. *mostrandola con una sola dimostrazione esser sesquiterza* — 18. *inscrittogli, che è quello che Archimede* — 20-21. *Valerio, Archimede* — 21. *la cui dimostrazione* — 22. *centro di gravità* — 24. *da alcuno de i più famosi* — 25. *Accademico amico nostro* — 26-29. *i suoi studi, che egli andava continuando sopra 'l medesimo soggetto per ritrovar quello che il Comandino aveva lasciato da desiderarsi nel suo trattato.* Sagr. *Io ero* —

cademico: e l'avevo anco ricercato che mi lasciasse una volta vedere le sue dimostrazioni sin allora ritrovate quando ei s'incontrò nel libro del Sig. Valerio, ma non mi successe poi il vederle.

Salv. Io ne ho copia, e le mostrerò a V. S., che averà gusto di vedere la diversità de i metodi con i quali camminano questi due autori per l'investigazione delle medesime conclusioni e loro dimostrazioni; dove anco alcune delle conclusioni hanno differente esplicazione, benchè in effetto egualmente vere.

Sagr. Mi sarà molto caro il vederle, e V. S., quando ritorni a i soliti congressi, mi farà grazia di portarle seco. Ma intanto, essendo questa, della resistenza del solido cavato dal prisma col taglio parabolico, operazione non men bella che utile in molte opere mecaniche, buona cosa sarebbe per gli artefici l'aver qualche regola facile e spedita per potere sopra 'l piano del prisma segnare essa linea parabolica.

Salv. Modi di disegnar tali linee ce ne son molti, ma due sopra tutti gli altri speditissimi glie ne dirò io: uno de i quali è veramente maraviglioso, poichè con esso, in manco tempo che col compasso altri disegnerà sottilmente sopra una carta quattro o sei cerchi di differenti grandezze, io posso disegnare trenta e quaranta linee paraboliche, non men giuste sottili e pulite delle circonferenze di essi cerchi. Io ho una palla di bronzo esquisitamente rotonda, non più grande d'una noce; questa, tirata sopra uno specchio di metallo, tenuto non eretto all'orizonte, ma alquanto inchinato, sì che la palla nel moto vi possa camminar sopra, calcandolo leggiermente nel muoversi, lascia una linea parabolica sottilissimamente e pulitissimamente descritta, e più larga e più stretta secondo che la proiezzione si sarà più o meno elevata. Dove anco abbiamo chiara e sensata esperienza, il moto de i proietti farsi per linee paraboliche: effetto non osservato prima che dal nostro amico, il quale ne arreca anco la dimostrazione nel suo libro del moto, che vedremo insieme nel primo congresso. La palla poi, per descrivere al modo detto le parabole, bisogna, con ma-

1. *l'avevo anche ricercato* — 2. *le dimostrazioni che egli aveva ritrovate sin allora ch' ei* — 4. *arà* — 5. *caminano* — 8. *in sustanza egualmente* — 12-13. *in moltissime operazioni mecaniche* — 13. *artefici meccanici l'aver* — 16. *Modi per disegnar linee tali ce ne* — 19. *carta 6 cerchi* — 23. *d'una piccola noce* — *metallo, posato non* — 24. *inclinato* — 25. *caminar* — 25-26. *leggiermente, vi segna una linea* — 29. *paraboliche: accidente non* — 30. *dall' amico nostro, il quale ne arreca la dimostrazione ancora nel* — 32. *per disegnar al* —

neggiarla alquanto con la mano, scaldarla ed alquanto inumidirla, chè così lascerà più apparenti sopra lo specchio i suoi vestigii. L' altro modo, per disegnar la linea, che cerchiamo, sopra il prisma, procede così. Ferminsi ad alto due chiodi in un parete, equidistanti all' orizonte e tra di loro lontani il doppio della larghezza del rettangolo su 'l quale vogliamo notare la semiparabola, e da questi due chiodi penda una catenella sottile, e tanto lunga che la sua sacca si stenda quanta è la lunghezza del prisma: questa catenella si piega in figura parabolica, sì che andando punteggiando sopra 'l muro la strada che vi fa essa catenella, aremo descritta un' intera parabola, la quale con un perpendicolo, che penda dal mezo di quei due chiodi, si dividerà in parti eguali. Il trasferir poi tal linea sopra le faccie opposte del prisma non ha difficoltà nessuna, sì che ogni mediocre artefice lo saprà fare. Potrebbesi anco con l' aiuto delle linee geometriche segnate su 'l compasso del nostro amico, senz' altra fattura, andar su l' istessa faccia del prisma punteggiando la linea medesima.

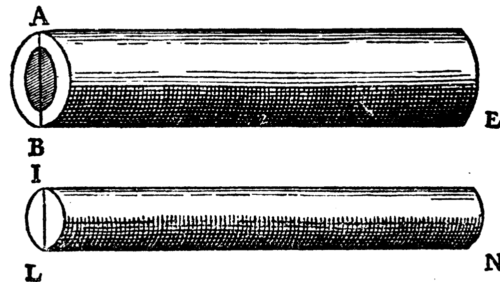
Abbiamo sin qui dimostrate tante conclusioni attenenti alla contemplazione di queste resistenze de i solidi all' essere spezzati, con l' aver prima aperto l' ingresso a tale scienza col suppor come nota la resistenza per diritto, che si potrà consequentemente camminar avanti, ritrovandone altre ed altre conclusioni, e loro dimostrazioni, di quelle che in natura sono infinite. Solo per ora, per ultimo termine de gli odierni ragionamenti, voglio aggiugnere la specolazione delle resistenze de i solidi vacui, de i quali l' arte, e più la natura, si serve in mille operazioni, dove senza crescer peso si cresce grandemente la robustezza, come si vede nell' ossa de gli uccelli ed in moltissime canne, che son leggiere e molto resistenti al piegarsi e rompersi: che se un fil di paglia, che sostien una spiga più grave di tutto 'l gambo, fusse fatto della medesima quantità di materia, ma

1-2. *scaldarla e inumidirla un poco, chè* — 3. *per descriver la* — 4-5. *parete, egualmente alti e tra* — 6-7. *e da essi penda* — 7-8. *si stenda quanto è* — 8-9. *catenella così pendente si figura e piega in forma di linea parabolica* — 9-10. *strada che ella vi fa sopra, aremo* — 10-13. *con un filo che perpendicolarmente dependa da un terzo chiodo, fitto nel mezo de gli altri primi due, verrà divisa in 2 semiparabole. Il trasferir poi una di esse sopra le facce opposte del trave o prisma* — 15-17. *fattura, sopra l'istessa faccia del prisma andar punteggiando la medesima linea. Abbiamo* — 18-19. *con aver* — 19-20. *come data e nota la resistenza sola e naturale alla forza fatta per diritto* — 20-22. *si potrà conseguentemente caminare avanti nel ritrovarne e dimostrarne altre ed altre delle infinite che sono in natura. Solo* — 24-25. *natura, con mirabile industria, si serve* — 26-27. *in diverse canne* — 28. *se, per esempio, un* — 28-29. *spiga di lui assai più pesante, fusse* —

fusse massiccio, sarebbe assai meno resistente al piegarsi ed al rompersi. E con tal ragione ha osservato l'arte, e confermato l'esperienza, che un'asta vota o una canna di legno o di metallo è molto più salda che se fusse, d'altrettanto peso e della medesima lunghezza, massiccia, che in consequenza sarebbe più sottile; e però l'arte ha trovato di far vote dentro le lancie, quando si desideri averle gagliarde e leggiere. Mostreremo per tanto, come:

Le resistenze di due cilindri eguali ed egualmente lunghi, l'uno de i quali sia voto e l'altro massiccio, hanno tra di loro la medesima proporzione che i lor diametri.

Siano, la canna o cilindro voto AE, ed il cilindro IN massiccio, eguali in peso ed egualmente lunghi: dico, la resistenza della canna AE all'esser rotta alla resistenza del cilindro solido IN aver la medesima proporzione che 'l diametro AB al diametro IL. Il che è assai manifesto: perchè, essendo la canna e 'l cilindro IN eguali ed egualmente lunghi, il cerchio IL,



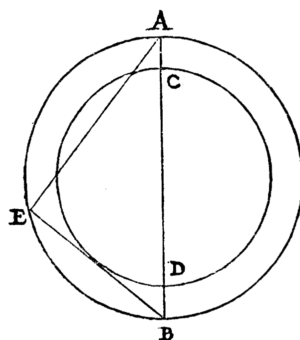
base del cilindro, sarà eguale alla ciambella AB, base della canna AE (chiamo *ciambella* la superficie che resta, tratto un cerchio minore dal suo concentrico maggiore), e però le loro resistenze assolute saranno eguali: ma perchè nel romper in traverso ci serviamo, nel cilindro IN, della lunghezza LN per leva, e per sostegno del punto L, e del semidiametro o diametro LI per contralleva, e nella canna la parte della leva, cioè la linea BE, è eguale alla LN, ma la contralleva oltre al sostegno B è il semidiametro o diametro AB, resta manifesto, la resistenza della canna superar quella del cilindro solido secondo l'eccesso del diametro AB sopra 'l diametro IL: che è

1. *sarebbe assai assai meno* — 4-5. *salda che una, di altrettanto peso e di egual lunghezza, che fusse massiccia, e che in conseguenza* — 5-6. *e però s' introdusse di far vote dentro le lance, quando si desidera averle* — 7-8. *per tanto qual proporzione osservino i cilindri voti con i solidi di egual lunghezza. E prima dico che: Le resistenze* — 10-11. *che i diametri delle lor grossezze. Siano* — 11-12. *ed il cilindro massiccio IN, eguali ed egualmente* — 19. *cilindro eguali* — 22-23. (*chiamo ciambella il residuo del cerchio AB, trattone il cerchio del vano*), *e però* — 25. *IN, per leva della lunghezza LN, e* — 26. *e per contralleva del diametro o semidiametro LI, e nella* — 27. *ma l' altra parte, cioè la contralleva* — 28. *è il diametro o semidiametro AB,* s — 29. *superar la resistenza del* —

quello che cercavamo. S' acquista, dunque, di robustezza nella canna vota sopra la robustezza del cilindro solido secondo la proporzione de i diametri, tutta volta però che amendue siano dell' istessa materia, peso e lunghezza. Sarà bene che conseguentemente andiamo investigando quello che accaggia negli altri casi indifferentemente tra tutte le canne e cilindri solidi egualmente lunghi, benchè in quantità di peso diseguali e più e meno evacuati. E prima dimostreremo, come:

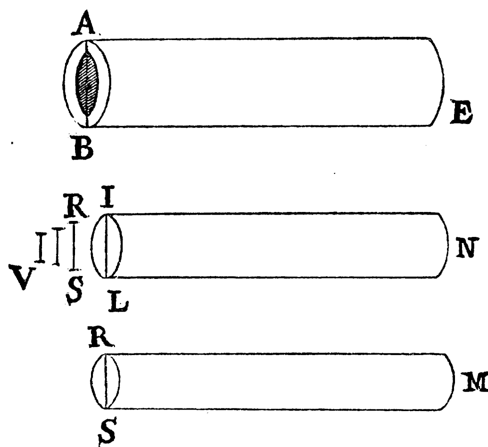
Data una canna vota, si possa trovare un cilindro pieno, eguale ad essa.

Facilissima è tal operazione. Imperò che sia la linea AB diametro della canna, e CD diametro del voto: applichisi nel cerchio maggiore la linea AE egual al diametro CD, e congiungasi la EB. E perchè nel mezo cerchio AEB l' angolo E è retto, il cerchio il cui diametro è AB, sarà eguale alli due cerchi de i diametri AE, EB; ma AE è il diametro del voto della canna; adunque il cerchio il cui diametro sia EB, sarà egual alla ciambella ACBD: e però il cilindro solido, il cerchio della cui base abbia il diametro EB, sarà eguale alla canna, essendo egualmente lungo. Dimostrato questo, potremo speditamente



Trovare qual proporzione abbiano le resistenze d' una canna e di un cilindro, qualunque siano, pur che egualmente lunghi.

Sia la canna ABE, ed il cilindro RSM egualmente lungo: bisogna trovare qual proporzione abbiano tra di loro le lor resistenze. Trovisi, per la precedente, il cilindro ILN eguale alla canna ed egualmente lungo, e delle linee IL, RS (diametri delle basi de i cilindri IN, RM) sia quarta proporzionale la linea V: dico, la resistenza della canna AE a quella del cilindro RM esser come



1-2. *quello che si cercava. L' aqquisto, dunque ..... solido è secondo* — 3-4. *materia, lunghezza e peso, cioè quantità. Sarà* — 6. *quantità e peso* —
7. Con *evacuati* termina in tronco il cod. G. —

la linea AB alla V. Imperò che, essendo la canna AE eguale ed egualmente lunga al cilindro IN, la resistenza della canna alla resistenza del cilindro starà come la linea AB alla IL; ma la resistenza del cilindro IN alla resistenza del cilindro RM sta come il cubo IL al cubo RS, cioè come la linea IL alla V; adunque, *ex aequali,* la resistenza della canna AE alla resistenza del cilidro RM ha la medesima proporzione che la linea AB alla V: che è quello che si cercava.

FINISCE LA SECONDA GIORNATA.

GIORNATA TERZA.

DE MOTU LOCALI.

De subiecto vetustissimo novissimam promovemus scientiam. MOTU nil forte antiquius in natura, et circa eum volumina nec pauca nec parva a philosophis conscripta reperiuntur; symptomatum tamen, quae complura et scitu digna insunt in eo, adhuc inobservata, necdum indemonstrata, comperio. Leviora quaedam adnotantur, ut, gratia exempli, naturalem motum gravium descendentium continue accelerari; verum, iuxta quam proportionem eius fiat acceleratio, proditum hucusque non est: nullus enim, quod sciam, demonstravit, spatia a mobili descendente ex quiete peracta in temporibus aequalibus, eam inter se retinere rationem, quam habent numeri impares ab unitate consequentes. Observatum est, missilia, seu proiecta, lineam qualitercunque curvam designare; veruntamen, eam esse parabolam, nemo prodidit. Haec ita esse, et alia non pauca nec minus scitu digna, a me demonstrabuntur, et, quod pluris faciendum censeo, aditus et accessus ad amplissimam praestantissimamque scientiam, cuius hi nostri labores erunt elementa, recludetur, in qua ingenia meo perspicaciora abditiores recessus penetrabunt.

Tripartito dividimus hanc tractationem: in prima parte consideramus ea quae spectant ad motum aequabilem, seu uniformem; in secunda de motu naturaliter accelerato scribimus; in tertia, de motu violento, seu de proiectis.

17. *elementa, recludet, in,* s —

DE MOTU AEQUABILI.

Circa motum aequabilem, seu uniformem, unica opus habemus definitione, quam eiusmodi profero:

DEFINITIO.

Aequalem, seu uniformem, motum intelligo eum, cuius partes quibuscunque temporibus aequalibus a mobili peractae, sunt inter se aequales.

ADMONITIO.

Visum est addere veteri definitioni (quae simpliciter appellat motum aequabilem, dum temporibus aequalibus aequalia transiguntur spatia) particulam quibuscunque, *hoc est omnibus temporibus aequalibus: fieri enim potest, ut temporibus aliquibus aequalibus mobile pertranseat spatia aequalia, dum tamen spatia transacta in partibus eorundem temporum minoribus, licet aequalibus, aequalia non sint. Ex allata definitione quatuor pendent axiomata, scilicet:*

AXIOMA I.

Spatium transactum tempore longiori in eodem motu aequabili maius esse spatio transacto tempore breviori.

AXIOMA II.

Tempus quo maius spatium conficitur in eodem motu aequabili, longius est tempore quo conficitur spatium minus.

AXIOMA III.

Spatium a maiori velocitate confectum tempore eodem, maius est spatio confecto a minori velocitate.

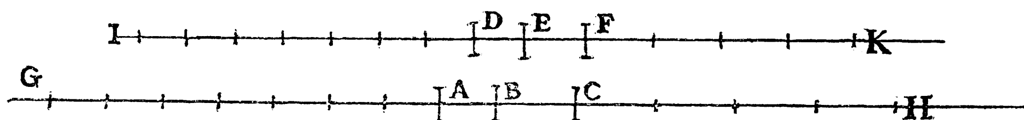
AXIOMA IV.

Velocitas qua tempore eodem conficitur maius spatium, maior est velocitate qua conficitur spatium minus.

THEOREMA I, PROPOSITIO I.

Si mobile aequabiliter latum eademque cum velocitate duo pertranseat spatia, tempora lationum erunt inter se ut spatia peracta.

Pertranseat enim mobile aequabiliter latum eadem cum velocitate duo spatia AB, BC, *et sit tempus motus per* AB, DE; *tempus vero motus per* BC *esto* EF: *dico, ut spatium* AB *ad spatium* BC, *ita esse tempus* DE



ad tempus EF. *Protrahantur utrinque spatia et tempora versus* G, H *et* I, K, *et in* AG *sumantur quotcunque spatia ipsi* AB *aequalia, et totidem tempora in* DI, *tempori* DE *similiter aequalia; et rursus in* CH *sumantur secundum quamcunque multitudinem spatia ipsi* CB *aequalia, et totidem tempora in* FK, *tempori* EF *aequalia: erunt iam spatium* BG *et tempus* EI *aeque multiplicia spatii* BA *et temporis* ED *iuxta quamcunque multiplicationem accepta, et similiter spatium* HB *et tempus* KE *spatii* CB *temporisque* FE *aeque multiplicia in qualibet multiplicatione. Et quia* DE *est tempus lationis per* AB, *erit totum* EI *tempus totius* BG, *cum motus ponatur aequabilis sintque in* EI *tot tempora ipsi* DE *aequalia quot sunt in* BG *spatia aequalia* BA; *et similiter concludetur,* KE *esse tempus lationis per* HB. *Cum autem motus ponatur aequabilis, si spatium* GB *esset aequale ipsi* BH, *tempus quoque* IE *tempori* EK *foret aequale; et si* GB *maius sit quam* BH, *etiam* IE

Delle lin. 5 e seg., fino alla lin. 9 della pag. 193, si ha una bozza della mano giovanile di GALILEO nel cod. A, a car. 138*r*., la quale presenta le seguenti varianti:

5-6. *latum duo pertranseat spacia, erunt tempora lationum inter* — 6. *ut spacia:* e così le bozze autografe hanno, di regola, *spacium, spacia,* ecc., in luogo di *spatium, spatia,* ecc., della stampa.— 7-8. *latum duo spacia* — 8-9. *et sit tempus motus ex* A *in* B, DE; *tempus vero lationis* BC *esto* — 10-11. *ad tempus* EF. *Protractis enim utrinque spaciis et temporibus, sumantur quotcunque spacia in* AG *ipsi* — 13. Dopo *multitudinem* segue, cancellato dalla mano di GALILEO, *tempora ip...* — 14. *erunt itaque spacium* — 16. *similiter* HB *spacium et* KE *tempus spacii* — 20. *similiter ostendetur,* KE — 21-22. *ipsi* BH, *et tempus* IE *tempori* EK *esset aequale* — 22 e lin. 1, pag. 193. *quam* BH,

quam EK *maius erit; et si minus, minus. Sunt itaque quatuor magnitudines,* AB *prima,* BC *secunda,* DE *tertia,* EF *quarta, et primae et tertiae, nempe spatii* AB *et temporis* DE, *sumpta sunt aeque multiplicia iuxta quamcunque multiplicationem tempus* IE *et spatium* GB; *ac demonstratum est, haec vel una aequari, vel una deficere, vel una excedere, tempus* EK *et spatium* BH, *aeque multiplicia scilicet secundae et quartae: ergo prima ad secundam, nempe spatium* AB *ad spatium* BC, *eandem habet rationem quam tertia et quarta, nempe tempus* DE *ad tempus* EF : *quod erat demostrandum.*

Theorema II, Propositio II.

Si mobile temporibus aequalibus duo pertranseat spatia, erunt ipsa spatia inter se ut velocitates. Et si spatia sint ut velocitates, tempora erunt aequalia.

Assumpta enim superiori figura, sint duo spatia AB, BC *transacta aequalibus temporibus, spatium quidem* AB *cum velocitate* DE, *et spatium* BC *cum velocitate* EF : *dico, spatium* AB *ad spatium* BC *esse ut* DE *velocitas ad velocitatem* EF. *Sumptis enim utrinque, ut supra, et spatiorum et velocitatum aeque multiplicibus secundum quamcunque multiplicationem, scilicet* GB *et* IE *ipsorum* AB *et* DE, *pariterque* HB, KE *ipsorum* BC, EF, *concludetur, eodem modo ut supra, multiplicia* GB, IE *vel una deficere, vel aequari, vel excedere, aeque multiplicia* BH, EK. *Igitur et manifestum est propositum.*

Theorema III, Propositio III.

Inaequalibus velocitatibus per idem spatium latorum tempora, velocitatibus e contrario respondent.

Sint velocitates inaequales A *maior,* B *minor, et secundum utramque fiat motus per idem spatium* CD : *dico, tempus quo* A *velocitas permeat spa-*

et IE *quam* EK. — In luogo del tratto da *Sunt* a *tempus* (lin. 1-5) si legge: *Tempus igitur* IE *et spacium* GB *aequae* [sic] *multiplicia sunt, iuxta quamcumque multiplicationem accepta, temporis* DE *et spacii* AB, *et vel una aequantur vel una deficiunt vel una excedunt tempus.* Le parole *iuxta quamcumque multiplicationem accepta* sono aggiunte in margine. — In luogo del tratto da *scilicet* a *tempus* (lin. 6-8) si legge: *temporis* EF *et spacii* BC *in qualibet multiplicatione: ergo ut spacium* AB *ad spacium* BC, *ita tempus* —

tium CD, ad tempus quo velocitas B idem spatium permeat, esse ut velocitas B ad velocitatem A. Fiat enim ut A ad B, ita CD ad CE; erit igitur, ex praecedenti, tempus, quo A velocitas conficit CD, idem cum tempore quo B conficit CE: sed tempus quo velocitas B conficit CE, ad tempus quo eadem conficit CD, est ut CE ad CD; ergo tempus quo velocitas A conficit CD, ad tempus quo velocitas B idem CD conficit, est ut CE ad CD, hoc est ut velocitas B ad velocitatem A: quod erat intentum.

Theorema IV, Propositio IV.

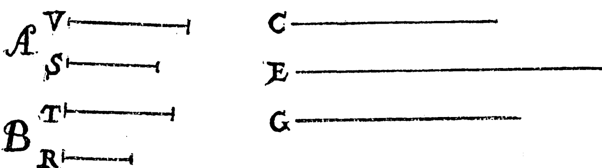
Si duo mobilia ferantur motu aequabili, inaequali tamen velocitate, spatia temporibus inaequalibus ab ipsis peracta habebunt rationem compositam ex ratione velocitatum et ex ratione temporum.

Mota sint duo mobilia E, F motu aequabili, et ratio velocitatis mobilis E ad velocitatem mobilis F sit ut A ad B; temporis vero quo movetur E, ad tempus quo movetur F, ratio sit ut C ad D: dico, spatium peractum ab E cum velocitate A in tempore C, ad spatium peractum ab F cum velocitate B in tempore D, habere rationem compositam ex ratione velocitatis A ad velocitatem B et ex ratione temporis C ad tempus D. Sit spatium ab E cum velocitate A in tempore C peractum G, et ut velocitas A ad velocitatem B, ita fiat G ad I; ut autem tempus C ad tempus D, ita sit I ad L: constat, I esse spatium quo movetur F in tempore eodem in quo E motum est per G, cum spatia G, I sint ut velocitates A, B. Et cum sit ut tempus C ad tempus D, ita I ad L; sit autem I spatium quod conficitur a mobili F in tempore C; erit L spatium quod conficitur ab F in tempore D cum velocitate B. Ratio autem G ad L componitur ex rationibus G ad I et I ad L, nempe ex rationibus velocitatis A ad velocitatem B et temporis C ad tempus D: ergo patet propositum.

Theorema V, Propositio V.

Si duo mobilia aequabili motu ferantur, sint tamen velocitates inaequales, et inaequalia spatia peracta, ratio temporum composita erit ex ratione spatiorum et ex ratione velocitatum contrarie sumptarum.

Sint duo mobilia A, B, *sitque velocitas ipsius* A *ad velocitatem ipsius* B *ut* V *ad* T; *spatia autem peracta sint ut* S *ad* R: *dico, rationem temporis quo motum est* A, *ad tempus quo motum est* B, *compositam esse ex ratione velocitatis* T *ad velocitatem* V *et ex ratione spatii* S *ad spatium* R.



Sit ipsius motus A *tempus* C, *et ut velocitas* T *ad velocitatem* V, *ita sit tempus* C *ad tempus* E; *et cum* C *sit tempus in quo* A *cum velocitate* V *conficit spatium* S, *sitque ut velocitas* T *mobilis* B *ad velocitatem* V, *ita tempus* C *ad tempus* E, *erit tempus* E *illud in quo mobile* B *conficeret idem spatium* S. *Fiat modo ut spatium* S *ad spatium* R, *ita tempus* E *ad tempus* G: *constat,* G *esse tempus quo* B *conficeret spatium* R. *Et quia ratio* C *ad* G *componitur ex rationibus* C *ad* E *et* E *ad* G; *est autem ratio* C *ad* E *eadem cum ratione velocitatum mobilium* A, B *contrarie sumptarum, hoc est cum ratione* T *ad* V; *ratio vero* E *ad* G *est eadem cum ratione spatiorum* S, R; *ergo patet propositum.*

Delle lin. 2-21 si ha una bozza autografa e, a quanto pare, della mano giovanile di Galileo, nel cod. A, a car. 139*r.*, in capo alla quale si legge, pur di mano di Galileo: *Scritte.* Essa presenta le seguenti varianti:

3. *inaequalia quoque spacia* — Tra *ex* e *ratione* si legge, cancellato, *velocitatibus et spaciis* — 4. *velocitatum* è sostituito a *temporum,* che era stato scritto prima, e poi fu cancellato. — 10-11. *ad velocitatem* v (*sic enim contrarie sumitur*) *et* — 12. *Sit tempus motus* A cd [1], *et* — 16. Fra *ut* e *spacium* leggesi, cancellato, *tempus.* —

Alle lin. 8-9 la stampa legge *compositum,* e alla lin. 16 *Fiat tertio, ut,* che abbiamo corretto, conforme alla bozza autografa, in *compositam* e *Fiat modo ut.*

---

[1] Le rette rappresentanti i tempi dei moti, le quali nella figura della stampa sono distinte con le lettere C, E, G, sono indicate negli autografi respettivamente con *cd, ef, gh,* tanto nella figura relativa alla Proposizione quinta, quanto in quella relativa alla sesta.

Theorema VI, Propositio VI.

Si duo mobilia aequabili motu ferantur, ratio velocitatum ipsorum composita erit ex ratione spatiorum peractorum et ex ratione temporum contrarie sumptorum.

Sint duo mobilia A, B, *aequabili motu lata; sint autem spatia ab illis peracta in ratione* V *ad* T, *tempora vero sint ut* S *ad* R: *dico, velocitatem mobilis* A *ad velocitatem ipsius* B *habere rationem compositam ex ratione spatii* V *ad spatium* T *et temporis* R *ad tempus* S. *Sit velocitas* C *ea cum qua mobile* A *conficit spatium* V *in tempore* S, *et quam rationem habet spatium* V *ad spatium* T, *hanc habeat velocitas* C *ad aliam* E; *erit* E *velocitas cum qua mobile* B *conficit spatium* T *in tempore eodem* S: *quod si fiat, ut tempus* R *ad tempus* S, *ita velocitas* E *ad aliam* G, *erit velocitas* G *illa secundum quam mobile* B *conficit spatium* T *in tempore* R. *Habemus itaque velocitatem* C, *cum qua mobile* A *conficit spatium* V *in tempore* S, *et velocitatem* G, *cum qua mobile* B *conficit spatium* T *in tempore* R, *et est ratio* C *ad* G *composita ex rationibus* C *ad* E *et* E *ad* G; *ratio autem* C *ad* E *posita est eadem cum ratione spatii* V *ad spatium* T; *ratio vero* E *ad* G *est eadem cum ratione* R *ad* S: *ergo patet propositum.*

Salv. Questo che abbiamo veduto, è quanto il nostro Autore ha scritto del moto equabile. Passeremo dunque a più sottile e nuova contemplazione intorno al moto naturalmente accelerato, quale è quello che generalmente è esercitato da i mobili gravi descendenti: ed ecco il titolo e l'introduzione.

Delle lin. 2-22 si ha una bozza della mano (giovanile, a quanto pare) di Galileo, nel cod. A, a car. 139*r.*, in capo alla quale si legge, pur della mano di lui: *Scritte.* Essa presenta le seguenti varianti:

2. *mobilia motu aequabili ferantur.* A *ferantur* segue, cancellato, *quorum velocitates sint inaequales.* — 2-3. *ratio ipsarum velocitatum composita* — 3. Tra *ex* e *ratione spatiorum* leggesi, cancellato, *ratione temporum et.* — 3-4. Da *et* a *sumptorum* è scritto in margine. — 5. Tra *motu* e *lata* leggesi, cancellato, *sed inaequali velocitate.* — 13. Dopo *velocitas* si legge, cancellato: *mobilis* A *ut* cd, *et quam rationem habet spacium* v *ad spacium* s, *hanc habeat velocitas* cd *ad aliam* ef —

DE MOTU NATURALITER ACCELERATO.

Quae in motu aequabili contingunt accidentia, in praecedenti libro considerata sunt: modo de motu accelerato pertractandum.

Et primo, definitionem ei, quo utitur natura, apprime congruentem investigare atque explicare convenit. Quamvis enim aliquam lationis speciem ex arbitrio confingere, et consequentes eius passiones contemplari, non sit inconveniens (ita, enim, qui helicas aut conchoides lineas ex motibus quibusdam exortas, licet talibus non utatur natura, sibi finxerunt, earum symptomata ex suppositione demonstrarunt cum laude), tamen, quandoquidem quadam accelerationis specie gravium descendentium utitur natura, eorundem speculari passiones decrevimus, si eam, quam allaturi sumus de nostro motu accelerato definitionem, cum essentia motus naturaliter accelerati congruere contigerit. Quod tandem, post diuturnas mentis agitationes, repperisse confidimus; ea potissimum ducti ratione, quia symptomatis, deinceps a nobis demonstratis, apprime respondere atque congruere videntur ea, quae naturalia experimenta sensui repraesentant. Postremo, ad investigationem motus naturaliter accelerati nos quasi manu duxit animadversio consuetudinis atque instituti ipsiusmet naturae in ceteris suis operibus omnibus, in quibus exercendis uti consuevit mediis primis, simplicissimis, facillimis. Neminem enim esse arbitror qui credat, natatum aut volatum simpliciori aut faciliori modo exerceri posse, quam eo ipso, quo pisces et aves instinctu naturali utuntur.

Dum igitur lapidem, ex sublimi a quiete descendentem, nova deinceps velocitatis acquirere incrementa animadverto, cur talia additamenta, simplicissima atque omnibus magis obvia ratione, fieri non credam? Quod si attente inspiciamus, nullum additamentum, nullum incrementum, magis simplex inveniemus, quam illud, quod semper eodem modo superaddit. Quod facile intelligemus, maximam temporis atque motus affinitatem inspicientes: sicut enim motus aequabilitas et uniformitas per temporum spatiorumque aequabilitates definitur ac concipitur (lationem, enim, tunc aequabilem appellamus, cum temporibus aequalibus aequalia conficiuntur spatia), ita per easdem aequalitates partium temporis, incrementa celeritatis simpliciter facta

19. *quibus exerendis uti,* s —

percipere possumus; mente concipientes, motum illum uniformiter eodemque modo continue acceleratum esse, dum temporibus quibuscumque aequalibus aequalia ei superaddantur celeritatis additamenta. Adeo ut, sumptis quotcumque temporis particulis aequalibus a primo instanti in quo mobile recedit a quiete et descensum aggreditur, celeritatis gradus in prima cum secunda temporis particula acquisitus, duplus sit gradus quem acquisivit mobile in prima particula; gradus vero quem obtinet in tribus temporis particulis, triplus; quem in quatuor, quadruplus eiusdem gradus primi temporis: ita ut (clarioris intelligentiae causa), si mobile lationem suam continuaret iuxta gradum seu momentum velocitatis in prima temporis particula acquisitae, motumque suum deinceps aequabiliter cum tali gradu extenderet, latio haec duplo esset tardior ea, quam iuxta gradum velocitatis in duabus temporis particulis acquisitae obtineret. Et sic a recta ratione absonum nequaquam esse videtur, si accipiamus, intentionem velocitatis fieri iuxta temporis extensionem; ex quo definitio motus, de quo acturi sumus, talis accipi potest: Motum aequabiliter, seu uniformiter, acceleratum dico illum, qui, a quiete recedens, temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit.

Sagr. Io, sì come fuor di ragione mi opporrei a questa o ad altra definizione che da qualsivoglia autore fusse assegnata, essendo tutte arbitrarie, così ben posso senza offesa dubitare se tal definizione, concepita ed ammessa in astratto, si adatti, convenga e si verifichi in quella sorte di moto accelerato che i gravi naturalmente descendenti vanno esercitando. E perchè pare che l'Autore ci prometta che tale, quale egli ha definito, sia il moto naturale de i gravi, volentieri mi sentirei rimuover certi scrupoli che mi perturbano la mente, acciò poi con maggior attenzione potessi applicarmi alle proposizioni, e lor dimostrazioni, che si attendono.

Salv. È bene che V. S. ed il Sig. Simplicio vadano proponendo le difficoltà; le quali mi vo immaginando che siano per essere quelle stesse che a me ancora sovvennero, quando primieramente veddi questo trattato, e che o dall'Autor medesimo, ragionandone seco, mi furon sopite, o tal una ancora da me stesso, co 'l pensarvi, rimosse.

Sagr. Mentre io mi vo figurando, un mobile grave descendente partirsi dalla quiete, cioè dalla privazione di ogni velocità, ed entrare

27. *alle proporzioni, e,* s —

nel moto, ed in quello andarsi velocitando secondo la proporzione che cresce 'l tempo dal primo instante del moto, ed avere, v. g., in otto battute di polso acquistato otto gradi di velocità, della quale nella quarta battuta ne aveva guadagnati quattro, nella seconda due, nella prima uno, essendo il tempo subdivisibile in infinito, ne séguita che, diminuendosi sempre con tal ragione l' antecedente velocità, grado alcuno non sia di velocità così piccolo, o vogliamo dir di tardità così grande, nel quale non si sia trovato costituito l' istesso mobile dopo la partita dall' infinita tardità, cioè dalla quiete: tal che, se quel grado di velocità ch' egli ebbe alle quattro battute di tempo, era tale che, mantenendola equabile, arebbe corso due miglia in un' ora, e co 'l grado di velocità ch' ebbe nella seconda battuta arebbe fatto un miglio per ora, convien dire che ne gl' instanti del tempo più e più vicini al primo della sua mossa dalla quiete si trovasse così tardo, che non arebbe (seguitando di muoversi con tal tardità) passato un miglio in un' ora, nè in un giorno, nè in un anno, nè in mille, nè passato anco un sol palmo in tempo maggiore; accidente al quale pare che assai mal agevolmente s' accomodi l' immaginazione, mentre che il senso ci mostra, un grave cadente venir subito con gran velocità.

Salv. Questa è una delle difficoltà che a me ancora su 'l principio dette che pensare, ma non molto dopo la rimossi; ed il rimuoverla fu effetto della medesima esperienza che di presente a voi la suscita. Voi dite, parervi che l' esperienza mostri, che a pena partitosi il grave dalla quiete, entri in una molto notabile velocità; ed io dico che questa medesima esperienza ci chiarisce, i primi impeti del cadente, benchè gravissimo, esser lentissimi e tardissimi. Posate un grave sopra una materia cedente, lasciandovelo sin che prema quanto egli può con la sua semplice gravità: è manifesto che, alzandolo un braccio o due, lasciandolo poi cadere sopra la medesima materia, farà con la percossa nuova pressione, e maggiore che la fatta prima co 'l solo peso; e l' effetto sarà cagionato dal mobile cadente congiunto con la velocità guadagnata nella caduta, il quale effetto sarà più e più grande, secondo che da maggior altezza verrà la percossa, cioè secondo che la velocità del percuziente sarà maggiore. Quanta dunque sia la velocità d' un grave cadente, lo potremo noi senza errore conietturare dalla qualità e quantità della percossa. Ma ditemi, Signori: quel mazzo che lasciato cadere sopra un palo dall' altezza di

quattro braccia lo ficca in terra, v. g., quattro dita, venendo dall' altezza di duo braccia lo caccerà assai manco, e meno dall' altezza di uno, e manco da un palmo; e finalmente, sollevandolo un dito, che farà di più che se, senza percossa, vi fusse posto sopra? certo pochissimo: ed operazione del tutto impercettibile sarebbe, se si elevasse quanto è grosso un foglio. E perchè l' effetto della percossa si regola dalla velocità del medesimo percuziente, chi vorrà dubitare che lentissimo sia 'l moto e più che minima la velocità, dove l' operazione sua sia impercettibile? Veggano ora quanta sia la forza della verità, mentre l' istessa esperienza che pareva nel primo aspetto mostrare una cosa, meglio considerata ci assicura del contrario. Ma senza ridursi a tale esperienza (che senza dubbio è concludentissima), mi pare che non sia difficile co 'l semplice discorso penetrare una tal verità. Noi abbiamo un sasso grave, sostenuto nell' aria in quiete; si libera dal sostegno e si pone in libertà, e, come più grave dell' aria, vien descendendo al basso, e non con moto equabile, ma lento nel principio, e continuamente dopo accelerato: ed essendo che la velocità è augumentabile e menomabile in infinito, qual ragione mi persuaderà che tal mobile, partendosi da una tardità infinita (chè tal è la quiete), entri immediatamente in dieci gradi di velocità più che in una di quattro, o in questa prima che in una di due, di uno, di un mezo, di un centesimo? ed in somma in tutte le minori in infinito? Sentite, in grazia. Io non credo che voi fuste renitenti a concedermi che l' acquisto de i gradi di velocità del sasso cadente dallo stato di quiete possa farsi co 'l medesimo ordine che la diminuzione e perdita de i medesimi gradi, mentre da virtù impellente fusse ricacciato in su alla medesima altezza; ma quando ciò sia, non veggo che si possa dubitare che nel diminuirsi la velocità del sasso ascendente, consumandola tutta, possa pervenire allo stato di quiete prima che passar per tutti i gradi di tardità.

Simp. Ma se i gradi di tardità maggiore e maggiore sono infiniti, già mai non si consumeranno tutti; onde tal grave ascendente non si condurrà mai alla quiete, ma infinitamente si moverà, ritardandosi sempre: cosa che non si vede accadere.

Salv. Accaderebbe cotesto, Sig. Simplicio, quando il mobile andasse per qualche tempo trattenendosi in ciaschedun grado; ma egli vi passa solamente, senza dimorarvi oltre a un instante; e perchè in

ogni tempo quanto, ancor che piccolissimo, sono infiniti instanti, però son bastanti a rispondere a gl' infiniti gradi di velocità diminuita. Che poi tal grave ascendente non persista per verun tempo quanto in alcun medesimo grado di velocità, si fa manifesto così: perchè se, assegnato qualche tempo quanto, nel primo instante di tal tempo ed anco nell' ultimo il mobile si trovasse aver il medesimo grado di velocità, potrebbe da questo secondo grado esser parimente sospinto in su per altrettanto spazio, sì come dal primo fu portato al secondo, e per l' istessa ragione passerebbe dal secondo al terzo, e finalmente continuerebbe il suo moto uniforme in infinito.

Sagr. Da questo discorso mi par che si potrebbe cavare una assai congrua ragione della quistione agitata tra i filosofi, qual sia la causa dell' accelerazione del moto naturale de i gravi. Imperò che, mentre io considero, nel grave cacciato in su andarsi continuamente diminuendo quella virtù impressagli dal proiciente; la quale, sin che fu superiore all' altra contraria della gravità, lo sospinse in alto; giunte che siano questa e quella all' equilibrio, resta il mobile di più salire e passa per lo stato della quiete, nel quale l' impeto impresso non è altramente annichilato, ma solo consumatosi quell' eccesso che pur dianzi aveva sopra la gravità del mobile, per lo quale, prevalendogli, lo spigneva in su; continuandosi poi la diminuzione di questo impeto straniero, ed in consequenza cominciando il vantaggio ad esser dalla parte della gravità, comincia altresì la scesa, ma lenta per il contrasto della virtù impressa, buona parte della quale rimane ancora nel mobile; ma perchè ella pur va continuamente diminuendosi, venendo sempre con maggior proporzione superata dalla gravità, quindi nasce la continua accelerazione del moto.

Simp. Il pensiero è arguto, ma più sottile che saldo: imperò che, quando pur sia concludente, non sodisfà se non a quei moti naturali a i quali sia preceduto un moto violento, nel quale resti ancora vivace parte della virtù esterna; ma dove non sia tal residuo, ma si parta il mobile da una antiquata quiete, cessa la forza di tutto il discorso.

Sagr. Credo che voi siate in errore, e che questa distinzione di casi, che fate, sia superflua, o, per dir meglio, nulla. Però ditemi, se nel proietto può esser tal volta impressa dal proiciente molta e tal ora poca virtù, sì che possa essere scagliato in alto cento braccia, ed anco venti, o quattro, o uno?

Simp. Non è dubbio che sì.

Sagr. E non meno potrà cotal virtù impressa di così poco superar la resistenza della gravità, che non l'alzi più d'un dito; e finalmente può la virtù del proiciente esser solamente tanta, che pareggi per l'appunto la resistenza della gravità, sì che il mobile sia non cacciato in alto, ma solamente sostenuto. Quando dunque voi reggete in mano una pietra, che altro gli fate voi che l'imprimerli tanta virtù impellente all'in su, quanta è la facoltà della sua gravità, traente in giù? e questa vostra virtù non continuate voi di conservargliela impressa per tutto il tempo che voi la sostenete in mano? si diminuisce ella forse per la lunga dimora che voi la reggete? e questo sostentamento che vieta la scesa al sasso, che importa che sia fatto più dalla vostra mano, che da una tavola, o da una corda dalla quale ei sia sospeso? Certo niente. Concludete pertanto, Sig. Simplicio, che il precedere alla caduta del sasso una quiete lunga o breve o momentanea, non fa differenza alcuna, sì che il sasso non parta sempre affetto da tanta virtù contraria alla sua gravità, quanta appunto bastava a tenerlo in quiete.

Salv. Non mi par tempo opportuno d'entrare al presente nell'investigazione della causa dell'accelerazione del moto naturale, intorno alla quale da varii filosofi varie sentenzie sono state prodotte, riducendola alcuni all'avvicinamento al centro, altri al restar successivamente manco parti del mezo da fendersi, altri a certa estrusione del mezo ambiente, il quale, nel ricongiugnersi a tergo del mobile, lo va premendo e continuatamente scacciando; le quali fantasie, con altre appresso, converrebbe andare esaminando e con poco guadagno risolvendo. Per ora basta al nostro Autore che noi intendiamo che egli ci vuole investigare e dimostrare alcune passioni di un moto accelerato (qualunque si sia la causa della sua accelerazione) talmente, che i momenti della sua velocità vadano accrescendosi, dopo la sua partita dalla quiete, con quella semplicissima proporzione con la quale cresce la continuazion del tempo, che è quanto dire che in tempi eguali si facciano eguali additamenti di velocità; e se s'incontrerà che gli accidenti che poi saranno dimostrati si verifichino nel moto de i gravi naturalmente descendenti ed accelerati, potremo reputare che l'assunta definizione comprenda cotal moto de i gravi, e che vero

25. *va spremendo e*, s —

sia che l'accelerazione loro vadia crescendo secondo che cresce il tempo e la durazione del moto.

Sagr. Per quanto per ora mi si rappresenta all'intelletto, mi pare che con chiarezza forse maggiore si fusse potuto definire, senza variare il concetto: Moto uniformemente accelerato esser quello, nel quale la velocità andasse crescendo secondo che cresce lo spazio che si va passando; sì che, per esempio, il grado di velocità acquistato dal mobile nella scesa di quattro braccia fusse doppio di quello ch'egli ebbe, sceso che e' fu lo spazio di due, e questo doppio del conseguito nello spazio del primo braccio. Perchè non mi par che sia da dubitare, che quel grave che viene dall'altezza di sei braccia, non abbia e perquota con impeto doppio di quello che ebbe, sceso che fu tre braccia, e triplo di quello che ebbe alle due, e sescuplo dell'auto nello spazio di uno.

Salv. Io mi consolo assai d'aver auto un tanto compagno nell'errore; e più vi dirò che il vostro discorso ha tanto del verisimile e del probabile, che il nostro medesimo Autore non mi negò, quando io glielo proposi, d'esser egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Ma quello di che io poi sommamente mi maravigliai, fu il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, ma impossibili, due proposizioni che hanno del verisimile tanto, che avendole io proposte a molti, non ho trovato chi liberamente non me l'ammettesse.

Simp. Veramente io sarei del numero de i conceditori: e che il grave descendente *vires acquirat eundo,* crescendo la velocità a ragion dello spazio, e che 'l momento dell'istesso percuziente sia doppio venendo da doppia altezza, mi paiono proposizioni da concedersi senza repugnanza o controversia.

Salv. E pur son tanto false e impossibili, quanto che il moto si faccia in un instante: ed eccovene chiarissima dimostrazione. Quando le velocità hanno la medesima proporzione che gli spazii passati o da passarsi, tali spazii vengon passati in tempi eguali; se dunque le velocità con le quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità con le quali passò le due prime braccia (sì come lo spazio è doppio dello spazio), adunque i tempi di tali passaggi sono eguali: ma passare il medesimo mobile le quattro braccia e le due nell'istesso tempo, non può aver luogo fuor che nel

moto instantaneo: ma noi veggiamo che il grave cadente fa suo moto in tempo, ed in minore passa le due braccia che le quattro; adunque è falso che la velocità sua cresca come lo spazio. L'altra proposizione si dimostra falsa con la medesima chiarezza. Imperò che, essendo quello che perquote il medesimo, non può determinarsi la differenza e momento delle percosse se non dalla differenza della velocità: quando dunque il percuziente, venendo da doppia altezza, facesse percossa di doppio momento, bisognerebbe che percotesse con doppia velocità: ma la doppia velocità passa il doppio spazio nell'istesso tempo, e noi veggiamo il tempo della scesa dalla maggior altezza esser più lungo.

Sagr. Troppa evidenza, troppa agevolezza, è questa con la quale manifestate conclusioni ascoste: questa somma facilità le rende di minor pregio che non erano mentre stavano sotto contrario sembiante. Poco penso io che prezzerebbe l'universale notizie acquistate con sì poca fatica, in comparazione di quelle intorno alle quali si fanno lunghe ed inesplicabili altercazioni.

Salv. A quelli i quali con gran brevità e chiarezza mostrano le fallacie di proposizioni state comunemente tenute per vere dall'universale, danno assai comportabile sarebbe il riportarne solamente disprezzo, in luogo di aggradimento; ma bene spiacevole e molesto riesce cert'altro affetto che suol tal volta destarsi in alcuni, che, pretendendo ne i medesimi studii almeno la parità con chiunque si sia, si veggono aver trapassate per vere conclusioni che poi da un altro con breve e facile discorso vengono scoperte e dichiarate false. Io non chiamerò tale affetto invidia, solita a convertirsi poi in odio ed ira contro agli scopritori di tali fallacie, ma lo dirò uno stimolo e una brama di voler più presto mantener gli errori inveterati, che permetter che si ricevano le verità nuovamente scoperte; la qual brama tal volta gl'induce a scrivere in contradizione a quelle verità, pur troppo internamente conosciute anco da loro medesimi, solo per tener bassa nel concetto del numeroso e poco intelligente vulgo l'altrui reputazione. Di simili conclusioni false, ricevute per vere e di agevolissima confutazione, non piccol numero ne ho io sentite dal nostro Academico, di parte delle quali ho anco tenuto registro.

Sagr. E V. S. non dovrà privarcene, ma a suo tempo farcene parte, quando ben anco bisognasse in grazia loro fare una particolar ses-

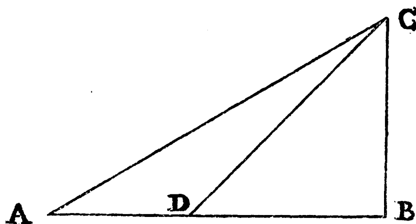
sione. Per ora, continuando il nostro filo, parmi che sin qui abbiamo fermata la definizione del moto uniformente accelerato, del quale si tratta ne i discorsi che seguono; ed è:

Motum aequabiliter, seu uniformiter, acceleratum dicimus eum, qui, a quiete recedens, temporibus aequalibus aequalia celeritatis momenta sibi superaddit.

Salv. Fermata cotal definizione, un solo principio domanda e suppone per vero l'Autore, cioè:

Accipio, gradus velocitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse aequales, cum eorumdem planorum elevationes aequales sint.

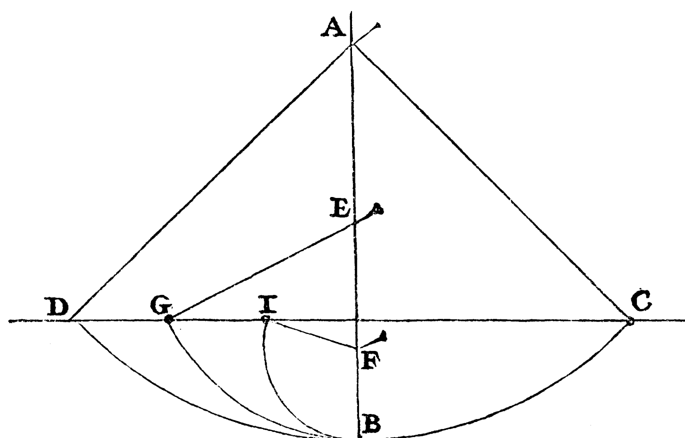
Chiama la elevazione di un piano inclinato la perpendicolare che dal termine sublime di esso piano casca sopra la linea orizontale prodotta per l'infimo termine di esso piano inclinato: come, per intelligenza, essendo la linea AB parallela all'orizonte, sopra 'l quale siano inclinati li due piani CA, CD, la perpendicolare CB, cadente sopra l'orizontale BA, chiama l'Autore la elevazione de i piani CA, CD; e suppone che i gradi di velocità del medesimo mobile scendente per li piani inclinati CA, CD, acquistati ne i termini A, D, siano eguali, per esser la loro elevazione l'istessa CB: e tanto anco si deve intendere il grado di velocità che il medesimo cadente dal punto C arebbe nel termine B.



Sagr. Veramente mi par che tal supposto abbia tanto del probabile, che meriti di esser senza controversia conceduto, intendendo sempre che si rimuovano tutti gl' impedimenti accidentarii ed esterni, e che i piani siano ben solidi e tersi ed il mobile di figura perfettissimamente rotonda, sì che ed il piano ed il mobile non abbiano scabrosità. Rimossi tutti i contrasti ed impedimenti, il lume naturale mi detta senza difficoltà, che una palla grave e perfettamente rotonda, scendendo per le linee CA, CD, CB, giugnerebbe ne i termini A, D, B con impeti eguali.

Salv. Voi molto probabilmente discorrete; ma, oltre al verisimile, voglio con una esperienza accrescer tanto la probabilità, che poco gli manchi all' agguagliarsi ad una ben necessaria dimostrazione. Fi-

guratevi, questo foglio essere una parete eretta all' orizonte, e da un chiodo fitto in essa pendere una palla di piombo d' un' oncia o due, sospesa dal sottil filo AB, lungo due o tre braccia, perpendicolare all' orizonte, e nella parete segnate una linea orizontale DC, segante a squadra il perpendicolo AB, il quale sia lontano dalla parete due dita in circa; trasferendo poi il filo AB con la palla in AC, lasciate essa palla in libertà: la quale primieramente vedrete scendere descrivendo l'arco CBD, e di tanto trapassare il termine B, che, scorrendo per l' arco BD, sormonterà sino quasi alla segnata parallela CD, restando di pervenirvi per piccolissimo intervallo, toltogli il precisamente arrivarvi dall' impedimento dell' aria e del filo; dal che possiamo veracemente concludere, che l' impeto acquistato nel punto B dalla palla, nello scendere per l' arco CB, fu tanto, che bastò a risospingersi per un simile arco BD alla medesima altezza. Fatta e più volte reiterata cotale esperienza, voglio che ficchiamo nella parete, rasente al perpendicolo AB, un chiodo, come in E o vero in F, che sporga in fuori cinque o sei dita, e questo acciò che il filo AC tornando, come prima, a riportar la palla C per l' arco CB, giunta che ella sia in B, intoppando il filo nel chiodo E, sia costretta a camminare per la circonferenza BG, descritta intorno al centro E; dal che vedremo quello che potrà far quel medesimo impeto che, dianzi, concepito nel medesimo termine B, sospinse l' istesso mobile per l' arco BD all' altezza della orizontale CD. Ora, Signori, voi vedrete con gusto condursi la palla all' orizontale nel punto G, e l' istesso accadere se l' intoppo si mettesse più basso, come in F, dove la palla descriverebbe l' arco BI, terminando sempre la sua salita precisamente nella linea CD; e quando l' intoppo del chiodo fusse tanto basso che l' avanzo del filo sotto di lui non arrivasse all' altezza di CD (il che accaderebbe



quando fusse più vicino al punto B che al segamento dell'AB con l'orizontale CD), allora il filo cavalcherebbe il chiodo e se gli avvolgerebbe intorno. Questa esperienza non lascia luogo di dubitare della verità del supposto: imperò che, essendo li due archi CB, DB eguali e similmente posti, l'acquisto di momento fatto per la scesa nell'arco CB è il medesimo che il fatto per la scesa dell'arco DB; ma il momento acquistato in B per l'arco CB è potente a risospingere in su il medesimo mobile per l'arco BD; adunque anco il momento acquistato nella scesa DB è eguale a quello che sospigne l'istesso mobile per il medesimo arco da B in D; sì che, universalmente, ogni momento acquistato per la scesa d'un arco è eguale a quello che può far risalire l'istesso mobile per il medesimo arco: ma i momenti tutti che fanno risalire per tutti gli archi BD, BG, BI sono eguali, poichè son fatti dall'istesso medesimo momento acquistato per la scesa CB, come mostra l'esperienza; adunque tutti i momenti che si acquistano per le scese ne gli archi DB, GB, IB sono eguali.

Sagr. Il discorso mi par concludentissimo, e l'esperienza tanto accomodata per verificare il postulato, che molto ben sia degno d'esser conceduto come se fusse dimostrato.

Salv. Io non voglio, Sig. Sagredo, che noi ci pigliamo più del dovere, e massimamente che di questo assunto ci abbiamo a servire principalmente ne i moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curve, nelle quali l'accelerazione procede con gradi molto differenti da quelli con i quali noi pigliamo ch'ella proceda ne' piani retti. Di modo che, se ben l'esperienza addotta ci mostra che la scesa per l'arco CB conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsivoglia arco BD, BG, BI, noi non possiamo con simile evidenza mostrare che l'istesso accadesse quando una perfettissima palla dovesse scendere per piani retti, inclinati secondo le inclinazioni delle corde di questi medesimi archi; anzi è credibile che, formandosi angoli da essi piani retti nel termine B, la palla scesa per l'inclinato secondo la corda CB, trovando intoppo ne i piani ascendenti secondo le corde BD, BG, BI, nell'urtare in essi perderebbe del suo impeto, nè potrebbe, salendo, condursi all'altezza della linea CD: ma levato l'intoppo, che progiudica all'esperienza, mi par bene che l'intelletto resti capace, che l'impeto (che in effetto piglia

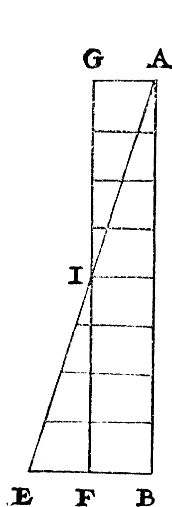
27. *arco BC, BG, BI, noi,* s —

vigore dalla quantità della scesa) sarebbe potente a ricondurre il mobile alla medesima altezza. Prendiamo dunque per ora questo come postulato, la verità assoluta del quale ci verrà poi stabilita dal vedere altre conclusioni, fabbricate sopra tale ipotesi, rispondere e puntualmente confrontarsi con l' esperienza. Supposto dall'Autore questo solo principio, passa alle proposizioni, dimostrativamente concludendole; delle quali la prima è questa:

Theorema I, Propositio I.

Tempus in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aequale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aequabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus sit ad summum et ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.

Repraesentetur per extensionem AB *tempus in quo a mobili latione uniformiter accelerata ex quiete in* C *conficiatur spatium* CD; *graduum autem velocitatis adauctae in instantibus temporis* AB *maximus et ultimus repraesentetur per* EB, *utcunque super* AB *constitutam; iunctaque* AE, *lineae omnes ex singulis punctis lineae* AB *ipsi* BE *aequidistanter actae, crescentes velocitatis gradus post instans* A *repraesentabunt. Divisa deinde* BE *bifariam in* F, *ductisque parallelis* FG, AG *ipsis* BA, BF, *parallelogrammum* AGFB *erit constitutum, triangulo* AEB *aequale, dividens suo latere* GF *bifariam* AE *in* I: *quodsi parallelae trianguli* AEB *usque ad* IG *extendantur, habebimus aggregatum parallelarum omnium in quadrilatero contentarum aequalem aggregatui comprehensarum in triangulo* AEB; *quae enim sunt in triangulo* IEF, *pares sunt cum contentis in triangulo* GIA; *eae vero quae habentur in trapezio* AIFB, *communes sunt. Cumque singulis et omnibus instantibus temporis* AB *respondeant singula et omnia puncta lineae* AB, *ex quibus actae parallelae in triangulo* AEB *comprehensae crescentes gradus velocitatis adauctae repraesentant, parallelae vero intra parallelogrammum contentae totidem gradus velocitatis non adauctae, sed aequabilis, itidem*

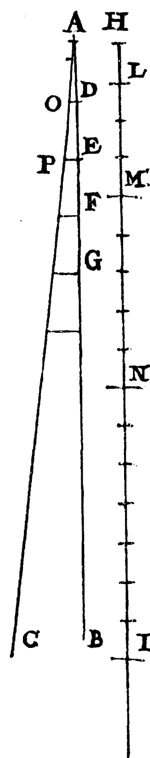


18. *constitutam; iunctaeque*, s — 25. *ad* IGF *extendantur*, s — 28. IEF, *paria sunt*, s —

repraesentent; apparet, totidem velocitatis momenta absumpta esse in motu accelerato iuxta crescentes parallelas trianguli AEB, *ac in motu aequabili iuxta parallelas parallelogrammi* GB: *quod enim momentorum deficit in prima motus accelerati medietate (deficiunt enim momenta per parallelas trianguli* AGI *repraesentata), reficitur a momentis per parallelas trianguli* IEF *repraesentatis. Patet igitur, aequalia futura esse spatia tempore eodem a duobus mobilibus peracta, quorum unum motu ex quiete uniformiter accelerato moveatur, alterum vero motu aequabili iuxta momentum subduplum momenti maximi velocitatis accelerati motus: quod erat intentum.*

Theorema II, Propositio II.

Si aliquod mobile motu uniformiter accelerato descendat ex quiete, spatia quibuscunque temporibus ab ipso peracta, sunt inter se in duplicata ratione eorundem temporum, nempe ut eorundem temporum quadrata.



Intelligatur, fluxus temporis ex aliquo primo instanti A *repraesentari per extensionem* AB, *in qua sumantur duo quaelibet tempora* AD, AE; *sitque* HI *linea, in qua mobile ex puncto* H, *tanquam primo motus principio, descendat uniformiter acceleratum; sitque spatium* HL *peractum primo tempore* AD, HM *vero sit spatium per quod descenderit in tempore* AE: *dico, spatium* MH *ad spatium* HL *esse in duplicata ratione eius quam habet tempus* EA *ad tempus* AD; *seu dicamus, spatia* MH, HL *eandem habere rationem quam habent quadrata* EA, AD. *Ponatur linea* AC, *quemcunque angulum cum ipsa* AB *continens; ex punctis vero* D, E *ductae sint parallelae* DO, EP: *quarum* DO *repraesentabit maximum gradum velocitatis acquisitae in instanti* D *temporis* AD; PE *vero, maximum gradum velocitatis acquisitae in instanti* E *temporis* AE. *Quia vero supra demonstratum est, quod attinet ad spatia peracta, aequalia esse inter se illa, quorum alterum conficitur a mobili ex quiete motu uniformiter accelerato, alterum vero quod tempore eodem conficitur a mobili motu aequabili delato, cuius velocitas subdupla sit maximae in motu accelerato acquisitae; constat, spatia* MH, LH *esse eadem quae motibus aequalibus, quorum velocitates essent ut dimidiae* PE, OD, *conficerentur in temporibus* EA, DA. *Si igitur ostensum fuerit, haec spatia* MH, LH *esse in*

duplicata ratione temporum EA, DA, *intentum probatum erit. Verum in quarta propositione primi libri demonstratum est, mobilium aequabili motu latorum spatia peracta habere inter se rationem compositam ex ratione velocitatum et ex ratione temporum: hic autem ratio velocitatum est eadem cum ratione temporum* (*quam enim rationem habet dimidia* PE *ad dimidiam* OD, *seu tota* PE *ad totam* OD, *hanc habet* AE *ad* AD): *ergo ratio spatiorum peractorum dupla est rationis temporum: quod erat demonstrandum.*

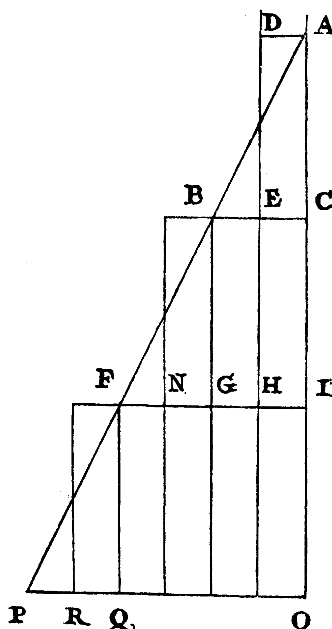
Patet etiam hinc, eandem spatiorum rationem esse duplam rationis maximorum graduum velocitatis, nempe linearum PE, OD, *cum sit* PE *ad* OD *ut* EA *ad* DA.

Corollarium I.

Hinc manifestum est, quod si fuerint quotcunque tempora aequalia consequenter sumpta a primo instanti seu principio lationis, utputa AD, DE, EF, FG, *quibus conficiantur spatia* HL, LM, MN, NI, *ipsa spatia erunt inter se ut numeri impares ab unitate, scilicet ut 1, 3, 5, 7: haec enim est ratio excessuum quadratorum linearum sese aequaliter excedentium et quarum excessus est aequalis minimae ipsarum, seu dicamus quadratorum sese ab unitate consequentium. Dum igitur gradus velocitatis augentur iuxta seriem simplicem numerorum in temporibus aequalibus, spatia peracta iisdem temporibus incrementa suscipiunt iuxta seriem numerorum imparium ab unitate.*

Sagr. Sospendete, in grazia, alquanto la lettura, mentre io vo ghiribizando intorno a certo concetto pur ora cascatomi in mente; per la spiegatura del quale, per mia e per vostra più chiara intelligenza, fo un poco di disegno. Dove mi figuro per la linea AI la continuazione del tempo dopo il primo instante in A; applicando poi in A, secondo qualsivoglia angolo, la retta AF, e congiugnendo i termini I, F, diviso il tempo AI in mezo in C, tiro la CB parallela alla IF; considerando poi la CB come grado massimo della velocità che, cominciando dalla quiete nel primo instante del tempo A, si andò augumentando secondo il crescimento delle parallele alla BC, prodotte nel triangolo ABC (che è il medesimo che crescere secondo che cresce il tempo), ammetto senza controversia, per i discorsi fatti sin qui, che lo spazio passato dal mobile cadente con la velocità accresciuta nel detto modo sarebbe eguale allo spazio che passerebbe il

medesimo mobile quando si fusse nel medesimo tempo AC mosso di moto uniforme, il cui grado di velocità fusse eguale all' EC, metà del BC. Passo ora più oltre, e figuratomi, il mobile sceso con moto accelerato trovarsi nell' instante C avere il grado di velocità BC, è manifesto, che se egli continuasse di muoversi con l' istesso grado di velocità BC senza più accelerarsi, passerebbe nel seguente tempo CI spazio doppio di quello che ei passò nell' egual tempo AC col grado di velocità uniforme EC, metà del grado BC; ma perchè il mobile scende con velocità accresciuta sempre uniformemente in tutti i tempi eguali, aggiugnerà al grado CB nel seguente tempo CI quei momenti medesimi di velocità crescente secondo le parallele del triangolo BFG, eguale al triangolo ABC: sì che, aggiunto al grado di velocità GI la metà del grado FG, massimo degli acquistati nel moto accelerato e regolati dalle parallele del triangolo BFG, aremo il grado di velocità IN, col quale di moto uniforme si sarebbe mosso nel tempo CI; il qual grado IN essendo triplo del grado EC, convince, lo spazio passato nel secondo tempo CI dovere esser triplo del passato nel primo tempo CA. E se noi intenderemo, esser aggiunta all' AI un' altra egual parte di tempo IO, ed accresciuto il triangolo sino in APO, è manifesto, che quando si continuasse il moto per tutto 'l tempo IO col grado di velocità IF, acquistato nel moto accelerato nel tempo AI, essendo tal grado IF quadruplo dell' EC, lo spazio passato nel tempo IO sarebbe quadruplo del passato nell' egual primo tempo AC; ma continuando l' accrescimento dell' uniforme accelerazione nel triangolo FPQ simile a quello del triangolo ABC, che ridotto a moto equabile aggiugne il grado eguale all' EC, aggiunto il QR eguale all' EC, aremo tutta la velocità equabile esercitata nel tempo IO quintupla dell' equabile del primo tempo AC, e però lo spazio passato quintuplo del passato nel primo tempo AC. Vedesi dunque anco in questo semplice calcolo, gli spazii passati in tempi eguali dal mobile che, partendosi dalla quiete, va acquistando velocità conforme all' accrescimento del



tempo, esser tra di loro come i numeri impari *ab unitate* 1, 3, 5, e, congiuntamente presi gli spazii passati, il passato nel doppio tempo esser quadruplo del passato nel sudduplo, il passato nel tempo triplo esser nonuplo, ed in somma gli spazii passati essere in duplicata proporzione de i tempi, cioè come i quadrati di essi tempi.

Simp. Io veramente ho preso più gusto in questo semplice e chiaro discorso del Sig. Sagredo, che nella per me più oscura dimostrazione dell'Autore; sì che io resto assai ben capace che il negozio deva succeder così, posta e ricevuta la definizione del moto uniformemente accelerato. Ma se tale sia poi l'accelerazione della quale si serve la natura nel moto de i suoi gravi descendenti, io per ancora ne resto dubbioso; e però, per intelligenza mia e di altri simili a me, parmi che sarebbe stato opportuno in questo luogo arrecar qualche esperienza di quelle che si è detto esservene molte, che in diversi casi s'accordano con le conclusioni dimostrate.

Salv. Voi, da vero scienziato, fate una ben ragionevol domanda; e così si costuma e conviene nelle scienze le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrazioni matematiche, come si vede ne i perspettivi, negli astronomi, ne i mecanici, ne i musici ed altri, li quali con sensate esperienze confermano i principii loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura: e però non voglio che ci paia superfluo se con troppa lunghezza aremo discorso sopra questo primo e massimo fondamento, sopra 'l quale s'appoggia l'immensa machina d'infinite conclusioni, delle quali solamente una piccola parte ne abbiamo in questo libro, poste dall'Autore, il quale arà fatto assai ad aprir l'ingresso e la porta stata sin or serrata agl'ingegni specolativi. Circa dunque all'esperienze, non ha tralasciato l'Autor di farne; e per assicurarsi che l'accelerazione de i gravi naturalmente descendenti segua nella proporzione sopradetta, molte volte mi son ritrovato io a farne la prova nel seguente modo, in sua compagnia.

In un regolo, o vogliàn dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un verso mezo braccio e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco più largo d'un dito; tiratolo drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita;

costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizzontale una delle sue estremità un braccio o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per il detto canale la palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumava nello scorrerlo tutto, replicando il medesimo atto molte volte per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel quale non si trovava mai differenza nè anco della decima parte d' una battuta di polso. Fatta e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso canale; e misurato il tempo della sua scesa, si trovava sempre puntualissimamente esser la metà dell' altro: e facendo poi l' esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, o con quello delli duo terzi o de i $^3/_4$, o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s' incontrava, gli spazii passati esser tra di loro come i quadrati de i tempi, e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale nel quale si faceva scender la palla; dove osservammo ancora, i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantener esquisitamente tra di loro quella proporzione che più a basso troveremo essergli assegnata e dimostrata dall'Autore. Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d' acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo d' acqua, che s' andava ricevendo con un piccol bicchiero per tutto 'l tempo che la palla scendeva nel canale e nelle sue parti: le particelle poi dell' acqua, in tal guisa raccolte, s' andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando, dandoci le differenze e proporzioni de i pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi; e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni, molte e molte volte replicate, già mai non differivano d' un notabil momento.

Simp. Gran sodisfazione arei ricevuta nel trovarmi presente a tali esperienze: ma sendo certo della vostra diligenza nel farle e fedeltà nel referirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime e vere.

Salv. Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare avanti.

33. *per sicurissimi e vere,* s —

Corollarium II.

Colligitur, secundo, quod si a principio lationis sumantur duo spatia quaelibet, quibuslibet temporibus peracta, tempora ipsorum erunt inter se ut alterum eorum ad spatium medium proportionale inter ipsa. Sumptis enim a principio lationis S *duobus spatiis* ST, SV, *quorum medium sit proportionale* SX, *tempus casus per* ST *ad tempus casus per* SV *erit ut* ST *ad* SX, *seu dicamus, tempus per* SV *ad tempus per* ST *esse ut* VS *ad* SX. *Cum enim demonstratum sit, spatia peracta esse in duplicata ratione temporum, seu (quod idem est) esse ut temporum quadrata; ratio autem spatii* VS *ad spatium* ST *sit dupla rationis* VS *ad* SX, *seu sit eadem quam habent quadrata* VS, SX; *patet, rationem temporum lationum per* SV, ST *esse ut spatiorum, seu linearum,* VS, SX.

SCHOLIUM.

Id autem quod demonstratum est in lationibus peractis in perpendiculis, intelligatur etiam itidem contingere in planis utcunque inclinatis: in iisdem enim assumptum est, accelerationis gradus eadem ratione augeri, nempe secundum temporis incrementum, seu dicas secundum simplicem ac primam numerorum seriem.[1]

[1] Era intenzione di Galileo (come più particolarmente diciamo nell'Avvertimento) che, quando si stampassero di nuovo i suoi *Discorsi,* dopo questo Scolio della seconda Proposizione fosse inserita la seguente aggiunta alla stampa originale; la quale aggiunta fu distesa in dialogo da Vincenzio Viviani:

Salv. Qui vorrei, Sig. Sagredo, che a me ancora fosse permesso, se ben forsi con troppo tedio del Sig. Simplicio, il differir per un poco la presente lettura, fin ch' io possa esplicare quanto dal detto e dimostrato fin ora, e congiuntamente dalla notizia d' alcune conclusioni mecaniche apprese già dal nostro Academico, sovviemmi adesso di poter soggiugnere per maggior confermazione della verità del principio che sopra con probabili discorsi ed esperienze fu da noi esaminato, anzi, quello più importa, per geometricamente concluderlo, dimostrando prima un sol lemma, elementare nella contemplazione de gl' impeti.

Sagr. Mentre tale deva esser l' acquisto quale V.S. ci promette, non vi è tempo che da me volentierissimo non si spendesse, trattandosi di confermare e interamente stabilire queste scienze del moto: e quanto a me, non solo vi con-

THEOREMA III, PROPOSITIO III.

Si super plano inclinato atque in perpendiculo, quorum eadem sit altitudo, feratur ex quiete idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut plani ipsius et perpendiculi longitudines.

Sit planum inclinatum AC, *et perpendiculum* AB, *quorum eadem sit altitudo supra horizontem* CB, *nempe ipsamet linea* BA: *dico, tempus descensus*

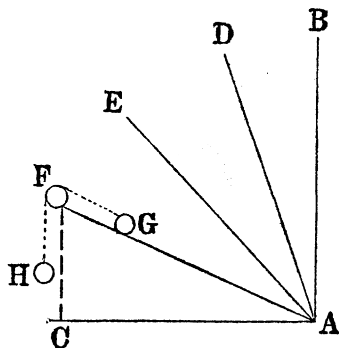
---

cedo il poter satisfarvi in questo particolare, ma di più pregovi ad appagare quanto prima la curiosità che mi avete in esso svegliata; e credo che il Sig. Simplicio abbia ancora il medesimo sentimento.

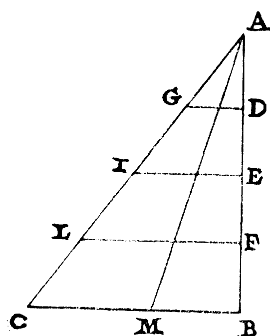
SIMP. Non posso dire altrimenti.

SALV. Già che dunque me ne date licenza, considerisi in primo luogo, come effetto notissimo, che i momenti o le velocità d'un istesso mobile son diverse sopra diverse inclinazioni di piani, e che la massima è per la linea perpendicolarmente sopra l'orizonte elevata, e che per l'altre inclinate si diminuisce tal velocità, secondo che quelle più dal perpendicolo si discostano, cioè più obliquamente s'inclinano; onde l'impeto, il talento, l'energia, o vogliamo dire il momento, del descendere vien diminuito nel mobile dal piano soggetto, sopra il quale esso mobile s'appoggia e descende.

E per meglio dichiararmi, intendasi la linea AB, perpendicolarmente eretta sopra l'orizonte AC; pongasi poi la medesima in diverse inclinazioni verso l'orizonte piegata, come in AD, AE, AF, etc.: dico, l'impeto massimo e totale del grave per descendere esser per la perpendicolare BA, minor di questo per la DA, e minore ancora per la EA, e successivamente andarsi diminuendo per la più inclinata FA, e finalmente esser del tutto estinto nella orizontale CA, dove il mobile si trova indifferente al moto e alla quiete, e non ha per sè stesso inclinazione di muoversi verso alcuna parte, nè meno alcuna resistenza all'esser mosso; poichè, sì come è impossibile che un grave o un composto di essi si muova naturalmente all'in su, discostandosi dal comun centro verso dove conspirano tutte le cose gravi, così è impossibile che egli spontaneamente si muova, se con tal moto il suo proprio centro di gravità non acquista avvicinamento al sudetto centro comune: onde sopra l'orizontale, che qui s'intende per una superficie egualmente lontana dal medesimo centro, e perciò affatto priva d'inclinazione, nullo sarà l'impeto o momento di detto mobile.



eiusdem mobilis super plano AC, *ad tempus casus in perpendiculo* AB, *eam habere rationem, quam habet longitudo plani* AC *ad ipsius perpendiculi* AB *longitudinem. Intelligantur enim quotlibet lineae* DG, EI, FL, *horizonti* CB *parallelae: constat ex assumpto, gradus velocitatis mobilis ex* A, *primo motus initio, in punctis* G, D *acquisitos, esse aequales, cum accessus ad horizontem aequales sint; similiter, gradus in punctis* I, E *iidem erunt, nec non gradus in* L *et* F. *Quod si non hae tantum parallelae, sed ex punctis omnibus lineae* AB *usque ad lineam* AC *protractae intelligantur, momenta seu gradus velocitatum in terminis singularum parallelarum semper erunt inter se paria. Conficiuntur itaque spatia duo* AC, AB *iisdem gradibus velocitatis. Sed demonstratum*



12. La stampa originale ha *Conficiuntur,* e nella *Tavola de gli errori,* che è in fine della stampa stessa, è indicato, evidentemente a torto, di correggerlo in *Conficiantur.*

Appresa questa mutazione d'impeto, mi fa qui mestier esplicare quello che in un antico trattato di mecaniche, scritto già in Padova dal nostro Academico sol per uso de' suoi discepoli, fu diffusamente e concludentemente dimostrato, in occasione di considerare l'origine e natura del maraviglioso strumento della vite; ed è con qual proporzione si faccia tal mutazione d'impeto per diverse inclinazioni di piani: come, per esempio, del piano inclinato AF tirando la sua elevazione sopra l'orizonte, cioè la linea FC, per la quale l'impeto d'un grave ed il momento del descendere è il massimo, cercasi qual proporzione abbia questo momento al momento dell'istesso mobile per l'inclinata FA; qual proporzione dico esser reciproca delle dette lunghezze: e questo sia il lemma da premettersi al teorema, che dopo io spero di poter dimostrare. Qui è manifesto, tanto esser l'impeto del descendere d'un grave, quanta è la resistenza o forza minima che basta per proibirlo e fermarlo: per tal forza e resistenza, e sua misura, mi voglio servire della gravità d'un altro mobile. Intendasi ora, sopra il piano FA posare il mobile G, legato con un filo che, cavalcando sopra l'F, abbia attaccato un peso H; e consideriamo che lo spazio della scesa o salita a perpendicolo di esso è ben sempre eguale a tutta la salita o scesa dell'altro mobile G per l'inclinata AF, ma non già alla salita o scesa a perpendicolo, nella qual sola esso mobile G (sì come ogn'altro mobile) esercita la sua resistenza. Il che è manifesto. Imperochè considerando, nel triangolo AFC il moto del mobile G, per esempio all'in su da A in F, esser composto del trasversale orizontale AC e del perpendicolare CF; ed essendo che quanto all'orizontale, nessuna, come s'è detto, è la resistenza del medesimo al-

est, quod si duo spatia conficiantur a mobili quod iisdem velocitatis gradibus feratur, quam rationem habent ipsa spatia, eamdem habent tempora lationum; ergo tempus lationis per AC *ad tempus per* AB *est ut longitudo plani* AC *ad longitudinem perpendiculi* AB: *quod erat demostrandum.*

---

l'esser mosso (non facendo con tal moto perdita alcuna, nè meno acquisto, in riguardo della propria distanza dal comun centro delle cose gravi, che nell'orizonte si conserva sempre l'istessa); resta, la resistenza esser solamente rispetto al dover salire la perpendicolare CF. Mentre che dunque il grave G, movendosi da A in F, resiste solo, nel salire, lo spazio perpendicolare CF, ma che l'altro grave H scende a perpendicolo necessariamente quanto tutto lo spazio FA, e che tal proporzione di salita e scesa si mantien sempre l'istessa, poco o molto che sia il moto de i detti mobili (per esser collegati insieme); possiamo assertivamente affermare, che quando debba seguire l'equilibrio, cioè la quiete tra essi mobili, i momenti, le velocità, o le lor propensioni al moto, cioè gli spazii che da loro si passerebbero nel medesimo tempo, devon rispondere reciprocamente alle loro gravità, secondo quello che in tutti i casi de' movimenti mecanici si dimostra: sì che basterà, per impedire la scesa del G, che lo H sia tanto men grave di quello, quanto a proporzione lo spazio CF è minore dello spazio FA. Sia fatto, dunque, come FA ad FC, così il grave G al grave H; chè allora seguirà l'equilibrio, cioè i gravi H, G averanno momenti eguali, e cesserà il moto de i detti mobili. E perchè siamo convenuti, che di un mobile tanto sia l'impeto, l'energia, il momento, o la propensione al moto, quanta è la forza o resistenza minima che basta a fermarlo, e s'è concluso che il grave H è bastante a proibire il moto al grave G, adunque il minor peso H, che nella perpendicolare FC esercita il suo momento totale, sarà la precisa misura del momento parziale che il maggior peso G esercita per il piano inclinato FA; ma la misura del total momento del medesimo grave G è egli stesso (poichè per impedire la scesa perpendicolare d'un grave si richiede il contrasto d'altrettanto grave, che pur sia in libertà di muoversi perpendicolarmente); adunque l'impeto o momento parziale del G per l'inclinata FA, all'impeto massimo e totale dell'istesso G per la perpendicolare FC, starà come il peso H al peso G, cioè, per la costruzione, come essa perpendicolare FC, elevazione dell'inclinata, alla medesima inclinata FA: che è quello che per lemma si propose di dimostrare, e che dal nostro Autore, come vedranno, vien supposto per noto nella seconda parte della sesta proposizione del presente trattato.

Sagr. Da questo che V.S. ha concluso fin qui, parmi che facilmente si possa dedurre, argumentando *ex aequali* con la proporzione perturbata, che i momenti dell'istesso mobile per piani diversamente inclinati, come FA, FI, che abbino l'istessa elevazione, son fra loro in reciproca proporzione de' medesimi piani.

Sagr. Parmi che assai chiaramente e con brevità si poteva concludere il medesimo, essendosi già concluso che la somma del moto accelerato de i passaggi per AC, AB è quanto il moto equabile il

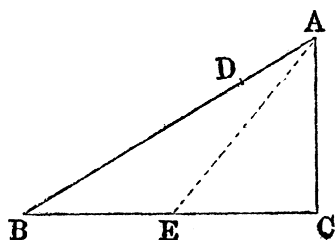
---

Salv. Verissima conclusione. Fermato questo, passerò adesso a dimostrare il teorema, cioè che:

I gradi di velocità d'un mobile descendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsivoglia modo inclinati, all'arrivo all'orizonte son sempre eguali, rimossi gl'impedimenti.

Qui devesi prima avvertire, che stabilito che in qualsivoglino inclinazioni il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocità, o la quantità dell'impeto, con la proporzione del tempo (secondo la definizione data dall'Autore al moto naturalmente accelerato), onde, com'egli ha per l'antecedente proposizione dimostrato, gli spazii passati sono in duplicata proporzione de' tempi, e conseguentemente de' gradi di velocità; quali furono gl'impeti nella prima mossa, tali proporzionalmente saranno i gradi delle velocità guadagnati nell'istesso tempo, poichè e questi e quelli crescono con la medesima proporzione nel medesimo tempo.

Ora sia il piano inclinato AB, la sua elevazione sopra l'orizonte la perpendicolare AC, e l'orizontale CB; e perchè, come poco fa si è concluso, l'impeto d'un mobile per la perpendicolare AC, all'impeto del medesimo per l'inclinata AB, sta come AB ad AC, prendasi nell'inclinata AB la AD, terza proporzionale delle AB, AC: l'impeto dunque per AC all'impeto per la AB, cioè per la AD, sta come la AC all'AD; e perciò il mobile nell'istesso tempo che passerebbe lo spazio perpendicolare AC, passerà ancora lo spazio AD nell'inclinata AB (essendo i momenti come gli spazii), ed il grado di velocità in C al grado di velocità in D averà la medesima proporzione della AC alla AD. Ma il grado di velocità in B al medesimo grado in D sta come il tempo per AB al tempo per AD, per la definizione del moto accelerato, ed il tempo per AB al tempo per AD sta come la medesima AC, media tra le BA, AD, alla AD, per l'ultimo corollario della seconda proposizione; adunque i gradi in B ed in C al grado in D hanno la medesima proporzione della AC alla AD, e però sono eguali: che è il teorema che intesi di dimostrare.



Da questo potremo più concludentemente provare la seguente terza proposizione dell'Autore, nella quale egli si vale del principio; ed è che il tempo per l'inclinata al tempo per la perpendicolare ha l'istessa proporzione di essa incli-

cui grado di velocità sia sudduplo al grado massimo CB; essendo dunque passati li due spazii AC, AB con l'istesso moto equabile, già è manifesto, per la proposizione prima del primo, che i tempi de' passaggi saranno come gli spazii medesimi.

Corollarium.

Hinc colligitur, tempora descensuum super planis diversimode inclinatis, dum tamen eorum eadem sit elevatio, esse inter se ut eorum longitudines. Si enim intelligatur aliud planum AM *ex* A *ad eundem horizontem* CB *terminatum, demonstrabitur pariter, tempus descensus per* AM *ad tempus per* AB *esse ut linea* AM *ad* AB; *ut autem tempus* AB *ad tempus per* AC, *ita linea* AB *ad* AC; *ergo, ex aequali, ut* AM *ad* AC, *ita tempus per* AM *ad tempus per* AC.

Theorema IV, Propositio IV.

Tempora lationum super planis aequalibus, sed inaequaliter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum eorumdem planorum permutatim accepta.

Sint ex eodem termino B *plana aequalia, sed inaequaliter inclinata,* BA, BC; *et ductis* AE, CD, *lineis horizontalibus, ad perpendiculum usque* BD,

---

nata e perpendicolare. Imperochè diciamo: quando BA sia il tempo per AB, il tempo per AD sarà la media tra esse, cioè la AC, per il secondo corollario della seconda proposizione; ma quando AC sia il tempo per AD, sarà anco il tempo per AC, per essere le AD, AC scorse in tempi eguali; e però quando BA sia il tempo per AB, AC sarà il tempo per AC; adunque, come AB ad AC, così il tempo per AB al tempo per AC.

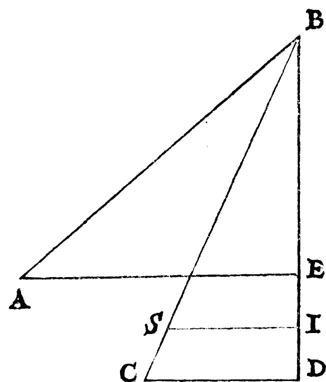
Col medesimo discorso si proverà, che il tempo per AC al tempo per altra inclinata AE sta come la AC alla AE; adunque, *ex aequali,* il tempo per l'inclinata AB al tempo dell'inclinata AE sta omologamente come la AB alla AE, etc.

Potevasi ancora dall'istesso progresso del teorema, come vedrà benissimo il Sig. Sagredo, dimostrar immediatamente la sesta proposizione dell'Autore: ma basti per ora tal digressione, che forsi gli è riuscita troppo tediosa, benchè veramente di profitto in queste materie del moto.

Sagr. Anzi di mio grandissimo gusto, e necessarissima alla perfetta intelligenza di quel principio.

Salv. Ripiglierò dunque la lettura del testo.

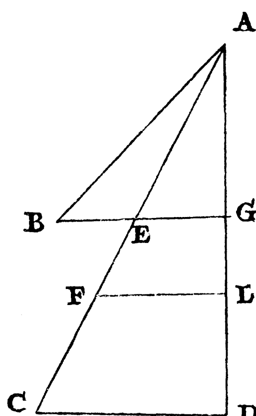
esto plani BA elevatio BE, plani vero BC elevatio sit BD; et ipsarum elevationum DB, BE media proportionalis sit BI: constat, rationem DB ad BI esse subduplam rationis DB ad BE. Dico iam, rationem temporum descensuum seu lationum super planis BA, BC esse eamdem cum ratione DB ad BI permutatim assumpta, ut scilicet temporis per BA homologa sit elevatio alterius plani BC, nempe BD, temporis vero per BC homologa sit BI. Demonstrandum proinde est, tempus per BA ad tempus per BC esse ut DB ad BI. Ducatur IS, ipsi DC aequidistans: et quia iam demonstratum est, tempus descensus per BA ad tempus casus per perpendiculum BE esse ut ipsa BA ad BE, tempus vero per BE ad tempus per BD ut BE ad BI, tempus vero per BD ad tempus per BC ut BD ad BC, seu BI ad BS, ergo, ex aequali, tempus per BA ad tempus per BC erit ut BA ad BS, seu CB ad BS; est autem CB ad BS ut DB ad BI; ergo patet propositum.



THEOREMA V, PROPOSITIO V.

Ratio temporum descensuum super planis, quorum diversae sint inclinationes et longitudines, nec non elevationes inaequales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum planorum et ex ratione subdupla elevationum eorumdem permutatim accepta.

Sint plana AB, AC diversimode inclinata, quorum longitudines sint inaequales, et inaequales quoque elevationes: dico, rationem temporis descensus per AC ad tempus per AB compositam esse ex ratione ipsius AC ad AB et ex subdupla elevationum earumdem permutatim accepta. Ducatur enim perpendiculum AD, cui occurrant horizontales BG, CD, et inter elevationes DA, AG media sit AL; ex puncto vero L ducta parallela horizonti occurrat plano AC in F: erit quoque AF media inter CA, AE. Et quia tempus per AC ad tempus per AE est ut linea FA ad AE, tempus vero per AE ad tempus per AB ut eadem AE ad eamdem AB; patet, tempus per AC ad tempus per AB esse ut AF ad AB: demonstrandum itaque

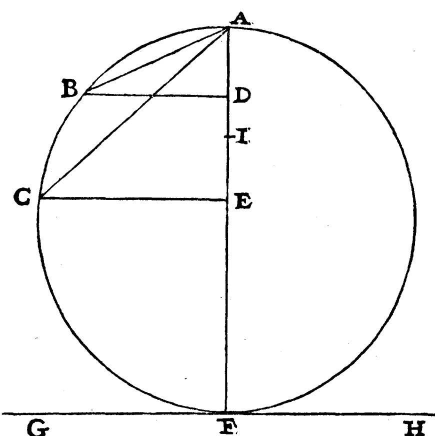


restat, rationem AF *ad* AB *componi ex ratione* CA *ad* AB *et ex ratione* GA *ad* AL, *quae est ratio subdupla elevationum* DA, AG *permutatim accepta. Id autem manifestum fit, posita* CA *inter* FA, AB: *ratio enim* FA *ad* AC *est eadem cum ratione* LA *ad* AD, *seu* GA *ad* AL, *quae est subdupla rationis elevationum* GA, AD; *et ratio* CA *ad* AB *est ipsamet ratio longitudinum; ergo patet propositum.*

THEOREMA VI, PROPOSITIO VI.

Si a puncto sublimi vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quaelibet plana usque ad circumferentiam inclinata, tempora descensuum per ipsa erunt aequalia.

Sit circulus ad horizontem GH *erectus, cuius ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali, sit erecta diameter* FA, *et ex punto sublimi* A *plana quaelibet inclinentur usque ad circumferentiam* AB, AC: *dico, tempora descensuum per ipsa esse aequalia. Ducantur* BD, CE *ad diametrum perpendiculares, et inter planorum* EA, AD *altitudines media sit proportionalis* AI: *et quia rectangula* FAE, FAD *aequalia sunt quadratis* AC, AB; *ut autem rectangulum* FAE *ad rectangulum* FAD, *ita* EA *ad* AD; *ergo ut quadratum* CA *ad quadratum* AB, *ita* EA *linea ad lineam* AD. *Verum ut linea* EA *ad* DA, *ita quadratum* IA *ad quadratum* AD; *ergo quadrata linearum* CA, AB *sunt inter se ut quadrata linearum* IA, AD, *et ideo ut* CA *linea ad* AB, *ita* IA *ad* AD. *At in praecedenti demonstratum est, rationem temporis descensus per* AC *ad tempus descensus per* AB *componi ex rationibus* CA *ad* AB *et* DA *ad* AI, *quae est eadem cum ratione* BA *ad* AC; *ergo ratio temporis descensus per* AC *ad tempus descensus per* AB *componitur ex rationibus* CA *ad* AB *et* BA *ad* AC; *est igitur ratio eorumdem temporum ratio aequalitatis: ergo patet propositum.*



Idem aliter demonstratur ex mechanicis: nempe, in sequenti figura, mobile temporibus aequalibus pertransire CA, DA.

Delle lin. 32-33 della presente pagina e lin. 1-24 della pag. 222 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 160*r.*; delle lin. 1-24 della pag. 222, un' altra bozza, pure autografa e che apparisce posteriore, nello stesso cod. A, a car. 172*r.*; e di quest' ultima, una esatta copia, di mano del GUIDUCCI, nel medesimo cod. A, a car. 47*r.* Le bozze autografe presentano le seguenti varianti, che raccogliamo contrassegnando con *1* quelle della prima, e con *2* quelle della seconda:

32-33. *Aliter ostendemus, mobile,* 2 — pag. 222, lin. 1. *Sit* ba *aequalis,* 1 — 2. *mecani-*

Sit enim BA *aequalis ipsi* DA, *et ducantur perpendiculares* BE, DF: *constat ex elementis mechanicis, momentum ponderis super plano secundum lineam* ABC *elevato ad momentum suum totale esse ut* BE *ad* BA, *eiusdemque ponderis momentum super elevatione* AD *ad totale suum momentum esse ut* DF *ad* DA *vel* BA; *ergo eiusdem ponderis momentum super plano secundum* DA *inclinato ad momentum super inclinatione secundum* ABC *est ut linea* DF *ad lineam* BE; *quare spatia, quae pertransibit idem pondus temporibus aequalibus super inclinationibus* CA, DA, *erunt inter se ut lineae* BE, DF, *ex propositione secunda primi libri. Verum ut* BE *ad* DF, *ita demonstratur se habere* AC *ad* DA; *ergo idem mobile temporibus aequalibus pertransibit lineas* CA, DA.

Esse autem ut BE *ad* DF, *ita* CA *ad* DA, *ita demonstratur:*

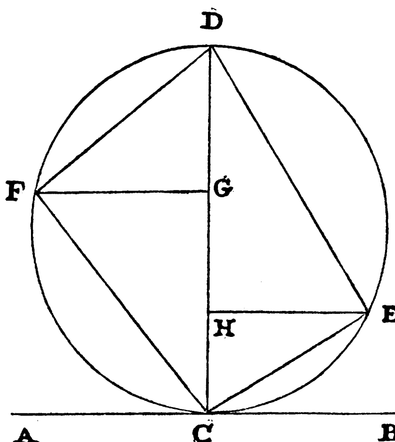
Iungatur CD, *et per* D *et* B, *ipsi* AF *parallelae, agantur* DGL, *secans* CA *in puncto* I, *et* BH: *eritque angulus* ADI *aequalis angulo* DCA, *cum circumferentiis* LA, AD *aequalibus insistant, estque angulus* DAC *communis. Ergo triangulorum aequiangulorum* CAD, DAI *latera circa aequales angulos proportionalia erunt, et ut* CA *ad* AD, *ita* DA *ad* AI, *id est* BA *ad* AI, *seu* HA *ad* AG, *hoc est* BE *ad* DF: *quod erat probandum.*

Aliter idem magis expedite demonstrabitur sic:

Sit ad horizontem AB *erectus circulus, cuius diameter* CD *ad horizontem sit perpendicularis; ex termino autem sublimi* D *inclinetur ad circumferentiam usque quodlibet planum* DF: *dico, descensum per planum* DF, *et casum per diametrum* DC *eiusdem mobilis, temporibus aequalibus absolvi. Ducatur enim* FG *horizonti* AB *parallela, quae erit ad diametrum* DC *perpendicularis, et connectatur* FC: *et quia tempus casus per* DC *ad tempus*

cis, 1, 2 — 5. *eiusdemque vero ponderis,* 1, 2 — 6-7. *momentum, eamdem ob causam, esse,* 1, 2 — 15-16. *lineae* be, df. *At ut,* 1, 2 — 18. *ita probatur,* 2 — 20. *in* i, *et,* 1, 2 — 20-21. Fra « dca » e *cum* leggesi, cancellato, nella bozza prima: *extensan* [sic] dg *usque ad circumferentiam.* — 23. *ita erit* da *ad,* 1, 2. — 24. Tanto nella seconda bozza autografa, a car. 172*r.*, quanto nella copia del Guiducci, a car. 47*r.*, dopo *quod erat probandum* si legge: *Collige, existentibus planis inaequaliter inclinatis* ad, ac, *atque data longitudine* ad, *inveniri posse in plano* ac *portionem, quae eodem tempore cum* da *peragatur: ducto enim perpendiculo* df, *et posita* ab *aequali* ad, *ductoque perpendiculo* be, *fiat ut* df *ad* eb, *ita* da *ad* ac; *eritque tempus per* ca *aequale tempori per* da.

casus per DG *est ut media proportionalis inter* CD, DG *ad ipsam* DG; *media autem inter* CD, DG *est* DF, *cum angulus* DFC *in semicirculo sit rectus, et* FG *perpendicularis ad* DC; *tempus itaque casus per* DC *ad tempus casus per* DG *est ut linea* FD *ad* DG. *Sed iam demonstratum est, tempus descensus per* DF *ad tempus casus per* DG *esse ut eadem linea* DF *ad* DG; *tempora igitur descensus per* DF *et casus per* DC *ad idem tempus casus per* DG *eamdem habent rationem; ergo sunt aequalia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino* C *elevetur chorda* CE, *ducta* EH *horizonti parallela et iuncta* ED, *tempus descensus per* EC *aequari tempori casus per diametrum* DC.



COROLLARIUM I.

Hinc colligitur, tempora descensuum per chordas omnes ex terminis C *seu* D *perductas, esse inter se aequalia.*

COROLLARIUM II.

Colligitur etiam, quod si ab eodem puncto descendant perpendiculum et planum inclinatum, super quae descensus fiant temporibus aequalibus, eadem esse in semicirculo, cuius diameter est perpendiculum ipsum.

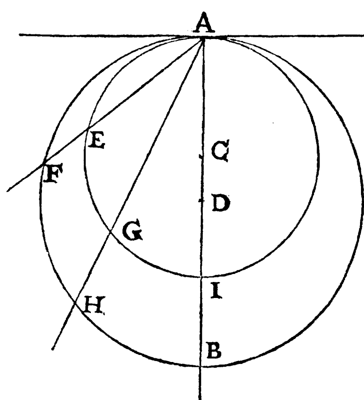
COROLLARIUM III.

Hinc colligitur, lationum tempora super planis inclinatis tunc esse aequalia, quando elevationes partium aequalium eorumdem planorum fuerint inter se ut eorumdem planorum longitudines: ostensum enim est, tempora per CA, DA, *in penultima figura, esse aequalia, dum elevatio partis* AB, *aequalis* AD, *nempe* BE, *ad elevationem* DF *fuerit ut* CA *ad* DA.

SAGR. Sospenda in grazia V. S. per un poco la lettura delle cose che seguono, sin che io mi vo risolvendo sopra certa contemplazione che pur ora mi si rivolge per la mente; la quale, quando non sia

una fallacia, non è lontana dall' essere uno scherzo grazioso, quali sono tutti quelli della natura o della necessità.

È manifesto, che se da un punto segnato in un piano orizontale si faranno produr sopra 'l medesimo piano infinite linee rette per tutti i versi, sopra ciascuna delle quali s' intenda muoversi un punto con moto equabile, cominciandosi a muover tutti nell' istesso momento di tempo dal segnato punto, e che siano le velocità di tutti eguali, si verranno conseguentemente a figurar da essi punti mobili circonferenze di cerchi, tuttavia maggiori e maggiori, concentrici tutti intorno al primo punto segnato; giusto in quella maniera che vediamo farsi dall' ondette dell' acqua stagnante, dopo che da alto vi sia caduto un sassetto, la percossa del quale serve per dar principio di moto verso tutte le parti, e resta come centro di tutti i cerchi che vengon disegnati, successivamente maggiori e maggiori, da esse ondette. Ma se noi intenderemo un piano eretto all' orizonte, ed in esso piano notato un punto sublime, dal quale si portano infinite linee inclinate secondo tutte le inclinazioni, sopra le quali ci figuriamo descender mobili gravi, ciascheduno con moto naturalmente accelerato, con quelle velocità che alle diverse inclinazioni convengono; posto che tali mobili descendenti fusser continuamente visibili, in che sorti di linee gli vedremmo noi continuamente disposti? Qui nasce la mia maraviglia, mentre le precedenti dimostrazioni mi assicurano che si vedranno sempre tutti nell' istessa circonferenza di cerchi successivamente crescenti, secondo che i mobili nello scendere si vanno più



e più successivamente allontanando dal punto subblime, dove fu il principio della lor caduta. E per meglio dichiararmi, segnisi il punto subblime A, dal quale descendano linee secondo qualisivogliano inclinazioni AF, AH, e la perpendicolare AB, nella quale presi i punti C, D descrivansi intorno ad essi cerchi che passino per il punto A, segando le linee inclinate ne i punti F, H, B, E, G, I: è manifesto, per le antecedenti dimostrazioni, che partendosi nell' istesso tempo dal termine A mobili descendenti per esse linee, quando l' uno sarà in E, l' altro sarà in G e l' altro in I; e così, continuando di

scendere, si troveranno nell' istesso momento di tempo in F, H, B; e continuando di muoversi questi ed altri infiniti per le infinite diverse inclinazioni, si troveranno sempre successivamente nelle medesime circonferenze, fatte maggiori e maggiori in infinito. Dalle due specie dunque di moti, delle quali la natura si serve, nasce con mirabil corrispondente diversità la generazione di cerchi infiniti: quella si pone, come in sua sede e principio originario, nel centro d' infiniti cerchi concentrici; questa si costituisce nel contatto subblime delle infinite circonferenze di cerchi, tutti tra loro eccentrici: quelli nascono da moti tutti eguali ed equabili; questi, da moti tutti sempre inequabili in sè stessi, e diseguali l' uno dall' altro tutti, che sopra le differenti infinite inclinazioni si esercitano. Ma più aggiunghiamo, che se da i due punti assegnati per le emanazioni noi intenderemo eccitarsi linee non per due superficie sole, orizontale ed eretta, ma per tutti i versi, sì come da quelle, cominciandosi da un sol punto, si passava alla produzzione di cerchi, dal minimo al massimo, così, cominciandosi da un sol punto, si verranno producendo infinite sfere, o vogliam dire una sfera che in infinite grandezze si andrà ampliando, e questo in due maniere: cioè, o col por l' origine nel centro, o vero nella circonferenza di tali sfere.

Salv. La contemplazione è veramente bellissima, e proporzionata all' ingegno del Sig. Sagredo.

Simp. Io, restando al meno capace della contemplazione sopra le due maniere del prodursi, con li due diversi moti naturali, i cerchi e le sfere, se bene della produzzione dependente dal moto accelerato e della sua dimostrazione non son del tutto intelligente, tuttavia quel potersi assegnare per luogo di tale emanazione tanto il centro infimo quanto l' altissima sferica superficie, mi fa credere che possa essere che qualche gran misterio si contenga in queste vere ed ammirande conclusioni; misterio, dico, attenente alla creazione dell' universo, il quale si stima essere di forma sferica, ed alla residenza della prima causa.

Salv. Io non ho repugnanza al creder l' istesso. Ma simili profonde contemplazioni si aspettano a più alte dottrine che le nostre: ed a noi deve bastare d' esser quei men degni artefici, che dalle fodine scuoprono e cavano i marmi, ne i quali poi gli scultori industri fanno

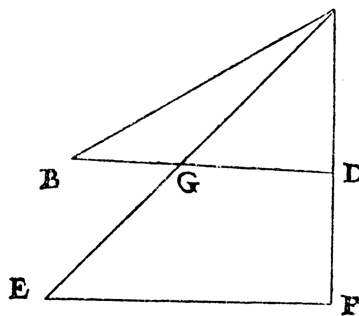
13. *se de i due,* s —

apparire maravigliose immagini, che sotto roza ed informe scorza stavano ascoste. Or, se così vi piace, seguiremo avanti.

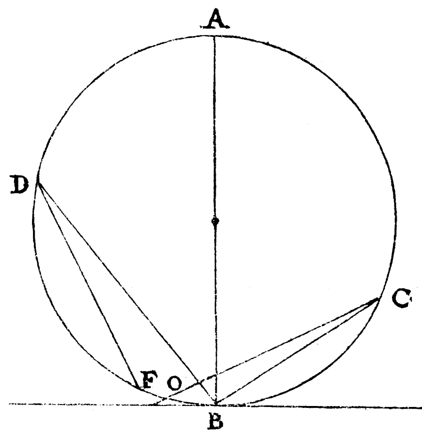
Theorema VII, Propositio VII.

Si elevationes duorum planorum duplam habuerint rationem eius quam habeant eorumdem planorum longitudines, lationes ex quiete in ipsis, temporibus aequalibus absolventur.

Sint plana inaequalia et inaequaliter inclinata AE, AB, *quorum elevationes sint* FA, DA; *et quam rationem habet* AE *ad* AB, *eamdem duplicatam habeat* FA *ad* DA: *dico, tempora lationum super planis* AE, AB *ex quiete in* A *esse aequalia. Ductae sint parallelae horizontales ad lineam elevationum* EF *et* DB *quae secet* AE *in* G: *et quia ratio* FA *ad* AD *dupla est rationis* EA *ad* AB, *et ut* FA *ad* AD, *ita* EA *ad* AG, *ergo ratio* EA *ad* AG *dupla est rationis* EA *ad* AB; *ergo* AB *media est inter* EA, AG. *Et quia tempus descensus per* AB *ad tempus per* AG *est ut* AB *ad* AG, *tempus autem descensus per* AG *ad tempus per* AE *est ut* AG *ad mediam inter* AG, AE, *quae est* AB, *ergo, ex aequali, tempus per* AB *ad tempus per* AE *est ut* AB *ad se ipsam; sunt igitur tempora aequalia: quod erat demonstrandum.*



Theorema VIII, Propositio VIII.



In planis ab eodem sectis circulo ad horizontem erecto, in iis quae cum termino diametri erecti conveniunt, sive imo sive sublimi, lationum tempora sunt aequalia tempori casus in diametro; in illis vero quae ad diametrum non pertingunt, tempora sunt breviora; in eis tandem quae diametrum secant, sunt longiora.

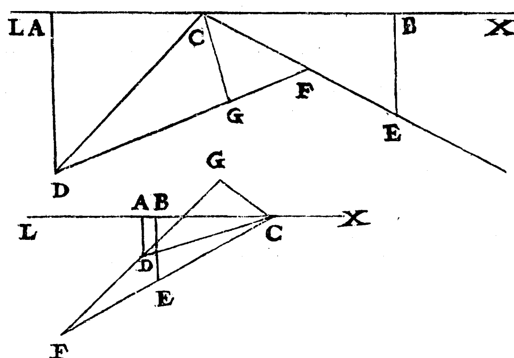
Circuli ad horizontem erecti esto diameter perpendicularis AB. *De planis ex terminis* A, B *ad circumferentiam usque productis, quod tempora lationum*

super eis sint aequalia, iam demonstratum est. De plano DF ad diametrum non pertingente, quod tempus descensus in eo sit brevius, demonstratur ducto plano DB, quod et longius erit et minus declive quam DF; ergo tempus per DF brevius quam per DB, hoc est per AB. De plano vero diametrum secante, ut CO, quod tempus descensus in eo sit longius, itidem constat; est enim et longius et minus declive quam CB. Ergo patet propositum.

Theorema IX, Propositio IX.

Si a puncto in linea horizonti parallela duo plana utcunque inclinentur, et a linea secentur, quae cum ipsis angulos faciat permutatim aequales angulis ab iisdem planis et horizontali contentis, lationes in partibus a dicta linea sectis, temporibus aequalibus absolventur.

Ex puncto C horizontalis lineae X duo plana utcumque inflectantur CD, CE, et in quolibet puncto lineae CD constituatur angulus CDF, angulo XCE aequalis; secet autem linea DF planum CE in F, adeo ut anguli CDF, CFD angulis XCE, LCD permutatim sumptis sint aequales: dico, tempora descensuum per CD, CF esse aequalia. Quod autem (posito angulo CDF aequali angulo XCE) angulus CFD sit aequalis angulo DCL, manifestum est. Dempto enim angulo communi DCF, ex tribus angulis trianguli CDF, aequalibus duobus rectis, quibus aequantur anguli omnes ad lineam LX in puncto C constitutis, remanent in triangulo duo CDF, CFD, duobus XCE, LCD aequales; positus autem est CDF ipsi XCE aequalis; ergo reliquus CFD reliquo DCL.



Ponatur planum CE aequale plano CD, et ex punctis D, E perpendiculares agantur DA, EB ad horizontalem XL, ex C vero ad DF ducatur perpendicularis CG; et quia angulus CDG angulo ECB est aequalis, et recti sunt DGC, CBE, erunt trianguli CDG, CBE aequianguli, et ut DC ad CG, ita CE ad EB: est autem DC aequalis CE: ergo CG aequalis erit BE: cumque triangulorum DAC, CGF anguli C, A angulis F, G sint aequales, erit ut CD ad DA, ita FC ad CG, et, permutando, ut DC ad CF, ita DA ad CG seu BE. Ratio itaque elevationum planorum aequalium CD, CE est

eadem cum ratione longitudinum DC, CF; *ergo, ex corollario primo praecedentis propositionis sextae, tempora descensuum in ipsis erunt aequalia: quod erat probandum.*

Aliter idem: ducta FS *perpendiculari ad horizontalem* AS. *Quia triangulum* CSF *simile est triangulo* DGC, *erit ut* SF *ad* FC, *ita* GC *ad* CD; *et quia triangulum* CFG *simile est triangulo* DCA, *erit ut* FC *ad* CG, *ita* CD *ad* DA; *ergo, ex aequali, ut* SF *ad* CG, *ita* CG *ad* DA: *media est igitur* CG *inter* SF, DA, *et ut* DA *ad* SF, *ita quadratum* DA *ad quadratum* CG. *Rursus, cum triangulum* ACD *simile sit triangulo* CGF, *erit ut* DA *ad* DC, *ita* GC *ad* CF, *et, permutando, ut* DA *ad* CG, *ita* DC *ad* CF, *et ut quadratum* DA *ad quadratum* CG, *ita quadratum* DC *ad quadratum* CF; *sed ostensum est, quadratum* DA *ad quadratum* CG *esse ut linea* DA *ad lineam* FS; *ergo, ut quadratum* DC *ad quadratum* CF, *ita linea* DA *ad* FS; *ergo, ex praecedenti septima, cum planorum* CD, CF *elevationes* DA, FS *duplam habeant rationem eorumdem planorum, tempora lationum per ipsa erunt aequalia.*

Theorema X, Propositio X.

Tempora lationum super diversas planorum inclinationes, quorum elevationes sint aequales, sunt inter se ut eorumdem planorum longitudines, sive fiant lationes ex quiete, sive praecedat illis latio ex eadem altitudine.

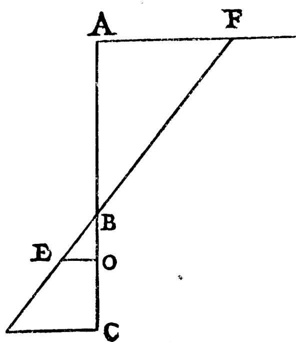
Fiant lationes per ABC *et per* ABD *usque ad horizontem* DC, *adeo ut latio per* AB *praecedat lationibus per* BD *et per* BC: *dico, tempus lationis per* BD *ad tempus per* BC *esse ut* BD *longitudo ad* BC. *Ducatur* AF

Del tratto che va dalle parole *Quia triangulum* della lin. 4 fino a tutta la lin. 22 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 89^{a}*t.*, la quale presenta le seguenti varianti:

4-5. *3angulum* csf *est simile 3angulo* dgc, *ergo ut* — 6-8. *3angulum* cfg *est simile* △° dca, *ergo ut* — 9-11. *ut* sf *ad* cg, *ita* cg *ad* da: *ergo* cg *est media inter* — 19. *ad* fs; *ergo* — 20. *praecedenti, cum* —

24-25. *inclinationes, quarum elevationes,* s —

horizonti parallela, ad quam extendatur DB *occurrens in* F, *et ipsarum* DF, FB *media sit* FE; *et ducta* EO *ipsi* DC *parallela, erit* AO *media inter* CA, AB. *Quod si intelligatur, tempus per* AB *esse ut* AB, *erit tempus per* FB *ut* FB, *et tempus per totam* AC *erit ut media* AO, *per totam vero* FD *erit* FE; *quare tempus per reliquam* BC *erit* BO, *per reliquam vero* BD *erit* BE: *verum ut* BE *ad* BO, *ita est* BD *ad* BC: *ergo tempora per* BD, BC *post casus per* AB, FB, *seu, quod idem est, per communem* AB, *erunt inter se ut longitudines* BD, BC. *Esse autem tempus per* BD *ad tempus per* BC *ex quiete in* B *ut longitudo* BD *ad* BC, *supra demonstratum est. Sunt igitur tempora lationum per plana diversa, quorum aequales sint elevationes, inter se ut eorumdem planorum longitudines, sive motus fiat in ipsis ex quiete, sive lationibus iisdem praecedat alia latio ex eadem altitudine: quod erat ostendendum.*



Theorema XI, Propositio XI.

Si planum, in quo fit motus ex quiete, dividatur utcunque, tempus lationis per priorem partem ad tempus lationis per sequentem est ut ipsamet prima pars ad excessum quo eadem pars superatur a media proportionali inter totum planum et primam eamdem partem.

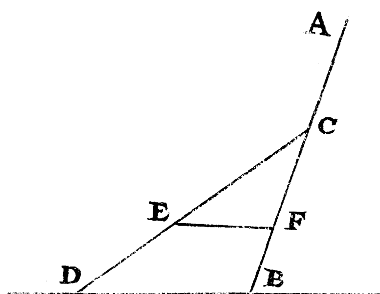
Fiat latio per totam AB *ex quiete in* A, *quae in* C *divisa sit utcumque; totius autem* BA *et prioris partis* AC *media sit proportionalis* AF; *erit* CF *excessus mediae* FA *super partem* AC: *dico, tempus lationis per* AC *ad tempus sequentis lationis per* CB *esse ut* AC *ad* CF. *Quod patet: nam tempus per* AC *ad tempus per totam* AB *est ut* AC *ad mediam* AF; *ergo, dividendo, tempus per* AC *ad tempus per reliquam* CB *erit ut* AC *ad* CF. *Si itaque intelligatur, tempus per* AC *esse ipsamet* AC, *tempus per* CB *erit* CF: *quod est propositum.*



Delle lin. 18-30 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 49*r.*, la quale presenta le seguenti varianti:

18. *Si linea, in qua fiat latio ex* — 18-19. *lationis prioris partis ad tempus lationis* 2^e [sic] *partis est* — 20-21. *media inter totam et ipsam primam partem* — 22-23. *quae utcumque divisa sit in* c; *totius* — 23. *et partis* — 23-24. *sit* af, cf *vero excessus eiusdem mediae super primam* ac: *dico* — 25. *ad tempus per reliquam* cb *esse* — 29. *esse* ac — 29-30. *quod est propositum* manca nella bozza. —

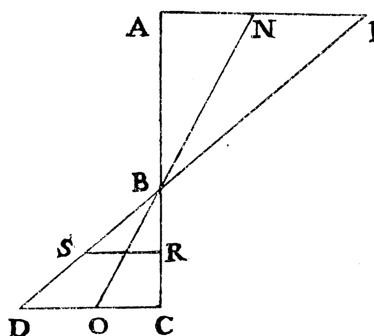
Quod si motus non fiat per continuatam ACB, *sed per inflexas* ACD *usque ad horizontem* BD, *cui ex* F *parallela ducta sit* FE, *demonstrabitur pariter, tempus per* AC *ad tempus per reflexam* CD *esse ut* AC *ad* CE. *Nam tempus per* AC *ad tempus per* CB *est ut* AC *ad* CF; *tempus vero per* CB *post* AC *ad tempus per* CD *post eumdem descensum per* AC *demonstratum est esse ut* CB *ad* CD, *hoc est ut* CF *ad* CE; *ergo, ex aequali, tempus per* AC *ad tempus per* CD *erit ut* AC *linea ad* CE.



Theorema XII, Propositio XII.

Si perpendiculum et planum utcunque inclinatum secentur inter easdem horizontales lineas, sumanturque media proportionalia ipsorum et partium suarum a communi sectione et horizontali superiori comprehensarum, tempus lationis in perpendiculo ad tempus lationis factae in parte superiori perpendiculi, et consequenter in inferiori secantis plani, eam habebit rationem, quam habet tota perpendiculi longitudo ad lineam compositam ex media in perpendiculo sumpta et ex excessu quo totum planum inclinatum suam mediam superat.

Sint horizontes superior AF, *inferior* CD, *inter quos secentur perpendiculum* AC *et planum inclinatum* DF *in* B, *et totius perpendiculi* CA *et superioris partis* AB *media sit* AR, *totius vero* DF *et superioris partis* BF *media sit* FS: *dico, tempus casus per totum perpendiculum* AC *ad tempus per suam superiorem partem* AB *cum inferiori plano, nempe cum* BD, *eam habere rationem, quam habet* AC *ad mediam perpendiculi, scilicet* AR, *cum* SD, *quae est excessus totius plani* DF *super suam mediam* FS. *Connectatur* RS, *quae erit horizontalibus parallela; et quia tempus casus per totam* AC *ad tempus per partem* AB *est ut* CA *ad mediam* AR, *si intelligamus,* AC *esse tempus casus per* AC, *erit* AR *tempus casus per* AB, *et* RC *per reliquam* BC. *Quod si tempus per* AC *ponatur, uti factum est, ipsa* AC, *tempus per* FD *erit* FD, *et pariter concludetur,* DS *esse tempus per* BD *post* FB, *seu post* AB.



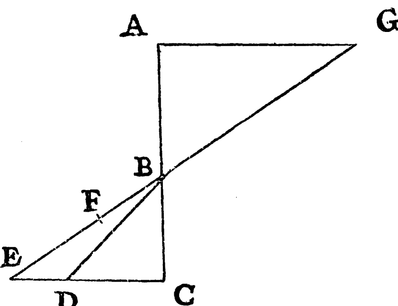
Tempus igitur per totam AC *est* AR *cum* RC; *per inflexas vero* ABD *erit* AR *cum* SD: *quod erat probandum.*

Idem accidit si loco perpendiculi ponatur aliud planum, quale, v. gr., NO; *eademque est demonstratio.*

Problema I, Propositio XIII.

Dato perpendiculo, ad ipsum planum inflectere, in quo, cum ipsum habeat cum dato perpendiculo eandem elevationem, fiat motus post casum in perpendiculo eodem tempore, ac in eodem perpendiculo ex quiete.

Sit datum perpendiculum AB, *cui, extenso in* C, *ponatur pars* BC *aequalis, et ducantur horizontales* CE, AG: *oportet, ex* B *planum usque ad horizontem* CE *inflectere, in quo fiat motus post casum ex* A *eodem tempore, ac in* AB *ex quiete in* A. *Ponatur* CD *aequalis* CB, *et ducta* BD, *applicetur* BE *aequalis utrisque* BD, DC: *dico,* BE *esse planum quaesitum. Producatur* EB, *occurrens horizonti* AG *in* G, *et ipsarum* EG, GB *media sit* GF; *erit* EF *ad* FB *ut* EG *ad* GF, *et quadratum* EF *ad quadratum* FB *ut quadratum* EG *ad quadratum* GF, *hoc est ut linea* EG *ad* GB: *est autem* EG *dupla* GB: *ergo quadratum* EF *duplum quadrati* FB. *Verum quadratum quoque* DB *duplum est quadrati* BC; *ergo ut linea* EF *ad* FB, *ita* DB *ad* BC, *et, componendo et permutando, ut* EB *ad duas* DB, BC, *ita* BF *ad* BC: *sed* BE *duabus* DB, BC *est aequalis: ergo* BF *ipsi* BC, *seu* BA, *aequalis est. Si igitur intelligatur,* AB *esse tempus casus per* AB, *erit* GB *tempus per* GB, *et* GF *tempus per totam* GE; *ergo* BF *erit tempus per reliquam* BE *post casum ex* G, *seu ex* A: *quod erat propositum.*



Delle lin. 6-27 si ha nel cod. A, a car. 145*r*., una bozza autografa, della quale è poi una copia esatta, di mano dell'Arrighetti, a car. 39*r*. dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

6-7. *ad ipsum lineam inflectere, in qua, cum ipsa habeat eandem cum dato perpendiculo altitudinem, fiat* — 9-10. *Sit datus perpendiculus* ab, *qui protrahatur, et ponatur* bc *aequalis ipsi* ab, *et ducantur orizontes* ce — 10-11. *ad orizontem* — 13-16. *in* a. *Sumatur* cd *aequalis* cb, *et ponatur* be *utrique* bd, dc *aequalis: dico iam, per* be *post casum* ab *fieri motum eodem tempore ac in* ab. *Producatur* — 16-17. *orizonti superiori in* g, *et.* Tra *g* ed *et* si legge, cancellato: *et secetur* bf *aequalis* bc; *erit reliqua* fe *ipsi* bd *aequalis, et* $\square$ fe *duplum* $\square^{i}$ fb; *sed.* — 19-20. gf, *est ut* eg *ad* — 20-24. *dupla ad* gb, *quia aequales sunt* ab, bc: *ergo* $\square$ ef *duplum est* $\square^{i}$ fb, *et linea* bf *aequalis* bc, *cum tota* be *duabus* bd, bc *aequalis posita sit. Si igitur* — 25. *erit* gb *tempus casus per* gb, *et* —

Problema II, Propositio XIV.

Dato perpendiculo et plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo superiori reperire, quae ex quiete conficiatur tempore aequali ei, quo conficitur planum inclinatum post casum in parte reperta in perpendiculo.

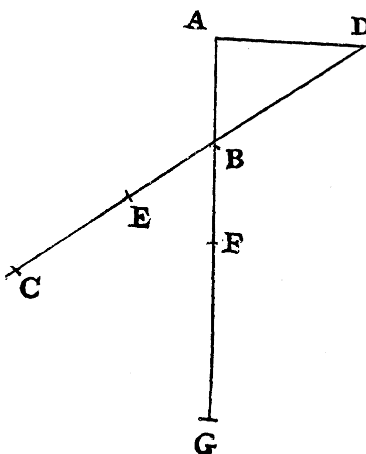
Sit perpendiculum DB, *et planum ad ipsum inclinatum* AC : *oportet, in perpendiculo* AD *partem reperire, quae ex quiete conficiatur tempore aequali ei, quo post casum in ea conficitur planum* AC. *Ducatur horizontalis* CB, *et ut* BA *cum dupla* AC *ad* AC, *ita fiat* CA *ad* AE, *et ut* BA *ad* AC, *ita fiat* EA *ad* AR, *et ab* R *ducatur perpendicularis* RX *ad* DB : *dico,* X *esse punctum quaesitum. Et quia ut* BA *cum dupla* AC *ad* AC, *ita* CA *ad* AE, *dividendo erit ut* BA *cum* AC *ad* AC, *ita* CE *ad* EA; *et quia ut* BA *ad* AC, *ita* EA *ad* AR, *erit, componendo, ut* BA *cum* AC *ad* AC, *ita* ER *ad* RA : *sed ut* BA *cum* AC *ad* AC, *ita est* CE *ad* EA : *ergo ut* CE *ad* EA, *ita* ER *ad* RA, *et ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe* CR *ad* RE. *Sunt itaque* CR, RE, RA *proportionales. Amplius, quia ut* BA *ad* AC, *ita posita est* EA *ad* AR, *et, propter similitudinem triangulorum, ut* BA *ad* AC, *ita* XA *ad* AR, *ergo ut* EA *ad* AR, *ita* XA *ad* AR : *sunt itaque* EA, XA *aequales. Modo si intelligamus, tempus per* RA *esse ut* RA, *tempus per* RC *erit* RE, *media inter* CR, RA, *et* AE *erit tempus per* AC *post* RA, *sive post* XA ; *verum tempus per* XA *est* XA, *dum* RA *est tempus per* RA ; *ostensum autem est,* XA, AE *esse aequales : ergo patet propositum.*

Problema III, Propositio XV.

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inflexo, partem in perpendiculo infra extenso reperire, quae tempore eodem conficiatur ac planum inflexum post casum ex dato perpendiculo.

Sit perpendiculum AB, *et planum ad ipsum inflexum* BC : *oportet, in perpendiculo infra extenso partem reperire, quae ex casu ab* A *conficiatur*

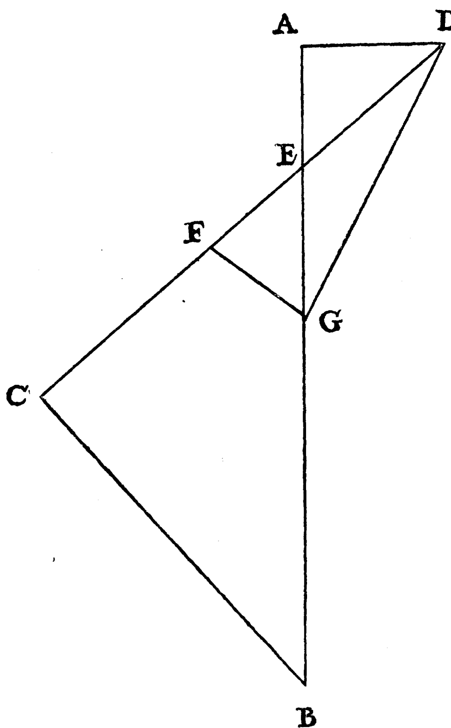
tempore eodem atque BC *ex eodem casu ab* A. *Ducatur horizontalis* AD, *cui occurrat* CB *extensa in* D, *et ipsarum* CD, DB *media sit* DE, *et* BF *ponatur aequalis* BE; *deinde ipsarum* BA, AF *tertia proportionalis sit* AG: *dico,* BG *esse spatium quod post casum* AB *conficitur tempore eodem ac planum* BC *post eundem casum. Si enim ponamus, tempus per* AB *esse ut* AB, *erit tempus per* DB *ut* DB; *et quia* DE *est media inter* BD, DC, *erit eadem* DE *tempus per totam* DC, *et* BE *tempus per reliquam* BC *ex quiete in* D, *seu ex casu* AB. *Et similiter concludetur,* BF *esse tempus per* BG, *post casum eundem; est autem* BF *aequalis* BE; *ergo patet propositum.*



THEOREMA XIII, PROPOSITIO XVI.

Si plani inclinati et perpendiculi partes, quarum tempora lationum ex quiete sint aequalia, ad idem punctum componantur, mobile veniens ex qualibet altitudine sublimiori, citius absolvet eandem partem plani inclinati, quam ipsam partem perpendiculi.

Sit perpendiculum EB *et planum inclinatum* CE, *ad idem punctum* E *composita, quorum tempora lationum ex quiete in* E *sint aequalia; et in perpendiculo extenso sumptum sit quodlibet punctum sublime* A, *ex quo demittantur mobilia: dico, tempore breviori absolvi planum inclinatum* EC, *quam perpendiculum* EB *post casum* AE. *Iungatur* CB, *et ducta horizontali* AD, *extendatur* CE, *illi occurrens in* D, *et* CD, DE *media proportio-*

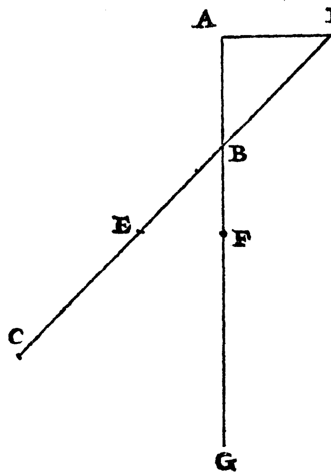


32-33. *post casus* AE. *Iungatur,* s —

nalis sit DF, ipsarum vero BA, AE media sit AG, et ducantur FG, DG: et quia tempora lationum per EC, EB ex quiete in E sunt aequalia, erit angulus C rectus, ex corollario secundo propositionis sextae; estque rectus A, et anguli ad verticem E aequales; triangula igitur AED, CEB sunt aequiangula, et latera circa aequales angulos proportionalia; ergo ut BE ad EC, ita DE ad EA. Rectangulum ergo BEA est aequale rectangulo CED; et quia rectangulum CDE superat rectangulum CED quadrato ED, rectangulum vero BAE superat rectangulum BEA quadrato EA, excessus rectanguli CDE super rectangulo BAE, hoc est quadrati FD super quadrato AG, erit idem cum excessu quadrati DE super quadrato AE, qui excessus est quadratum DA. Est igitur quadratum FD aequale duobus quadratis GA, AD, quibus est quoque aequale quadratum GD; ergo linea DF ipsi DG est aequalis, et angulus DGF aequalis angulo DFG, et angulus EGF minor angulo EFG, et latus oppositum EF minus latere EG. Modo si intelligamus, tempus casus per AE esse ut AE, erit tempus per DE ut DE; cumque AG media sit inter BA, AE, erit AG tempus per totam AB, et reliqua EG erit tempus per reliquam EB ex quiete in A; et similiter concludetur, EF esse tempus per EC post descensum DE, seu post casum AE: demonstratum autem est, EF minorem esse quam EG: ergo patet propositum.

Corollarium.

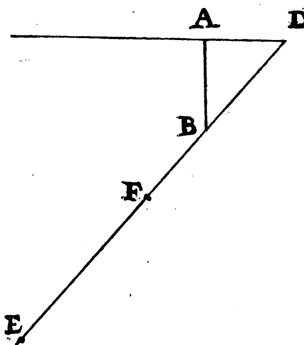
Ex hac atque ex praecedenti constat, spatium quod conficitur in perpendiculo post casum ex sublimi, tempore eodem quo conficitur planum inclinatum, minus esse eo quod conficitur tempore eodem atque in inclinato non praecedente casu ex sublimi, maius tamen quam idem planum inclinatum. Cum enim modo demonstratum sit, quod mobilium venientium ex termino sublimi A, tempus conversi per EC brevius sit tempore procedentis per EB, constat, spatium quod conficitur per EB tempore aequali tempori per EC, minus esse toto spatio EB. Quod autem idem spatium perpendiculi maius sit quam EC, manifestum fit sumpta figura praecedentis propositionis, in qua partem perpendiculi BG confici demonstratum est tempore eodem cum BC post casum AB: hanc autem BG



maiorem esse quam BC, *sic colligitur. Cum* BE, FB *aequales sint,* BA *vero minor* BD, *maiorem rationem habet* FB *ad* BA *quam* EB *ad* BD, *et, componendo,* FA *ad* AB *maiorem habet quam* ED *ad* DB; *est autem ut* FA *ad* AB, *ita* GF *ad* FB (*est enim* AF *media inter* BA, AG), *et, similiter, ut* ED *ad* BD, *ita est* CE *ad* EB; *ergo* GB *ad* BF *maiorem habet rationem quam* CB *ad* BE: *est igitur* GB *maior* BC.

Problema IV, Propositio XVII.

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inflexo, in dato plano partem signare, in qua post casum in perpendiculo fiat motus tempore aequali ei, quo mobile datum perpendiculum ex quiete confecit.



Sit perpendiculum AB, *et ad ipsum planum inflexum* BE: *oportet, in* BE *spatium signare, per quod mobile post casum in* AB *moveatur tempore aequali ei, quo ipsum perpendiculum* AB *ex quiete confecit.*

Sit horizontalis linea AD, *cui occurrat in* D *planum extensum, et accipiatur* FB *aequalis* BA, *et fiat ut* BD *ad* DF, *ita* FD *ad* DE: *dico, tempus per* BE *post casum in* AB *aequari tempori per* AB *ex quiete in* A. *Si enim intelligatur,* AB *esse tempus per* AB, *erit* DB *tempus per* DB; *cumque sit ut* BD *ad* DF, *ita* FD *ad* DE, *erit* DF *tempus per totum planum* DE, *et* BF *per partem* BE *ex* D: *sed tempus per* BE *post* DB *est idem ac post* AB: *ergo tempus per* BE *post* AB *erit* BF, *aequale scilicet tempori* AB *ex quiete in* A: *quod erat propositum.*

Delle lin. 8-25 si ha nel cod. A, a car. 143*r.*, una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del Guiducci, a car. 40*a**r.* dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

9-10. *motus eodem tempore, quo mobile perpendiculum confecit.* — 11-12. *ad ispsum* [sic] *infexa* [sic] be: *oportet* — 13-17. *mobile moveatur post casum* ab *eodem tempore quo confecit ipsum* ab. *Extenso plano* eb, *occurrat orizonti in* d, *et accipiatur* — 19-20. *post* ab *aequari tempori per* ab. *Si* — 20. *intelligatur* ab *tempus* — 22. *per totam* de, *et* — 24. *tempori* ab: *quod* —

Problema V, Propositio XVIII.

Dato in perpendiculo quovis spatio a principio lationis signato, quod in dato tempore conficiatur, datoque quocunque alio tempore minori, aliud spatium in perpendiculo eodem reperire, quod in dato tempore minori conficiatur.

Sit perpendiculum A, *in quo detur spatium* AB, *cuius tempus ex principio* A *sit* AB, *sitque horizon* CBE, *et detur tempus ipso* AB *minus, cui in horizonte notetur aequale* BC : *oportet, in eodem perpendiculo spatium eidem* AB *aequale reperire, quod tempore* BC *conficiatur. Iungatur linea* AC, *cumque* BC *minor sit* BA, *erit angulus* BAC *minor angulo* BCA ; *constituatur ei aequalis* CAE, *et linea* AE *horizonti occurrat in puncto* E, *ad quam perpendicularis ponatur* ED, *secans perpendiculum in* D, *et linea* DF *ipsi* BA *secetur aequalis : dico, ipsam* FD *esse perpendiculi partem, in qua latio ex principio motus in* A *absolvitur tempore* BC *dato. Cum enim in triangulo rectangulo* AED *ab angulo recto* E *perpendicularis ad latus oppositum* AD *ducta sit* EB, *erit* AE *media inter* DA, AB, *et* BE *media inter* DB, BA, *seu inter* FA, AB (*est enim* FA *ipsi* DB *aequalis*) ; *cumque* AB *positum sit esse tempus per* A, *erit* AE, *seu* EC, *tempus per totam* AD, *et* EB *tempus per* AF ; *ergo reliqua* BC *erit tempus per reliquam* FD : *quod erat intentum.*

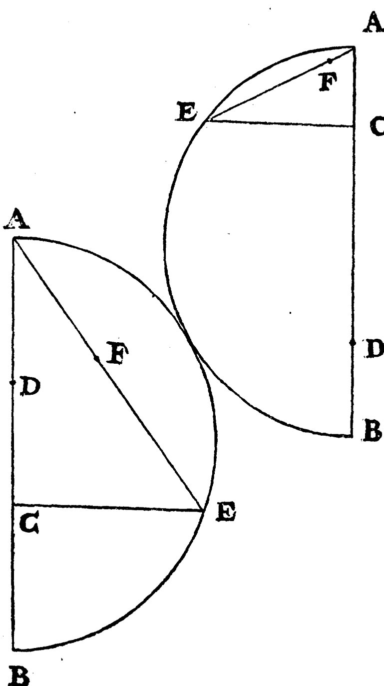
Delle lin. 2-23 si ha nel cod. A, a car. 143*t.*, una bozza autografa, della quale è una copia, di mano dell'Arrighetti, a car. 67*r.* dello stesso codice. La copia porta due correzioni autografe di Galileo, l'una nella figura, l'altra nel testo, le quali tolgono le sole difformità ch'ella avesse dall'originale. La detta copia è segnata, superiormente a destra, col numero *12*, traccia forse d'un ordinamento. La bozza autografa presenta le seguenti varianti :

2. *Dato quolibet spacio in perpendiculo a principio* — 3. *quocunque tempore* — 3-4. *aliud aequale spacium, priori accepto aequale, in eodem perpendiculo reperire* — 4-5. *tempore conficiatur* — 6. *perpendiculum* ab, *in* — 7. *orizon* — 7-8. *minus, quod sit* bc: *oportet* — 9. *aequale invenire, quod* — 12. *constituatur ipsi aequalis* — 12-13. *orizonti in* e *signo occurrat, ad* — 15-17. *ipsam* fd *ex* a *confici in tempore* bc. *Cum* — 18-19. *perpendicularis ducta sit ad* ad, *erit* — 20-21. ba, *hoc est inter* fa, ab, *erit* (*est enim* fa *aequalis* db) ; *cumque* — 21-22. *tempus per* ab, *erit* ae *tempus per totam* — 22-23. af ; *cumque* ae *sit aequalis ipsi* ec, *ob aequalitatem angulorum* eac, eca, *relinquitur ut* bc *tempus sit ipsius* fd : *quod erat ostendendum.* —

Problema VI, Proposito XIX.

Dato in perpendiculo spatio quocunque a principio lationis peracto, datoque tempore casus, tempus reperire, quo aliud aequale spatium, ubicunque in eodem perpendiculo acceptum, ab eodem mobili consequenter conficiatur.

Sit in perpendiculo AB *quodcunque spatium* AC *ex principio lationis in* A *acceptum, cui aequale sit aliud spatium* DB *ubicunque acceptum, sitque datum tempus lationis per* AC, *sitque illud* AC : *oportet, reperire tempus lationis per* DB *post casum ex* A. *Circa totam* AB *semicirculus describatur* AEB, *et ex* C *ad* AB *perpendicularis sit* CE, *et iungatur* AE, *quae maior erit quam* EC ; *secetur* EF *ipsi* EC *aequalis : dico, reliquum* FA *esse tempus lationis per* DB. *Quia enim* AE *est media inter* BA, AC, *estque* AC *tempus casus per* AC, *erit* AE *tempus per totam* AB ; *cumque* CE *media sit inter* DA, AC (*est enim* DA *aequalis ipsi* BC), *erit* CE, *hoc est* EF, *tempus per* AD ; *ergo reliqua* AF *est tempus per reliquam* DB : *quod est propositum.*



Corollarium.

Hinc colligitur, quod si alicuius spatii ponatur, tempus ex quiete esse ut ipsummet spatium, tempus illius post aliud spatium adiunctum erit excessus medii inter adiunctum una cum spatio, et ipsum spatium super medium inter primum et adiunctum : veluti, posito quod tempus per AB *ex quiete in* A *sit* AB, *addito* AS, *tempus per* AB *post* SA *erit excessus medii inter* SB, BA *super medium inter* BA, AS.



Delle lin. 5-21 si ha nel cod. A, a car. 143*r*., una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del Guiducci, a car. 89^a*r*. dello stesso codice. In calce di questa copia è aggiunto, di mano di Galileo, l'enunciato della Proposizione (lin. 2-4). Gli autografi presentano le seguenti varianti:

3-4. *in perpendiculo* — 4. *conficitur* — 5-10. *perpendiculo* ab *accepta pars* ac, *cuius tempus* ac ; *accepta versus ubicunque parte* db, *ipsi* ac *aequali, quaeritur tempus quo eadem* db *post casum ex* a *conficietur. Circa* — 11-12. *et orizon ducatur* ce, *et* — 13-15. *quam* ce ; *sit differentia* af : *dico,* af *esse tempus per* — 16-17. *tempus per* ac, *erit* — 19-21. *erit* ce *tempus per totam* ad ; *est autem* ce *aequalis* ef ; *ergo* ae *est tempus per totam* ab, ef *vero per* ad ; *ergo* af *erit tempus per* db — 21. *quod est propositum* manca nella bozza autografa.

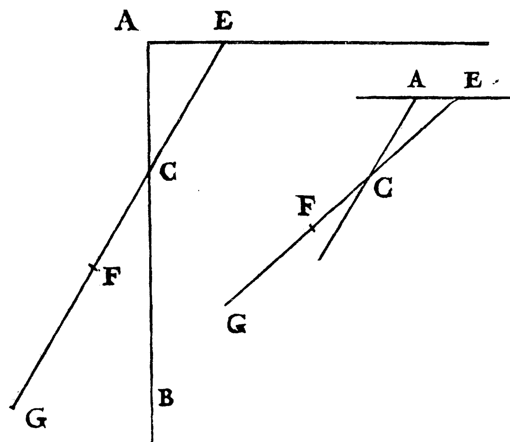
PROBLEMA VII, PROPOSITIO XX.

Dato quolibet spatio et parte in eo post principium lationis, partem alteram versus finem reperire, quae conficiatur tempore eodem ac prima data.

Sit spatium CB, *et in eo pars* CD, *data post principium lationis in* C: *oportet, partem alteram versus finem* B *reperire, quae conficiatur tempore eodem ac data* CD. *Sumatur media inter* BC, CD, *cui aequalis ponatur* BA; *et ipsarum* BC, CA *tertia proportionalis sit* CE: *dico,* EB *esse spatium quod post casum ex* C *conficitur tempore eodem ac ipsum* CD. *Si enim intelligamus, tempus per totam* CB *esse ut* CB, *erit* BA (*media scilicet inter* BC, CD) *tempus per* CD; *cumque* CA *media sit inter* BC, CE, *erit* CA *tempus per* CE: *est autem tota* BC *tempus per totam* CB; *ergo reliqua* BA *erit tempus per reliquam* EB *post casum ex* C: *eadem vero* BA *fuit tempus per* CD; *ergo temporibus aequalibus conficiuntur* CD *et* EB *ex quiete in* A: *quod erat faciendum.*

THEOREMA IV, PROPOSITIO XXI.

Si in perpendiculo fiat casus ex quiete, in quo a principio lationis sumatur pars, quovis tempore peracta, post quam sequatur motus inflexus per aliquod planum utcunque inclinatum, spatium quod in tali plano conficitur in tempore aequali tempori casus iam peracti in perpendiculo, ad spatium iam peractum in perpendiculo, maius erit quam duplum, minus vero quam triplum.



Infra horizontem AE *sit perpendiculum* AB, *in quo ex principio* A *fiat casus, cuius sumatur quaelibet pars* AC; *inde ex* C *inclinetur utcunque planum* CG, *super quo post casum in* AC *continuetur motus: dico, quod*

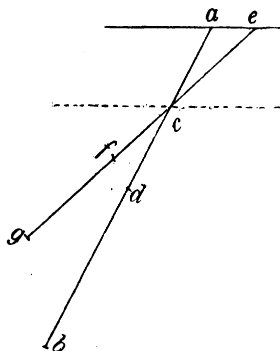
Delle lin. 17 e seg., fino alla lin. 12 della pag. 239, si ha una bozza di mano del GUIDUCCI, con una correzione e tre aggiunte della mano di GALILEO, nel cod. A, a car. 65*r*. Essa presenta le seguenti varianti:

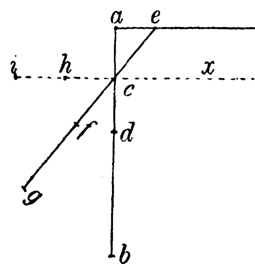
17. *Si fiat casus in perpendiculo, in quo* — 19-20. *planum inclinatum* — 20-21. *in plano* — 28-29. *perpendiculus* — 30-31. *inclinetur planum* — 31. *casum* ac *inflectatur motus* —

spatium tali motu peractum per CG *in tempore aequali tempori casus per* AC, *est plus quam duplum, minus vero quam triplum, eiusdem spatii* AC. *Ponatur enim* CF *aequalis* AC, *et extenso plano* GC *usque ad horizontem in* E, *fiat ut* CE *ad* EF, *ita* FE *ad* EG. *Si itaque ponatur, tempus casus per* AC *esse ut linea* AC, *erit* CE *tempus per* EC, *et* CF, *seu* CA, *tempus motus per* CG: *ostendendum itaque est, spatium* CG *ipsius* CA *maius esse quam duplum, minus vero quam triplum. Cum enim sit ut* CE *ad* EF, *ita* FE *ad* EG, *erit etiam ita* CF *ad* FG; *minor autem est* EC *quam* EF; *quare et* CF *minor erit quam* FG, *et* GC *maior quam dupla ad* FC, *seu* AC. *Cumque rursus* FE *minor sit quam dupla ad* EC (*est enim* EC *maior* CA, *seu* CF), *erit quoque* GF *minor quam dupla ad* FC, *et* GC *minor quam tripla ad* CF, *seu* CA: *quod erat demonstrandum.*

Poterat autem universalius idem proponi: quod enim accidit in perpendiculari et plano inclinato, contingit etiam si post motum in plano quodam inclinato inflectatur per magis inclinatum, ut videtur in altera figura; eademque est demonstratio.

2. Le parole « *eiusdem spacii* ac » sono aggiunte di mano di Galileo. — 3-4. *enim unaquaeque ipsarum* cf, cd *ipsi* ac *aequalis, et ut* ca *ad* ad, *ita fiat* da *ad* ab, *ut vero* ce *ad* ef, *ita* fe *ad* eg: *erit iam ipsa* cb *tripla* ca, *et tempus casus per* ac *aequabitur tempori casus per* cb *post* ac. *Si itaque.* Le parole « *unaquaeque ipsarum* », « cd », « ca *ad* ad, *ita fiat* da *ad* ab, *ut vero* », « *erit iam ipsa* cb *tripla* ca, *et tempus casus per* ac *aequabitur tempori casus per* cb » sono sottolineate »; « *post* ac » è aggiunto di mano di Galileo. — 5. *erit* cd *tempus casus per* cb, *et* ce *tempus per* ec, *et* cf *tempus motus.* Le parole « cd *tempus casus per* cb, *et* » sono sottolineate. — 7. Le parole *Cum enim sit* sono rifatte di mano di Galileo sopra *At dum sit,* che prima si leggeva. — 8. *erit et ita* — 9. *erit* fg, *et* — 12. *erat ostendendum.* Segue di mano del Guiducci: *Ex his constat, quod si inflexio post casum* ac *fieret in horizontali* icx, *in tempore aequali tempori* ac *conficeret spacium* ci, *duplum ad* ca: *positis enim* ch, hi *inter se et ipsi* ca *aequalibus, et extensis* icx *in infinitum, erit ut* ix *ad* xh, *ita* hx *ad* xc *et* ih *ad* hc; *quare tempus motus per* ci *erit* ch, *seu* ca. Indi prosegue di mano di Galileo: *Potest haec propositio universalius proferri: idem enim accidit si* ab *non sit perpendicularis, sed utcumque inclinata. Attende quod si in inclinata* cg *motus acceleratur in infinitum, videtur posse demonstrari, in orizontali extendi debere equabiliter* [sic] *etiam in infinitum; quod etiam constat, si est equabilis* [sic], *esse etiam infinitum.* — Avvertasi che le due figure, che abbiamo riprodotto dal manoscritto, sono relative anche a quei tratti che nel manoscritto sono sottolineati e che furono omessi nella stampa.



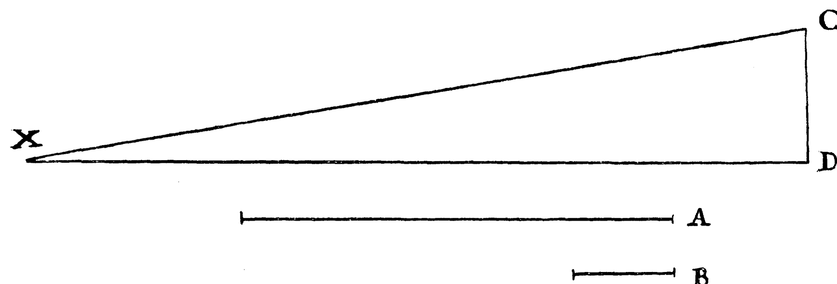


Alla lin. 6 così la bozza manoscritta come la stampa leggono « *ipso* ca », che abbiamo corretto in « *ipsius* ca ».

Problema VIII, Propositio XXII.

Datis duobus temporibus inaequalibus, et spatio quod in perpendiculo ex quiete conficitur tempore breviori ex datis, a puncto supremo perpendiculi usque ad horizontem planum inflectere, super quo mobile descendat tempore aequali longiori ex datis.

Tempora inaequalia sint A maius, B *vero minus; spatium autem quod in perpendiculo conficitur ex quiete in tempore* B, *sit* CD: *oportet, ex termino* C *planum usque ad horizontem inflectere, quod tempore* A *conficiatur.*



Fiat ut B *ad* A, *ita* CD *ad aliam lineam, cui linea* CX *aequalis ex* C *ad horizontem descendat: manifestum est, planum* CX *esse illud super quo mobile descendit tempore dato* A. *Demonstratum enim est, tempus per planum inclinatum ad tempus in sua elevatione eam habere rationem, quam habet plani longitudo ad longitudinem elevationis suae; tempus igitur per* CX *ad tempus per* CD *est ut* CX *ad* CD, *hoc est ut tempus* A *ad tempus* B: *tempus vero* B *est illud quo conficitur perpendiculum* CD *ex quiete: ergo tempus* A *est illud quo conficitur planum* CX.

Problema IX, Propositio XXIII.

Dato spatio, quovis tempore peracto ex quiete in perpendiculo, ex termino imo huius spatii planum inflectere, super quo post casum in perpen-

Delle lin. 2-5 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 65*t.*, la quale presenta le seguenti varianti:

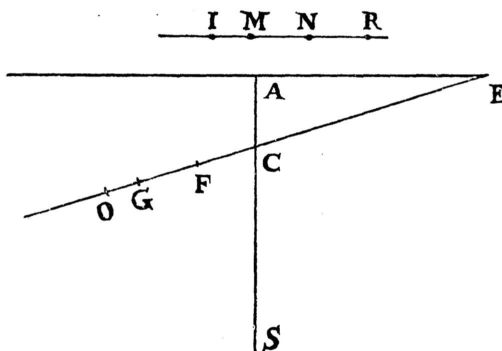
3. *conficitur in tempore* — 4. *ad orizontem* — 5. *tempore aequale* —

Delle lin. 18 e seg., fino alla lin. 23 della pag. 241, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 85*r.*, la quale presenta le seguenti varianti:

18. *Dato spacio, in quovis tempore peracto in perpendiculo.* Qui segue, cancellato, quanto appresso: *dataque proportione quacunque alterius spacii ad spacium peractum in perpendiculo, quae tamen maior sit quam dupla, minor vero quam tripla.* — 18-19. *termino huius* — lin. 19 e lin. 1 della pag. 241, *quo, tempore eodem, conficiatur spacium cuilibet spacio dato equale* [sic] —

diculo tempore eodem conficiatur spatium cuilibet spatio dato aequale, quod tamen maius sit quam duplum, minus vero quam triplum, spatii peracti in perpendiculo.

Sit in perpendiculo AS *tempore* AC *peractum spatium* AC *ex quiete in* A, *cuius* IR *maius sit quam duplum, minus vero quam triplum: oportet, ex termino* C *planum inflectere super quo mobile eodem tempore* AC *conficiat post casum per* AC *spatium ipsi* IR *aequale. Sint* RN, NM *ipsi* AC *aequalia, et quam rationem habet residuum* IM *ad* MN, *eamdem habeat* AC *linea ad aliam, cui aequalis applicetur* CE *ex* C *ad horizontem* AE, *quae extendatur versus* O, *et accipiantur* CF, FG, GO *aequales ipsis* RN, NM, MI: *dico, tempus super inflexa* CO *post casum* AC *esse aequale tempori* AC *ex quiete in* A. *Cum enim sit ut* OG *ad* GF, *ita* FC *ad* CE, *erit, componendo, ut* OF *ad* FG, *seu* FC, *ita* FE *ad* EC, *et ut unum antecedentium ad unum consequentium, ita omnia ad omnia, nempe tota* OE *ad* EF, *ut* FE *ad* EC. *Sunt itaque* OE, EF, EC *continue proportionales; quod cum positum sit, tempus per* AC *esse ut* AC, *erit* CE *tempus per* EC, *et* EF *tempus per totam* EO, *et reliquum* CF *per reliquam* CO; *est autem* CF *aequalis ipsi* CA; *ergo factum est quod fieri oportebat. Est enim tempus* CA *tempus casus per* AC *ex quiete in* A, CF *vero (quod aequatur* CA) *est tempus per* CO *post descensum per* EC, *seu post casum per* AC: *quod est propositum.*



Notandum autem est, quod idem accidet, si praecedens latio non in perpendiculo fiat, sed in plano inclinato, ut in sequenti figura, in qua latio

2-3. Le parole *spacii peracti in perpendiculo* nella bozza autografa si leggono tra *tamen* e *maius* (lin. 2). — 4-5. *spacium* ac, *cuius* — 8-9. *conficiat spacium ipsi* — 11-14. *eandem habeat* ac *ad aliam, cui aequalis sit* ce, *occurrens in* e *orizonti* ae, *quae* — 15. *versus* g, *et* — 16. co *esse* — 16-17. *tempori* ac. *Cum* — 19-20. *nempe ut tota* oe *ad* ef, *ita* fe *ad* ec. *Sunt* — 21-23. *et* cf *tempus per* co; *est autem* cf *aequale ipsi* — 23. *quod facere oportebat.* Qui la bozza séguita: *Hinc patet, quod quo magis* oc *accedit ad triplicitatem ipsius* ca, *eo planum* co *vergit versus perpendiculum, in quo tandem spacium peractum tempore aequali tempori* ac *est triplum ipsius* ac; *quo vero magis eadem* oc *accedit ad duplicitatem eiusdem* ca, *eo planum* oc *accedit* ad *aequidistantiam cum orizonte* ae, *in quo tandem cum desinet, spacium* oc *peractum tempore* ca *erit duplum spacii* ac.

Alla lin. 10 la stampa originale legge *ipsi AE aequalia,* dove abbiamo corretto, conforme alla bozza autografa, *AE* in *AC.*

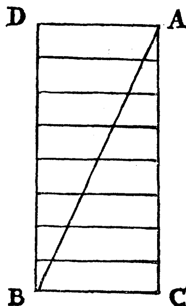
praecedens facta sit per planum inclinatum AS *infra horizontem* AE; *et demonstratio est prorsus eadem.*

SCHOLIUM.

Si diligenter attendatur, manifestum erit, quod quo minus data linea IR *deficit a tripla ipsius* AC, *eo planum inflexum, super quod facienda est secunda latio, puta* CO, *accedit vicinius ad perpendiculum, in quo tandem in tempore aequali* AC *conficitur spatium ad* AC *triplum. Cum enim* IR *proxima fuerit ad triplicitatem* AC, *erit* IM *aequalis fere ipsi* MN; *cumque ut* IM *ad* MN, *in constructione, ita fiat* AC *ad* CE, *constat, ipsam* CE *paulo maiorem reperiri quam* CA, *et, quod consequens est, punctum* E *proximum reperiri puncto* A, *et* CO *cum* CS *acutissimum angulum continere, et fere mutuo coincidere. E contra vero, si data* IR *minimum quid maior fuerit quam dupla eiusdem* AC, *erit* IM *brevissima linea; ex quo accidet, minimam quoque futuram esse* AC *respectu* CE, *quae longissima erit et quam proxime accedet ad parallelam horizontalem per* C *productam. Indeque colligere possumus, quod si, in apposita figura, post descensum per planum inclinatum* AC *fiat reflexio per lineam horizontalem, qualis esset* CT, *spatium, tempore aequali tempori descensus per* AC, *per quod mobile consequenter moveretur, esset duplum spatii* AC *exacte. Videtur autem et hic accommodari consimilis ratiocinatio: apparet enim ex eo, cum* OE *ad* EF *sit ut* FE *ad* EC, *ipsam* FC *determinare tempus per* CO. *Quod si pars horizontalis* TC, *dupla* CA, *divisa sit bifariam in* V, *extensa versus* X *in infinitum elongata erit, dum occursum cum producta* AE *quaerit, et ratio infinitae* TX *ad infinitam* VX *non erit alia a ratione infinitae* VX *ad infinitam* XC.

Istud idem alia aggressione concludere poterimus, consimile resumentes ratiocinium ei, quo usi sumus in propositionis primae demonstratione. Resumentes enim triangulum ABC, *nobis repraesentans in suis parallelis basi* BC

velocitatis gradus continue adauctos iuxta temporis incrementa, ex quibus, cum infinitae sint, veluti infinita sunt puncta in linea AC *et instantia in quovis tempore, exurget superficies ipsa trianguli; si intelligamus, motum per alterum tantum temporis continuari, sed non amplius motu accelerato, verum aequabili, iuxta maximum gradum velocitatis acquisitae, qui gradus repraesentatur per lineam* BC; *ex talibus gradibus conflabitur aggregatum consimile parallelogrammo* ADBC, *quod duplum est trianguli* ABC: *quare spatium quod cum gradibus consimilibus tempore eodem conficietur, duplum erit spatii peracti cum gradibus velocitatis a triangulo* ABC *repraesentatis. At in plano horizontali motus est aequabilis, cum nulla ibi sit causa accelerationis aut retardationis; ergo concluditur, spatium* CD *peractum tempore aequali tempori* AC, *duplum esse spatii* AC: *hoc enim motu ex quiete accelerato, iuxta parallelas trianguli, conficitur; illud vero, iuxta parallelas parallelogrammi, quae, dum fuerint infinitae, duplae sunt ad parallelas infinitas trianguli.*

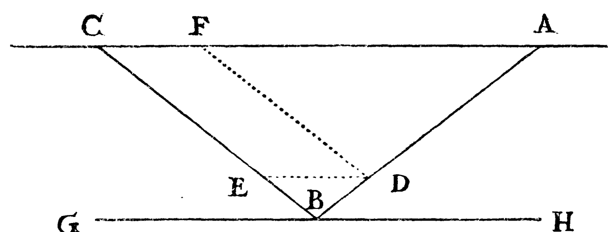


Attendere insuper licet, quod velocitatis gradus, quicunque in mobili reperiatur, est in illo suapte natura indelebiliter impressus, dum externae causae accelerationis aut retardationis tollantur, quod in solo horizontali plano contingit; nam in planis declivibus adest iam causa accelerationis maioris, in acclivibus vero retardationis: ex quo pariter sequitur, motum in horizontali esse quoque aeternum; si enim est aequabilis, non debilitatur aut remittitur, et multo minus tollitur. Amplius, existente gradu celeritatis per naturalem descensum a mobili acquisito, suapte natura indelebili atque aeterno, considerandum occurrit, quod si post descensum per planum declive fiat reflexio per aliud planum acclive, iam in isto occurrit causa retardationis: in tali enim plano idem mobile naturaliter descendit; quare mixtio quaedam contrariarum affectionum exurgit, nempe gradus illius celeritatis acquisitae in praecedenti descensu, qui per se uniformiter mobile in infinitum abduceret, et naturalis propensionis ad motum deorsum iuxta illam eandem proportionem accelerationis iuxta quam semper movetur. Quare admodum rationabile videbitur si, inquirentes quaenam contingant accidentia dum mobile post descensum per aliquod planum inclinatum reflectatur per planum aliquod acclive, accipiamus, gradum illum maximum in descensu acquisitum, idem per se perpetuo in ascendente plano servari; attamen in ascensu ei supervenire naturalem inclinationem deorsum, motum nempe ex

3-4. **intelligamus, motus per,** s —

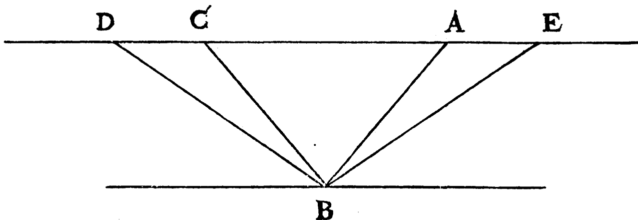
quiete acceleratum iuxta semper acceptam proportionem. Quod si forte haec intelligere fuerit subobscurum, clarius per aliquam delineationem explicabitur.

Intelligatur itaque, factum esse descensum per planum declive AB, ex quo per aliud acclive BC continuetur motus reflexus, et sint, primo, plana aequalia, et ad aequales angulos super horizontem GH elevata: constat iam, quod mobile ex quiete in A descendens per AB, gradus acquirit velocitatis iuxta temporis ipsius incrementum; gradum vero in B esse maximum acquisitorum, et suapte natura immutabiliter impressum, sublatis scilicet causis accelerationis novae aut retardationis: accelerationis, inquam, si adhuc super extenso plano ulterius progrederetur; retardationis vero, dum super planum acclive BC fit reflexio: in horizontali autem GH aequabilis motus, iuxta gradum velocitatis ex A in B acquisitae, in infinitum extenderetur; esset autem talis velocitas, ut in tempore aequali tempori descensus per AB in horizonte conficeret spatium duplum ipsius AB. Modo fingamus, idem mobile eodem celeritatis gradu aequabiliter moveri per planum BC, adeo ut, etiam in hoc, tempore aequali tempori descensus per AB conficeret super BC extenso spatium duplum ipsius AB; verum intelligamus, statim atque ascendere incipit, ei suapte natura supervenire illud idem quod ei contigit ex A super planum AB, nempe descensus quidam ex quiete secundum gradus eosdem accelerationis, vi quorum, ut in AB contigit, tempore eodem tantumdem descendat in plano reflexo, quantum descendit per AB: manifestum est, quod ex eiusmodi mixtione motus aequabilis ascendentis et accelerati descendentis perducetur mobile ad terminum C per planum BC iuxta eosdem velocitatis gradus, qui erunt aequales. Quod vero sumptis utcunque duobus punctis D, E, aequaliter ab angulo B remotis, transitus per DB fiat tempore aequali tempori reflexionis per BE, hinc colligere possumus. Ducta DF, erit parallela ad BC; constat enim, descensum per AD reflecti per DF: quod si post D mobile feratur per horizontalem DE, impetus in E erit idem cum impetu in D; ergo ex E ascendet in C; ergo gradus velocitatis in D est aequalis gradui in E.



Ex his igitur rationabiliter asserere possumus, quod si per aliquod planum inclinatum fiat descensus, post quem sequatur reflexio per planum

elevatum, mobile per impetum conceptum ascendet usque ad eandem altitudinem, seu elevationem ab horizonte; ut si fiat descensus per AB, *feretur mobile per planum reflexum* BC *usque ad horizontalem* ACD, *non tantum si inclinationes planorum sint aequales, verum etiam si inaequales sint, qualis est plani* BD: *assumptum enim prius est, gradus velocitatis esse aequales, qui super planis inaequaliter inclinatis acquiruntur, dum ipsorum planorum eadem fuerit supra horizontem elevatio. Si autem, existente eadem inclinatione planorum* EB, BD, *descensus per* EB *impellere valet mobile per planum* BD *usque ad* D; *cum talis impulsus fiat propter conceptum velocitatis impetum in puncto* B, *sitque idem impetus in* B, *seu descendat mobile per* AB *seu per* EB; *constat, quod expelletur pariter mobile per* BD *post descensum per* AB, *atque per* EB. *Accidet vero, quod tempus ascensus per* BD *longius erit quam per* BC, *prout descensus quoque per* EB *longiori fit tempore quam per* AB; *ratio autem eorundem temporum iam demonstrata est eadem ac longitudinum ipsorum planorum. Sequitur modo ut inquiramus proportionem spatiorum temporibus aequalibus peractorum in planis, quorum diversae sint inclinationes, eaedem tamen elevationes, hoc est, quae inter easdem parallelas horizontales comprehendantur. Id autem contingit iuxta sequentem rationem.*

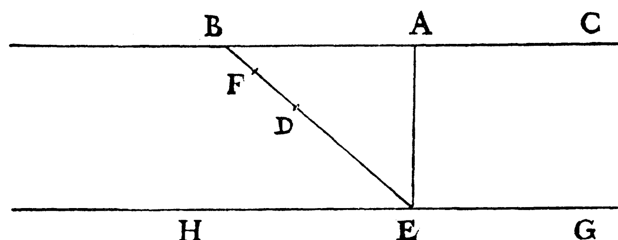


Theorema XV, Propositio XXIV.

Dato inter easdem parallelas horizontales perpendiculo et plano elevato ab eius imo termino, spatium quod a mobili, post casum in perpendiculo, super plano elevato conficitur in tempore aequali tempori casus, maius est ipso perpendiculo, minus tamen quam duplum eiusdem perpendiculi.

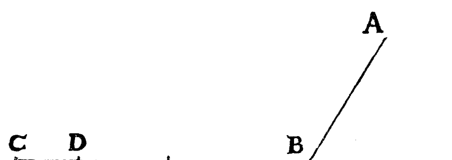
Inter easdem parallelas horizontales BC, HG *sint perpendiculum* AE *et planum elevatum* EB, *super quo, post casum in perpendiculo* AE, *ex termino* E *fiat reflexio versus* B: *dico, spatium per quod mobile ascendit in tempore aequali tempori descensus* AE, *maius esse quam* AE, *minus vero quam duplum eiusdem* AE. *Ponatur* ED *ipsi* AE *aequale, et ut* EB *ad* BD, *ita fiat* DB *ad* BF; *ostendetur, primo, punctum* F *esse signum,*

quo mobile motu reflexo per EB perveniet tempore aequali tempori AE; deinde, EF maius esse quam EA, minus vero quam duplum eiusdem. Si intelligamus, tempus descensus per AE esse ut AE, erit tempus descensus per BE, seu ascensus per EB, ut ipsa linea BE; cumque DB media sit inter EB, BF, sitque BE tempus descensus per totam BE, erit BD tempus descensus per BF, et reliqua DE tempus descensus per reliquam FE: verum idem est tempus per FE ex quiete in B, atque tempus ascensus per EF, dum in E fuerit velocitatis gradus per descensum BE, seu AE, acquisitus: ergo idem tempus DE erit id in quo mobile, post casum ex A per AE, motu reflexo per EB, pervenit ad signum F; positum autem est, ED esse aequale ipsi AE: quod erat primo ostendendum. Et quia, ut tota EB ad totam BD, ita ablata DB ad ablatam BF, erit ut tota EB ad totam BD, ita reliqua ED ad DF: est autem EB maior BD: ergo et ED maior DF, et EF minor quam dupla DE, seu AE: quod erat ostendendum. Idem autem accidet si motus praecedens, non in perpendiculo, sed in plano inclinato, fiat; eademque est demonstratio, dummodo planum reflexum sit minus acclive, nempe longius plano declivi.



Theorema XVI, Propositio XXV.

Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum horizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam horizontis ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam horizontis.



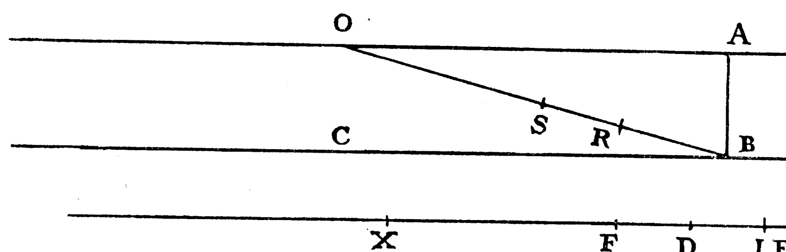
Sit linea horizontis CB, planum inclinatum AB, et post casum per AB sequatur motus per horizontem, in quo sumatur quodlibet spatium BD: dico, tempus casus per AB ad tempus motus per BD esse ut dupla AB ad BD. Sumpta enim BC ipsius AB dupla, constat ex praedemonstratis, tempus casus per AB aequari tempori motus per BC: sed tempus motus per BC ad tempus motus per DB est ut linea CB

ad lineam BD: *ergo tempus motus per* AB *ad tempus per* BD *est ut dupla* AB *ad* BD: *quod erat probandum.*

Problema X, Propositio XXVI.

Dato perpendiculo inter lineas parallelas horizontales, datoque spatio maiori eodem perpendiculo, sed minori quam duplum eiusdem, ex imo termino perpendiculi planum attollere inter easdem parallelas, super quo motu reflexo post descensum in perpendiculo conficiat mobile spatium dato aequale, et in tempore aequali tempori descensus in perpendiculo.

Inter parallelas horizontales AO, BC *sit perpendiculum* AB; FE *vero maior sit quam* BA, *minor vero quam dupla eiusdem*: *oportet, ex* B *pla-*



num inter horizontales erigere, super quo mobile, post casum ex A *in* B, *motu reflexo, in tempore aequali tempori descensus per* AB, *conficiat ascendendo spatium aequale ipsi* EF. *Ponatur* ED *aequalis* AB; *erit reliqua* DF *minor, cum tota* EF *minor sit quam dupla ad* AB: *sit* DI *aequalis* DF, *et ut* EI *ad* ID, *ita fiat* DF *ad aliam* FX, *atque ex* B *reflectatur recta* BO *aequalis* EX: *dico, planum per* BO *esse illud, super quo post casum* AB *mobile in tempore aequali tempori casus per* AB *pertransit ascendendo spatium aequale dato spatio* EF. *Ipsis* ED, DF *aequales ponantur* BR, RS: *cum enim sit ut* EI *ad* ID, *ita* DF *ad* FX, *erit, componendo, ut* ED *ad* DI, *ita* DX *ad* XF; *hoc est, ut* ED *ad* DF, *ita* DX *ad* XF, *et* EX

5. *quam duplo eiusdem,* s —

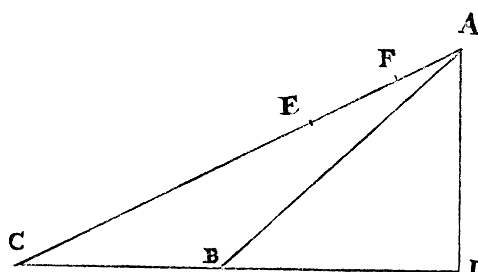
Delle lin. 10 e seg., fino alla lin. 7 della pag. 248, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 170r., la quale comincia così: *Sit data* ef *maior* ba, *minor vero quam dupla eiusdem* ba; *accipiatur* ed *aequalis* ba, *et reliquae* df *ponatur aequalis* di, *et ut* ei *ad* id, *ita fiat* df *ad aliam* fx, *atque ex* b *reflectatur planum* bo, *aequale* ex: *dico, planum* bo *esse illud super quo post descensum* ab *mobile in tempore aequali tempori descensus per* ab *pertransit ascendendo spatium equale* [sic] *dato* ef. *Cum enim;* dopo di che continua, conforme al testo della stampa (lin. 20), *sit ut* ei *ad* ecc., presentando le seguenti varianti:

lin. 21 e lin. 1 della pag. 248. *et, permutando, ut* ed *ad* dx, *ita* df *ad* fx, *et, componendo,*

ad XD; *hoc est, ut* BO *ad* OR, *ita* RO *ad* OS. *Quod si ponamus, tempus per* AB *esse* AB, *erit tempus per* OB *ipsa* OB, *et* RO *tempus per* OS, *et reliqua* BR *tempus per reliquum* SB, *descendendo ex* O *in* B: *sed tempus descensus per* SB *ex quiete in* O *est aequale tempori ascensus ex* B *in* S *post descensum* AB: *ergo* BO *est planum ex* B *elevatum, super quo post descensum per* AB *conficitur tempore* BR, *seu* BA, *spatium* BS, *aequale spatio dato* EF: *quod facere oportebat.*

Theorema XVII, Propositio XXVII.

Si in planis inaequalibus, quorum eadem sit elevatio, descendat mobile, spatium quod in ima parte longioris conficitur in tempore aequali ei in quo conficitur totum planum brevius, est aequale spatio quod componitur ex ipso breviori plano et ex parte ad quam idem brevius planum eam habet rationem, quam habet planum longius ad excessum quo longius brevius superat.



Sit planum AC *longius,* AB *vero brevius, quorum eadem sit elevatio* AD, *et ex ima parte* AC *sumatur* CE *aequale ipsi* AB, *et quam rationem habet totum* CA *ad* AE, *nempe ad excessum plani* CA *super* AB, *hanc habeat* CE *ad* EF: *dico, spatium* FC *esse illud quod conficitur, post discessum ex* A, *tempore aequali tempori descensus per* AB. *Cum enim totum* CA *ad totum* AE *sit ut ablatum* CE *ad ablatum* EF, *erit reliquum* EA *ad reliquum* AF *ut totum* CA *ad totum* AE; *sunt itaque tres* CA, AE, AF *continue proportionales: quod si ponatur, tempus per* AB *esse ut* AB, *erit tempus per* AC *ut* AC; *tempus vero per* AF *erit ut* AE, *et per reliquum* FC *erit ut* EC: *est autem* EC *ipsi* AB *aequale: ergo patet propositum.*

ut ex *ad* xd, *ita* dx *ad* xf; *hoc est* — 5. Tra *ergo* e «bo» leggesi, cancellato, «br, *seu* ba, *est tempus,* bs *est sp....*». — 7. Dopo *oportebat* l'autografo séguita: *Si post casum in perpendiculo fiat reflexus motus in linea orizontali....*

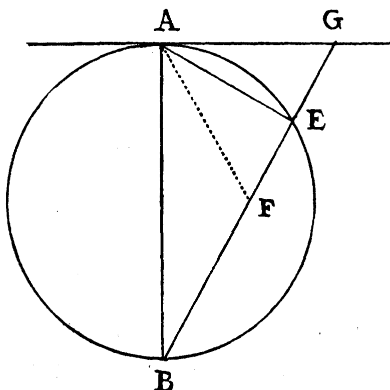
Delle lin. 9-28 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 87*r.*, in capo alla quale si legge, di mano di Galileo: *Scritta.* Essa presenta le seguenti varianti:

9. *descendat mobile* è stato sostituito a *fiat motus,* che Galileo aveva scritto e poi cancellò. — 10-11. *conficitur tempore aequali tempori quo* — 11. Tra *brevius* ed *est* leggesi, cancellato, *ad planum brevius eandem habet rationem.* — La parola *spatio* è scritta sopra *plano,* che non è cancellato. — 14. Tra *longius* e *brevius* leggesi, cancellato, *planum.* — 22. *conficitur ex discessu ex* — 27. *reliquum* fc *tempus erit* —

Alla lin. 28 la stampa originale legge *ergo fit propositum,* che abbiamo corretto, conforme alla bozza autografa, in *ergo patet propositum.*

Problema XI, Propositio XXVIII.

Tangat horizontalis linea AG *circulum, et a contactu sit diameter* AB, *et duae chordae utcunque* AEB: *determinanda sit ratio temporis casus per* AB *ad tempus descensus per ambas* AEB. *Extendatur* BE *usque ad tangentem in* G, *et angulus* BAE *bifariam secetur, ducta* AF: *dico, tempus per* AB *ad tempus per* AEB *esse ut* AE *ad* AEF. *Cum enim angulus* FAB *aequalis sit angulo* FAE, *angulus vero* EAG *angulo* ABF, *erit totus* GAF *duobus* FAB, ABF *aequalis; quibus aequatur quoque angulus* GFA; *ergo linea* GF *ipsi* GA *est aequalis: et quia rectangulum* BGE *aequatur quadrato* GA, *erit quoque aequale quadrato* GF, *et tres lineae* BG, GF, GE *proportionales. Quod si ponatur,* AE *esse tempus per* AE, *erit* GE *tempus per* GE, *et* GF *tempus per totam* GB, *et* EF *tempus per* EB, *post descensum ex* G *seu ex* A *per* AE: *tempus igitur per* AE, *seu per* AB, *ad tempus per* AEB *est ut* AE *ad* AEF: *quod erat determinandum.*



Aliter brevius. Secetur GF *aequalis* GA; *constat,* GF *esse mediam proportionalem inter* BG, GE. *Reliqua ut supra.*

Theorema XVIII, Propositio XXIX.

Dato quolibet spatio horizontali, ex cuius termino erectum sit perpendiculum, in quo sumatur pars aequalis dimidio spatii in horizontali dato, mobile ex tali altitudine descendens et in horizontali conversum con-

Nella stampa originale la *Propositio XXVIII* è intitolata, per errore, *Theorema XVIII,* e la *Propositio XXIX* è intitolata *Problema XI.*

Delle lin. 2-21 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 84*r.*, in capo alla quale si legge, di mano di Galileo: *Scritta.* Essa presenta le seguenti varianti:

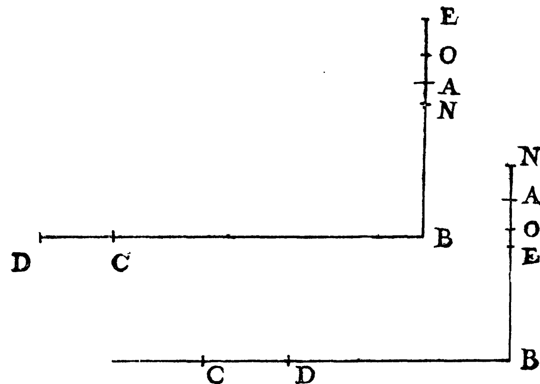
2. *horizontalis* ag *circulum* — 3. *et* 2 *cordae* — 18-19. *quod erat determinandum* manca nella bozza autografa. — 20-21. *mediam inter* —

Delle lin. 23 e seg., fino alla lin. 2 della pag. 250, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 73*r.*, e delle lin. 3-31 della pag. 250 si ha un'altra bozza, pure autografa, nel medesimo codice, a car. 78*r.*: in capo a quest'ultima si legge, di mano di Galileo: *Scritta.* Tali bozze presentano le seguenti varianti:

23. *Dato in horizontali quolibet spatio, ex* — 24-25. *horizontali signati, mobile* —

ficiet horizontale spatium una cum perpendiculo breviori tempore, quam quodcunque aliud spatium perpendiculi cum eodem spatio horizontali.

Sit planum horizontale, in quo datum sit quodlibet spatium BC, *et ex termino* B *sit perpendiculum, in quo* BA *sit dimidium ipsius* BC: *dico, tempus, quo mobile ex* A *demissum conficiet ambo spatia* AB, BC, *esse temporum omnium brevissimum, quibus idem spatium* BC *cum parte perpendiculi, sive maiori sive minori parte* AB, *conficeretur. Sit sumpta maior, ut in prima figura, vel minor, ut in secunda,* EB: *ostendendum est, tempus quo conficiuntur spatia* EB, BC, *longius esse tempore quo conficiuntur* AB, BC.



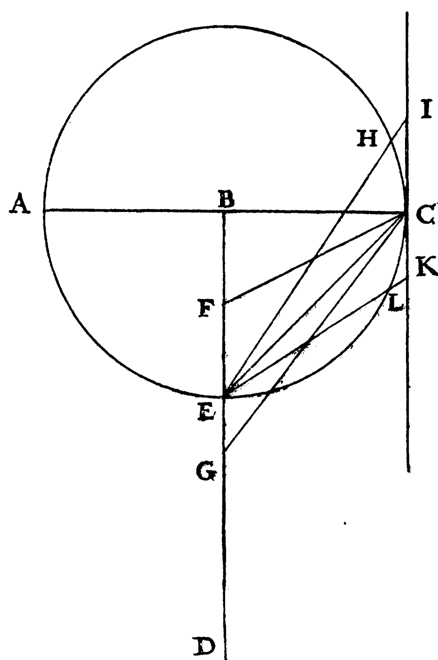
Intelligatur, tempus per AB *esse ut* AB; *erit quoque tempus motus in horizontali* BC, *cum* BC *dupla sit ad* AB, *et per ambo spatia* ABC *tempus erit dupla* BA. *Sit* BO *media inter* EB, BA; *erit* BO *tempus casus per* EB: *sit praeterea horizontale spatium* BD *duplum ipsius* BE; *constat, tempus ipsius post casum* EB *esse idem* BO. *Fiat ut* DB *ad* BC, *seu ut* EB *ad* BA, *ita* OB *ad* BN, *et cum motus in horizontali sit aequabilis, sitque* OB *tempus per* BD *post casum ex* E: *erit* NB *tempus per* BC *post casum ex eadem altitudine* E. *Ex quo constat,* OB *cum* BN *esse tempus per* EBC; *cumque dupla* BA *sit tempus per* ABC, *ostendendum relinquitur,* OB *cum* BN *maiora esse quam dupla* BA. *Cum autem* OB *media sit inter* EB, BA, *ratio* EB *ad* BA *dupla est rationis* OB *ad* BA; *et cum* EB *ad* BA *sit ut* OB *ad* BN, *erit quoque ratio* OB *ad* BN *dupla rationis* OB *ad* BA: *verum ipsa ratio* OB *ad* BN *componitur ex rationibus* OB *ad* BA *et* AB *ad* BN: *ergo ratio* AB *ad* BN *est eadem cum ratione* OB *ad* BA. *Sunt igitur* BO, BA, BN *tres continue proportionales, et* OB *cum* BN *maiores quam dupla* BA: *ex quo patet propositum.*

3. *Sit horizontale planum, in.* Tra *planum* ed *in* leggesi, cancellato, «bd». — 4. *perpendiculum* be *in — dimidium* bc — 11-14. *Sit sumpta maior vel minor* eb: *ostendendum.* Tra *Sit* e *sumpta* leggesi, cancellato, *primum.* — 17-18. *tempus erit ut* bc. *Sit* — 20-21. *Fiat ut* eb *ad* ba, *ita* — 23-24. *cumque* bc, *nempe dupla* ba, *sit.* Le parole *nempe dupla* ba sono aggiunte fra le righe. — 25. Dopo *dupla* ba leggesi, cancellato: *Cum autem* db *dupla sit* be, *et* cb *dupla* ba, *erit ut.* — 27. *ut* ob *ad* bn, *ratio autem* be *ad* ba *dupla sit rationis* ob *ad* ba, *erit* — 30. *igitur 4* eb, bo, ba, bn *continue* — 31. Le parole *ex quo patet propositum* mancano nella bozza autografa. —

THEOREMA XIX, PROPOSITIO XXX.

Si ex aliquo puncto lineae horizontalis descendat perpendiculum, ex alio vero puncto in eadem horizontali sumpto ducendum sit planum usque ad perpendiculum, per quod mobile tempore brevissimo usque ad perpendiculum descendat; tale planum erit illud quod de perpendiculo abscindit partem aequalem distantiae puncti accepti in horizontali a termino perpendiculi.

Sit perpendiculum BD, *ex puncto* B *horizontalis lineae* AC *descendens, in qua sit quodlibet punctum* C, *et in perpendiculo ponatur distantia* BE *aequalis distantiae* BC, *et ducatur* CE: *dico, planorum omnium ex puncto* C *usque ad perpendiculum inclinatorum,* CE *esse illud super quo tempore omnium brevissimo fit descensus usque ad perpendiculum. Inclinentur enim, supra et infra, plana* CF, CG, *et ducatur* IK, *circulum semidiametro* BC *descriptum tangens in* C, *quae erit perpendiculo aequidistans; et ipsi* CF *parallela sit* EK, *usque ad tangentem protracta, secans circumferentiam circuli in* L: *constat, tempus casus per* LE *esse aequale tempori casus per* CE: *sed tempus per* KE *est longius quam per* LE: *ergo tempus per* KE *longius est quam per* CE. *Sed tempus per* KE *aequatur tempori per* CF, *cum sint aequales et secundum eandem inclinationem ductae; similiter, cum* CG *et* IE *sint aequales et iuxta eandem inclinationem inclinatae, tempora lationum per ipsas erunt aequalia: sed tempus per* HE, *breviorem ipsa* IE, *est brevius tempore per* IE: *ergo tempus quoque per* CE *(quod aequatur tempori per* HE) *brevius erit tempore per* IE. *Patet ergo propositum.*

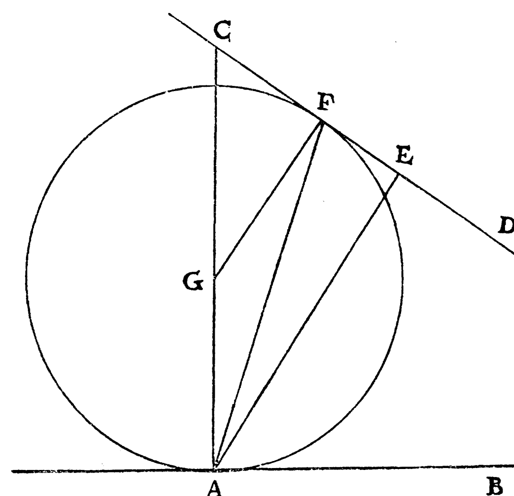


THEOREMA XX, PROPOSITIO XXXI.

Si linea recta super horizontalem fuerit utcunque inclinata, planum a dato puncto in horizontali usque ad inclinatam extensum, in quo de-

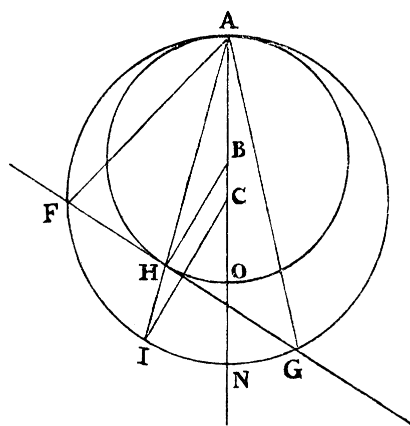
scensus fit tempore omnium brevissimo, est illud quod bifariam dividit angulum contentum a duabus perpendicularibus a dato puncto extensis, una ad horizontalem lineam, altera ad inclinatam.

Sit CD *linea supra horizontalem* AB *utcunque inclinata, datoque in horizontali quocunque puncto* A, *educantur ex eo* AC *perpendicularis ad* AB, AE *vero perpendicularis ad* CD, *et angulum* CAE *bifariam dividat* FA *linea: dico, planorum omnium ex quibuslibet punctis lineae* CD *ad punctum* A *inclinatorum, extensum per* FA *esse in quo, tempore omnium brevissimo fiat descensus. Ducatur* FG *ipsi* AE *parallela; erunt anguli* GFA, FAE *coalterni aequales: est autem* EAF *ipsi* FAG *aequalis: ergo trianguli latera* FG, GA *aequalia erunt. Si itaque centro* G, *intervallo* GA, *circulus describatur, transibit per* F, *et horizontalem et inclinatam tanget in punctis* A, F; *est enim angulus* GFC *rectus, cum* GF *ipsi* AE *sit aequidistans: ex quo constat, lineas omnes usque ad inclinatam ex puncto* A *productas extra circumferentiam extendi, et, quod consequens est, lationes per ipsas longiori tempore absolvi quam per* FA. *Quod erat demonstrandum.*



LEMMA.

Si duo circuli se se intus contingant, quorum interiorem quaelibet linea recta contingat, exteriorem vero secet, tres lineae a contactu circulorum ad tria puncta rectae lineae tangentis, nempe ad contactum interioris circuli et ad sectiones exterioris, protractae, angulos in contactu circulorum aequales continebunt.



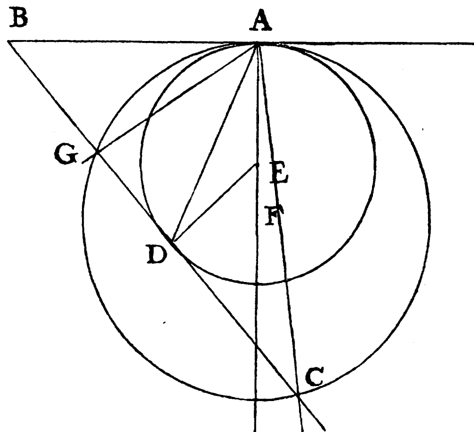
Tangant se intus in puncto A *duo circuli, quorum centra,* B *minoris,* C *maioris;*

24. Nel cod. A, a car. 33*t*., si trova, disegnata di mano di Galileo (come si arguisce dalla forma delle lettere), la figura relativa a questo Lemma.

interiorem vero circulum contingat recta quaelibet linea FG *in puncto* H, *maiorem autem secet in punctis* F, G; *et connectantur tres lineae* AF, AH, AG: *dico, angulos ab illis contentos* FAH, GAH *esse aequales. Extendatur* AH *usque ad circumferentiam in* I, *et ex centris producantur* BH, CI, *et per eadem centra ducta sit* BC, *quae extensa cadet in contactum* A *et in circumferentias circulorum in* O *et* N: *et quia anguli* ICN, HBO *aequales sunt, cum quilibet ipsorum duplus sit anguli* IAN, *erunt lineae* BH, CI *parallelae. Cumque* BH, *ex centro ad contactum, sit perpendicularis ad* FG, *erit quoque ad eandem perpendicularis* CI, *et arcus* FI *arcui* IG *aequalis, et, quod consequens est, angulus* FAI *angulo* IAG. *Quod erat ostendendum.*

Theorema XXI, Propositio XXXII.

Si in horizonte sumantur duo puncta, et ab altero ipsorum quaelibet linea versus alterum inclinetur, ex quo ad inclinatam recta linea ducatur, ex ea partem abscindens aequalem ei quae inter puncta horizontis intercipitur, casus per hanc ductam citius absolvetur quam per quascunque alias rectas ex eodem puncto ad eandem inclinatam protractas. In aliis autem, quae per angulos aequales hinc inde ab hac distiterint, casus fiunt temporibus inter se aequalibus.



Sint in horizonte duo puncta A, B, *et ex* B *inclinetur recta* BC, *in qua ex termino* B *sumatur* BD, *ipsi* BA *aequalis, et iungatur* AD: *dico, casum per* AD *velocius fieri quam per quamlibet ex* A *ad inclinatam* BC *productam. Ex punctis enim* A, D

Delle lin. 12 e seg., fino alla lin. 13 della pag. 254, si ha nel cod. A, a car. 168*r*., della mano giovanile di Galileo, una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del Guiducci, a car. 33*r*. dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti: 12-14. *quaelibet linea inclinetur, ad quam ex altero puncto orizontis altera recta ducatur, ex ea secans partem aequalem.* Tra *inclinetur* e *ad* si legge, cancellato: *in qua sumatur a termino in orizonte pars aequalis ei quae inter puncta in orizonte signata intercipitur, et ad.* — 14-15. *orizontis* — 15. *absolvitur* — 16. *eandem lineam inclinatam* — 18-19. *aequales supra et infra ab.* Tra *infra* ed *ab* si legge, cancellato, *hanc.* — 20. *temporibus aequalibus* — 21. *in linea orizontali duo* — 22. *et a* b *inclinetur* — 24. Dopo « *iungatur* ad » leggesi, cancellato, *a qua per angulos aequales dirimantur duae* ag, ac. — 27. Dopo *productam* si legge, cancellato, *et insuper tempora casuum per* ag, ac *esse aequalia.* — pag. 254, lin. 3. *intervallo autem* ea —

ad ipsas BA, BD perpendiculares ducantur AE, DE, se se in E secantes: et quia in triangulo aequicruri ABD anguli BAD, BDA sunt aequales, erunt reliqui ad rectos DAE, EDA aequales; ergo, centro E, intervallo EA, descriptus circulus per D quoque transibit, et lineas BA, BD tanget in punctis A, D. Et cum A sit terminus perpendiculi AE, casus per AD citius absolvetur quam per quamcunque aliam ex eodem termino A usque ad lineam BC ultra circumferentiam circuli extensam: quod erat primo ostendendum.

Quod si, extenso perpendiculo AE, in eo sumatur quodvis centrum F, et secundum intervallum FA circulus AGC describatur, tangentem lineam in punctis G, C secans, iunctae AG, AC per angulos aequales a media AD, ex ante demonstratis, dirimentur; et per ipsas, lationes temporibus aequalibus absolventur, cum ex puncto sublimi A ad circumferentiam circuli AGC terminentur.

Problema XII, Propositio XXXIII.

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur mobile, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum conficiat tempore eodem, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculum et planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, AB, AC: oportet, in perpendiculo BA, producto ex parte A, punctum reperire, ex quo descendens mobile conficiat spatium AC eodem tempore, quo conficit datum perpendiculum AB ex quiete in A. Ponatur DCE ad angulos rectos ad AC, et secetur CD aequalis AB, et iungatur AD: erit angulus ADC maior angulo CAD (est enim CA maior quam AB, seu CD). Fiat angulus DAE aequalis angulo ADE, et ad ipsam AE perpendicularis

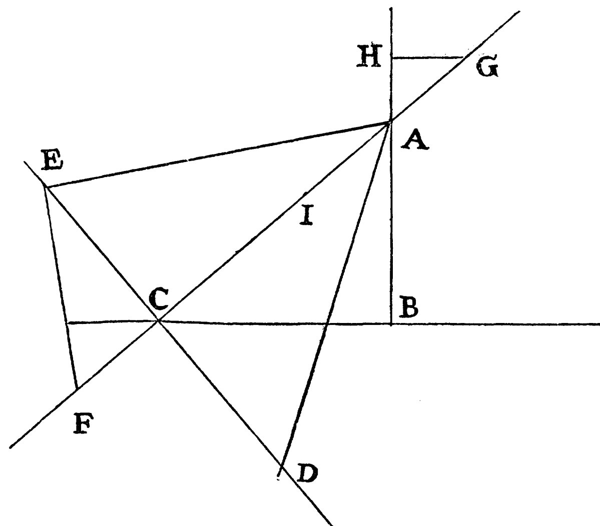
6. *quamcumque* — 7-8. *primo demonstrandum. Quod si in perpendiculo* ae *sumatur infra* e *quodcumque centrum* — 9-10. *describatur, lineam* bc *in punctis.* Tra *describatur* e *lineam* si legge, cancellato, *iunctis.* — 10-13. *aequales, ex antedemonstratis, a media* ad *dirimentur; et patet, per ipsas eodem tempore fieri motum, cum ex apice perpendiculi ad circumferentiam* agc *sint ductae.* —

Alla lin. 12 la stampa originale legge, per errore, *circuli AGO.*

Delle lin. 15 e seg., fino alla lin. 21 della pag. 255, si ha nel cod. A, a car. 161*t.*, una bozza autografa, la quale presenta le seguenti varianti:

18-19. *ipsum planum inclinatum conficiat eodem tempore, quo* — 20. *perpendiculus* — 21-22. *ex* a *in* h, *punctum invenire, ex quo demissum mobile* — 23. ~~*conficit perpendiculum*~~ — 23-24. *ad rectos angulos ad* — 24-26. *iungatur* ad, *quae maior erit ipsa* dc, *et angulus* adc

sit EF, *plano inclinato et utrinque extenso occurrens in* F, *et utraque* AI, AG *ponatur ipsi* CF *aequalis, et per* G *ducatur* GH, *horizonti aequidistans: dico,* H *esse punctum quod quaeritur.*



Intelligatur enim, tempus casus per perpendiculum AB *esse* AB; *erit tempus per* AC *ex quiete in* A *ipsamet* AC: *cumque in triangulo rectangulo* AEF *ab angulo recto* E *perpendicularis ad basim* AF *sit acta* EC, *erit* AE *media inter* FA, AC, *et* CE *media inter* AC, CF, *hoc est inter* CA, AI: *et cum ipsius* AC *tempus ex* A *sit* AC, *erit* AE *tempus totius* AF, *et* EC *tempus ipsius* AI. *Quia vero in triangulo aequicruri* AED *latus* AE *est aequale lateri* ED, *erit* ED *tempus per* AF: *et est* EC *tempus per* AI: *ergo* CD, *hoc est* AB, *erit tempus per* IF *ex quiete in* A: *quod idem est ac si dicamus,* AB *esse tempus per* AC *ex* G, *seu ex* H: *quod erat faciendum.*

Problema XIII, Propositio XXXIV.

Dato plano inclinato et perpendiculo, quorum idem sit sublimis terminus, punctum sublimius in perpendiculo extenso reperire, ex quo mobile decidens, et per planum inclinatum conversum, utrumque conficiat tempore eodem ac solum planum inclinatum ex quiete in eius superiori termino.

Sint planum inclinatum et perpendiculum AB, AC, *quorum idem sit terminus* A: *oportet, in perpendiculo ad partes* A *extenso punctum sublime repe-*

maior angulo cad. *Fiat* — 1. *inclinato et extenso* — 2-3. *per* g *orizonti aequidistans* gh: *dico* — 8-10. *ex* a *ipsa* ac: *cumque* — 21. *quod erat determinandum.*

Delle lin. 23 e seg., fino alla lin. 33 della pag. 257, si ha, nel cod. A, a car. 93*t.*, una bozza autografa, la quale porta, sempre della mano di Galileo, l'indicazione «Scritta»; e delle lin. 23-26 di questa pag. 255 si ha una bozza, pure autografa, nel medesimo cod. A, a car. 74*t.*, con premessavi l'intitolazione «*Propositio*». Le due bozze sono, nella parte comune, interamente conformi, e presentano le seguenti varianti a confronto della stampa:

23-24. *quorum eadem sit elevatio, punctum sublime in perpendiculo reperire* — 27-28. *quorum eadem sit elevatio, nempe* ac: *oportet* — pag. 256, lin. 2-3. *ac si ex quiete in* a *per*

rire, ex quo mobile decidens et per planum AB *conversum, partem assumptam perpendiculi et planum* AB *conficiat tempore eodem ac solum planum* AB *ex quiete in* A. *Sit horizontalis linea* BC, *et secetur* AN *aequalis* AC; *et ut* AB *ad* BN, *ita fiat* AL *ad* LC; *et ipsi* AL *ponatur aequalis* AI, *et ipsarum* AC, BI *tertia proportionalis sit* CE, *in perpendiculo* AC *producto signata: dico,* CE *esse spatium quaesitum, adeo ut, extenso perpendiculo supra* A *et assumpta parte* AX *ipsi* CE *aequali, mobile ex* X *conficiet utrumque spatium* XAB *aequali tempore ac solum* AB *ex* A.

Ponatur horizontalis XR *aequidistans* BC, *cui occurrat* BA *extensa in* R; *deinde, producta* AB *in* D, *ducatur* ED *aequidistans* CB, *et supra* AD *semicirculus describatur, et ex* B *ipsi* DA *perpendicularis erigatur* BF *usque ad circumferentiam: patet,* FB *esse mediam inter* AB, BD, *et ductam* FA *mediam inter* DA, AB. *Ponatur* BS *aequalis* BI, *et* FH *aequalis* FB: *et quia ut* AB

solum planum ab *descenderet. Sit* — 4. Tra *et* ed *ipsarum* si legge, cancellato, *quam proportionem habet* ac *ad* bi. — 6. Tra « *supra* a » ed *et* si legge, cancellato, *et in eo posita parte.* — 9. Le parole da *Ponatur* a « *extensa in* r » sono sostituite a queste altre, che leggonsi cancellate: *Ponatur* bs *aequalis* be, *seu* cg (*constat enim, eas esse inter se aequales, cum sint mediae inter* ac, ce). — 10-11. *supra* ad *semicirculus describatur* è sostituito a *supra* ad, ae *semicirculi describantur,* che leggesi cancellato. — 12. Tra *circumferentiam* e *patet* leggesi, cancellato: *extendaturque* bc *usque ad alteram circumferentiam in* g: *constat,* cg *esse mediam inter* ac, ce, *et ideo aequalem ipsi* bi. Dopo *patet* segue, cancellato, *similiter.* — 13. Dopo « bi » segue, cancellato, *seu* cg. — pag. 257, lin. 2. Tra « *ita* fb *ad* » e « bs » leggesi, cancellato,

ad BD, *ita* AC *ad* CE, *estque* BF *media inter* AB, BD, *et* BI *media inter* AC, CE, *erit ut* BA *ad* AC, *ita* FB *ad* BS; *et cum sit ut* BA *ad* AC, *seu ad* AN, *ita* FB *ad* BS, *erit, per conversionem rationis,* BF *ad* FS *ut* AB *ad* BN, *hoc est* AL *ad* LC. *Rectangulum igitur sub* FB, CL *aequatur rectangulo sub* AL, SF; *hoc autem rectangulum* AL, SF *est excessus rectanguli sub* AL, FB, *seu* AI, BF, *super rectangulo* AI, BS, *seu* AIB; *rectangulum vero* FB, LC *est excessus rectanguli* AC, BF *super rectangulo* AL, BF; *rectangulum autem* AC, BF *aequatur rectangulo* ABI (*est enim ut* BA *ad* AC, *ita* FB *ad* BI): *excessus igitur rectanguli* ABI *super rectangulo* AI, BF, *seu* AI, FH, *aequatur excessui rectanguli* AI, FH *super rectangulo* AIB: *ergo bina rectangula* AI, FH *aequantur duobus* ABI, AIB, *nempe binis* AIB *cum quadrato* BI. *Commune sumatur quadratum* AI: *erunt bina rectangula* AIB *cum duobus quadratis* AI, IB, *nempe quadratum ipsum* AB, *aequale binis rectangulis* AI, FH *cum quadrato* AI. *Communiter rursus assumpto quadrato* BF, *erunt duo quadrata* AB, BF, *nempe unicum quadratum* AF, *aequale binis rectangulis* AI, FH *cum duobus quadratis* AI, FB, *id est* AI, FH. *Verum idem quadratum* AF *aequale est binis rectangulis* AHF *cum duobus quadratis* AH, HF; *ergo bina rectangula* AI, FH *cum quadratis* AI, FH *aequalia sunt binis rectangulis* AHF *cum quadratis* AH, HF; *et dempto communi quadrato* HF, *bina rectangula* AI, FH *cum quadrato* AI *erunt aequalia binis rectangulis* AHF *cum quadrato* AH. *Cumque rectangulorum omnium* FH *sit latus commune, erit linea* AH *aequalis lineae* AI: *si enim maior vel minor esset, rectangula quoque* FHA *et quadratum* HA *maiora vel minora essent rectangulis* FH, IA *et quadrato* IA, *contra id quod demonstratum est. Modo si intelligamus, tempus casus per* AB *esse ut* AB, *tempus per* AC *erit ut* AC, *et ipsa* IB, *media inter* AC, CE, *erit tempus per* CE, *seu per* XA *ex quiete in* X: *cumque inter* DA, AB, *seu* RB, BA, *media sit* AF, *inter vero* AB, BD, *id est* RA, AB, *media sit* BF, *cui aequatur* FH, *erit, ex praedemonstratis, excessus* AH *tempus per* AB *ex quiete in* R, *seu post casum ex* X, *dum tempus eiusdem* AB *ex quiete in* A *fuerit* AB. *Tempus igitur per* XA *est* IB; *per* AB *vero post* RA, *seu post* XA, *est* AI; *ergo tempus per* XAB *erit ut* AB, *idem nempe cum tempore per solam* AB *ex quiete in* A. *Quod erat propositum.*

« cg *et ad* ». — 2. *seu* an, *ita* — 8. Tra « *ita* fb *ad* » e « bi » leggesi, cancellato, « cg, *idest ad* ». — 11. *nempe duobus* aib *cum* — *Comune* — 14. *Comuniter* — 22. *comune* — *aequalis ipsi* ai: *si* — 26. *per* ac *erit* ac, *et* — 31. *seu* xa, *est* — 31-33. *ergo patet propositum* —

Problema XIV, Propositio XXXV.

Data inflexa ad datum perpendiculum, partem in inflexa accipere, in qua sola, ex quiete, fiat motus eodem tempore atque in eadem cum perpendiculo.

Sit perpendiculum AB, *et ad ipsum inflexa* BC: *oportet, in* BC *partem accipere, in qua sola, ex quiete, fiat motus eodem tempore ac in eadem cum perpendiculo* AB. *Ducatur horizon* AD, *cui inclinata* CB *extensa occurrat in* E, *ponaturque* BF *aequalis* BA, *et, centro* E, *intervallo* EF, *circulus describatur* FIG, *et* FE *ad circumferentiam usque protrahatur in* G, *et ut* GB *ad* BF, *ita fiat* BH *ad* HF, *et* HI *circulum tangat in* I; *deinde ex* B *perpendicularis ad* FC *erigatur* BK, *cui occurrat in* L *linea* EIL; *tandem ipsi* EL *perpendicularis ducatur* LM, *occurrens* BC *in* M: *dico, in linea* BM *ex quiete in* B *fieri motum eodem tempore ac ex quiete in* A *per ambas* AB, BM. *Ponatur* EN *aequalis* EL; *cumque ut* GB *ad* BF, *ita sit* BH *ad* HF, *erit, permutando, ut* GB *ad* BH, *ita* BF *ad* FH, *et, dividendo,* GH *ad* HB, *ut* BH *ad* HF; *quare rectangulum* GHF *quadrato* HB *erit aequale : sed idem rectangulum aequatur quoque quadrato* HI : *ergo* BH *ipsi* HI *est aequalis. Cumque in quadrilatero* ILBH *latera* HB, HI *sint aequalia, et anguli* B, I *recti, erit latus quoque* BL *ipsi* LI *aequale :*

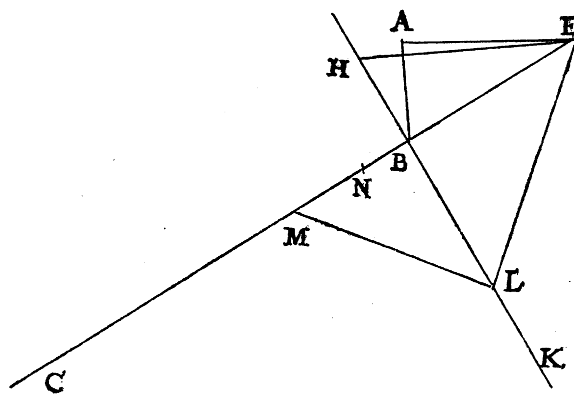
Delle lin. 2 e seg., fino alla lin. 12 della pag. 259, si ha nel cod. A, a car. 142*r.*, una bozza autografa, della quale è, di mano del Guiducci, una copia, diversa soltanto in due luoghi, nello stesso cod. A, a car. 51*r.* Questi manoscritti presentano le seguenti varianti a confronto della stampa:

3. *sola fiat* — 5. *perpendiculus* — 6. *sola fiat* — 8. *orizon* — 9-10. cb *occurrat.* Nella copia del Guiducci tra « cb » e *occurrat* è aggiunto fra le linee, della sua stessa mano, *extensa.* — 11-12. Tra « ba » ed *et* si legge, cancellato, *et extensa* fc, *fiat* eg *aequalis* ef. *Et ut* gb *ad* bf, *ita fiat* bc *ad* hf — 22. *in* l eil; *tandem* — 23. *ex* b *fieri* — 24. *ex* a *per ambas* abm. *Ponatur* —

est autem EI *aequalis* EF : *ergo tota* LE, *seu* NE, *duabus* LB, EF *est aequalis. Auferatur communis* EF ; *erit reliqua* FN *ipsi* LB *aequalis : at posita est* FB *aequalis ipsi* BA : *ergo* LB *duabus* AB, BN *aequatur. Rursus, si intelligatur, tempus per* AB *esse ipsam* AB, *erit tempus per* EB *ipsi* EB *aequale ; tempus autem per totam* EM *erit* EN, *media scilicet inter* ME, EB ; *quare reliquae* BM *tempus casus post* EB, *seu post* AB, *erit ipsa* BN : *positum autem est, tempus per* AB *esse* AB : *ergo tempus casus per ambas* ABM *est* ABN. *Cum autem tempus per* EB *ex quiete in* E *sit* EB, *tempus per* BM *ex quiete in* B *erit media proportionalis inter* BE, BM ; *haec autem est* BL ; *tempus igitur per ambas* ABM *ex quiete in* A *est* ABN : *tempus vero per* BM *solam ex quiete in* B *est* BL ; *ostensum autem est,* BL *esse aequalem duabus* AB, BN ; *ergo patet propositum.*

Aliter, magis expedite.

Sit BC *planum inclinatum,* BA *perpendiculum. Ducta perpendiculari per* B *ad* EC, *et utrinque extensa, ponatur* BH *aequalis excessui* BE *super* BA, *et angulo* BHE *ponatur aequalis angulus* HEL; *ipsa vero* EL *extensa occurrat* BK *in* L, *et ex* L *excitetur perpendicularis ad* EL, LM, *occurrens* BC *in* M : *dico,* BM *esse spatium in plano* BC *quaesitum. Quia enim angulus* MLE *rectus est, erit* BL *media inter* MB, BE, *et* LE *media inter* ME, EB, *cui* EL *secetur aequalis* EN ; *et erunt tres lineae* NE, EL, LH *aequales, et* HB *erit excessus* NE *super* BL : *verum eadem* HB *est etiam excessus* NE *super* NB, BA : *ergo duae* NB, BA *aequales sunt* BL. *Quod si ponatur,* EB *esse tempus per* EB, *erit* BL *tempus per* BM *ex quiete in* B, *et* BN *erit tempus eiusdem post* EB, *seu post* AB, *et* AB *erit tempus per* AB : *ergo tempora per* ABM, *nempe* ABN, *aequalia sunt tempori per solam* BM *ex quiete in* B : *quod est intentum.*



2. *Auferat* [sic] *communis* ef; *ergo reliqua* fn *ipsi* lb *aerit* [sic] *aequalis* — 3. *est* fb *ipsi* ba *aequalis : ergo* — 6. Tra *tempus* e *casus* leggesi, cancellato, *erit* bn. — Tra « eb » e *seu* si legge, cancellato, *erit ipsa* bn, *seu.* — 6-7. *positum est autem, tempus.* La copia del Guiducci è conforme alla stampa. — 11-12. *aequalem duobus* —

LEMMA.

Sit DC *ad diametrum* BA *perpendicularis, et a termino* B *educatur* BED *utcunque, et connectatur* FB: *dico,* FB *inter* DB, BE *esse mediam. Connectatur* EF, *et per* B *ducatur tangens* BG, *quae erit ipsi* CD *parallela; quare angulus* DBG *angulo* FDB *erit aequalis: at eidem* GBD *aequatur quoque angulus* EFB *in portione alterna: ergo similia sunt triangula* FBD, FEB, *et ut* BD *ad* BF, *ita* FB *ad* BE.

LEMMA.

Sit linea AC *maior ipsa* DF, *et habeat* AB *ad* BC *maiorem rationem quam* DE *ad* EF: *dico,* AB *ipsa* DE *esse maiorem. Quia enim* AB *ad* BC *maiorem rationem habet quam* DE *ad* EF; *quam rationem habet* AB *ad* BC, *hanc habebit* DE *ad minorem quam* EF. *Habeat ad* EG: *et quia* AB *ad* BC *est ut* DE *ad* EG, *erit, componendo et per conversionem rationis, ut* CA *ad* AB, *ita* GD *ad* DE: *est autem* CA *maior* GD: *ergo* BA *ipsa* DE *maior erit.*

LEMMA.

Sit circuli quadrans ACIB; *et ex* B, *ipsi* AC *parallela,* BE; *et ex quovis centro in ea sumpto circulus* BOES *descriptus, tangens* AB *in* B, *et secans*

Delle lin. 2–11 si ha una bozza autografa, interamente conforme alla stampa, nel cod. A, a car. 172*t*.

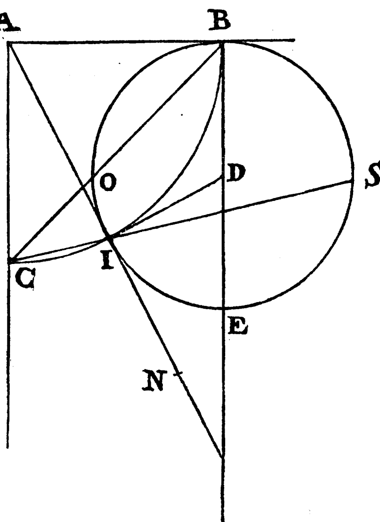
Delle lin. 13–19 si ha una bozza nel cod. A, a car. 185*r*., ed un'altra nello stesso codice, a car. 172*t*. Tutt'e due sono della mano giovanile di Galileo; ma per la forma del carattere, e soprattutto per il fatto che a car. 185*r*. si legge soltanto tale Lemma, mentre a car. 172*t*. esso è scritto di séguito all'altro Lemma che anche nella stampa gli precede, si può tenere questa bozza come posteriore a quella. Esse sono tra di loro conformi (fuorchè la bozza a car. 185*r*. presenta, come noteremo, due cancellature, che non sono nell'altra), ed offrono le seguenti varianti a confronto della stampa:

14. *ipsa* de *maiorem esse. Quia* — 15–16. Nella prima bozza, dopo « *ad* ef » si legge, cancellato, *quam rationem habebit,* e dopo *rationem* (lin. 16) è ripetuto (e pur cancellato) *habebit.* — 17. *quam* ef. *Sit* eg: *et* — 18. *erit ut* ca — 19. *ergo et* ba *ipsa* —

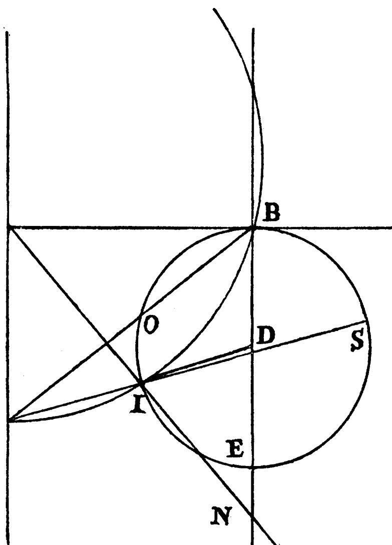
Delle lin. 21–22 della presente pagina e 1–28 della pag. 261 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 163*r*., la quale presenta le seguenti varianti:

lin. 21–22 e lin. 1–3 della pag. 261. *parallela, ducatur* be; *et in ea assumpto centro, circulus* boes *describat* [sic], *ita ut secet circumferentiam quadrantis, quod sit in* i; *et connectatur* cb *et* ci, *quae usque ad* s *extendatur: dico, lineam* ci *ipsa* co *semper esse minorem. Iungatur* —

circumferentiam quadrantis in I; *et iuncta sit* CB, *et* CI *usque ad* S *extensa: dico, lineam* CI *minorem semper esse ipsa* CO. *Iungatur* AI, *quae circulum* BOE *tanget. Si enim ducatur* DI, *erit aequalis ipsi* DB; *cum vero* DB *quadrantem tangat, tanget etiam eumdem* DI *et ad diametrum* AI *erit perpendicularis; quare et ipsa* AI *circulum* BOE *tanget in* I. *Et quia angulus* AIC *maior est angulo* ABC, *cum maiori insistat peripheriae, ergo angulus quoque* SIN *ipso* ABC *maior erit: quare portio* IES *maior est portione* BO, *et linea* CS, *centro vicinior, maior ipsa* CB: *quare et* CO *maior* CI, *cum* SC *ad* CB *sit ut* OC *ad* CI.



Idem autem magis accidet, si (ut in altera figura) BIC *quadrante fuerit minor. Nam perpendicularis* DB *circulum secabit* CIB; *quare* DI *quoque, cum ipsi* DB *sit aequalis; et angulus* DIA *erit obtusus, et ideo* AIN *circulum quoque* BIE *secabit. Cumque angulus* ABC *minor sit angulo* AIC, *qui aequatur ipsi* SIN; *iste autem est adhuc minor eo qui ad contactum in* I *fieret per lineam* SI; *ergo portio* SEI *est longe maior portione* BO: *unde etc. Quod erat demonstrandum.*



Theorema XXII, Propositio XXXVI.

Si in circulo ad horizontem erecto ab imo puncto elevetur planum non maiorem subtendens circumferentiam quadrante, a terminis cuius duo

4-5. *enim iungatur* di, *erit* — 5-7. *vero* db *tangat quadrantem, tanget etiam* di; *ergo ad* — 8-9. *tanget. Et* — 10. *periferiae* — 14-16. *maior* ci, *cum* □ bco *sit aequale* □ sci. *Idem.* Si noti che le parole da *cum* a « sci » sono cancellate, e che dopo « *maior* ci » è richiamata un'aggiunta marginale, la quale forse conteneva il testo della stampa, ma è così cancellata da non potersi leggere. —
Alla lin. 22 abbiamo corretto *BIE* in luogo di *BIN*, che si legge nella stampa. Anche la bozza autografa ha « bin », ma nella figura della bozza la lettera « n » designa l'intersezione del prolungamento di « ai » col cerchio.

alia plana ad quodlibet circunferentiae punctum inflectantur, descensus in planis ambobus inflexis breviori tempore absolvetur, quam in solo priori plano elevato, vel quam in altero tantum ex illis duobus, nempe in inferiori.

Sit circuli ad horizontem erecti ab imo puncto C *circunferentia* CBD, *non maior quadrante, in qua sit planum elevatum* CD, *et duo plana a terminis* D, C *inflexa ad quodlibet punctum* B, *in circunferentia sumptum: dico, tempus descensus per ambo plana* DBC *brevius esse tempore descensus per solum* DC, *vel per unicum* BC *ex quiete in* B. *Ducta sit per* D *horizontalis* MDA, *cui* CB *extensa occurrat in* A; *sintque* DN, MC *ad* MD, *et* BN *ad* BD *perpendiculares, et circa triangulum rectangulum* DBN *semicirculus describatur* DFBN, *secans* DC *in* F; *et ipsarum* CD, DF *media sit proportionalis* DO, *ipsarum autem* CA, AB *media sit* AV. *Sit autem* PS *tempus quo peragitur tota* DC, *vel* BC (*constat enim, tempore eodem peragi utramque*), *et quam rationem habet* CD *ad* DO, *hanc habeat tempus* SP *ad tempus* PR: *erit tempus* PR *id, in quo mobile ex* D *peragit* DF; RS *vero id, in quo reliquum* FC. *Cum vero* PS *sit quoque tempus quo mobile ex* B *peragit* BC, *si fiat ut* BC *ad* CD, *ita* SP *ad* PT, *erit* PT *tempus casus ex* A *in* C, *cum* DC *media sit inter* AC, CB, *ex ante demonstratis. Fiat tandem ut* CA *ad* AV, *ita* TP *ad* PG: *erit* PG *tempus quo mobile ex* A *venit in* B, GT *vero tempus residuum motus* BC *consequentis post motum ex* A *in* B. *Cum vero* DN, *circuli* DFN *diameter, ad horizontem sit erecta, temporibus aequalibus peragentur* DF *et* DB *lineae: quare si demonstratum*

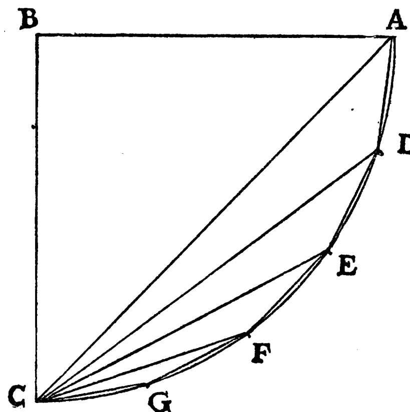
Delle lin. 5 e seg., fino alla lin. 19 della pag. 263, si ha nel cod. A, a car. 163*r.*, una bozza autografa, della quale è una copia esatta, di mano del Guiducci, a car. 59*r.* e *t.* dello stesso codice. La bozza autografa presenta le seguenti varianti:

5-14. *Sit circuli circumferentia* cbd, *et diameter* mc *ad orizontem erecta, et ducatur* dc, *non maior subtendente quadrantem, et a terminis* d, c *aliae duae ad quodcumque punctum* b: *dico, mobile ex termino* d *ferri* [tra « d » e *ferri* leggesi, cancellato, *velocius*] *per duas* db, bc *lineas tempore breviori quam per* dc *ex eodem termino* d, *vel per solam* bc *ex termino* b. *Ducta sit per* d, *ipsi* cm *perpendicularis,* mda, *cui* — 15-17. *in* a; *sitque* dn *ipsi* mc *parallela, et* bn *ad* bd *perpendicularis, et* — 20. *autem* ca, ab, av. *Sit* — 21. *enim, eodem tempore peragi* — 30. df, db —

fuerit, mobile citius permeare BC *post casum* DB, *quam* FC *post peractam* DF, *habebimus intentum. At eadem temporis celeritate conficit mobile veniens ex* D *per* DB *ipsam* BC, *ac si venerit ex* A *per* AB, *cum ex utroque casu* DB, AB *aequalia accipiat velocitatis momenta; ergo demonstrandum erit, breviori tempore peragi* BC *post* AB, *quam* FC *post* DF. *Explicatum est autem, tempus quo peragitur* BC *post* AB, *esse* GT; *tempus vero ipsius* FC *post* DF *esse* RS: *ostendendum itaque est,* RS *maius esse quam* GT. *Quod sic ostenditur: quia ut* SP *ad* PR, *ita* CD *ad* DO, *per conversionem rationis et convertendo, ut* RS *ad* SP, *ita* OC *ad* CD, *ut autem* SP *ad* PT, *ita* DC *ad* CA; *et quia est ut* TP *ad* PG, *ita* CA *ad* AV, *per conversionem rationis erit quoque ut* PT *ad* TG, *ita* AC *ad* CV; *ergo, ex aequali, ut* RS *ad* GT, *ita* OC *ad* CV: *est autem* OC *maior quam* CV, *ut mox demonstrabitur: ergo tempus* RS *maius est tempore* GT: *quod demonstrare oportebat. Cum vero* CF *maior sit* CB, FD *vero minor* BA, *habebit* CD *ad* DF *maiorem rationem quam* CA *ad* AB; *ut autem* CD *ad* DF, *ita quadratum* CO *ad quadratum* OF, *cum sint* CD, DO, DF *proportionales; ut vero* CA *ad* AB, *ita quadratum* CV *ad quadratum* VB; *ergo* CO *ad* OF *maiorem rationem habet quam* CV *ad* VB: *igitur, ex lemmate praedicto,* CO *maior est quam* CV. *Constat insuper, tempus per* DC *ad tempus per* DBC *esse ut* DOC *ad* DO *cum* CV.

SCHOLIUM.

Ex his quae demonstrata sunt, colligi posse videtur, lationem omnium velocissimam ex termino ad terminum non per brevissimam lineam, nempe per rectam, sed per circuli portionem, fieri. In quadrante enim BAEC, *cuius latus* BC *sit ad horizontem erectum, divisus sit arcus* AC *in quotcunque partes aequales,* AD, DE, EF, FG, GC, *et ductae sint rectae ex* C *ad puncta* A, D, E, F, G, *et iunctae sint rectae quoque* AD, DE, EF, FG, GC: *manifestum est, lationem*



1. *citius conficere* bc — 2-3. *celeritate conficiet mobile* bc *veniens ex* db, *ac si veniret ex* ab, *cum* — 8. *sic demonstratur: quia enim ut* — 10. *ita* cd *ad* ca; *et* — 12. Tra « cv » ed *est* si legge, cancellato: *oste... cum vero* cf *sit maior* cb — 14. *sit quam* cb — 18. *lemmate praedemonstrato,* co — 18-19. *Constat igitur, tempus* —

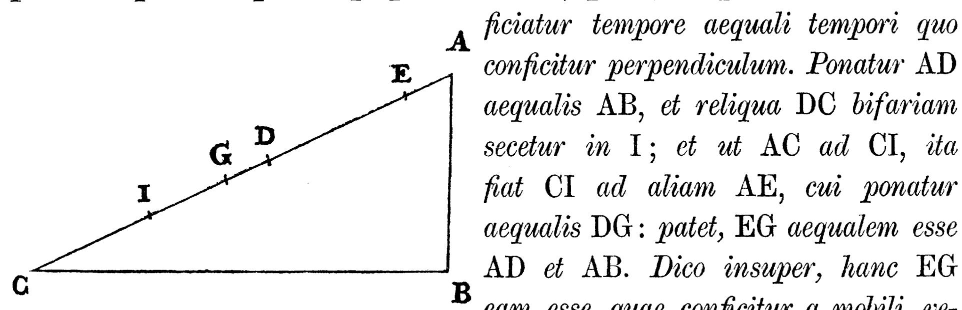
per duas ADC *citius absolvi quam per unam* AC, *vel* DC *ex quiete in* D. *Sed ex quiete in* A *citius absolvitur* DC *quam duae* ADC: *sed per duas* DEC *ex quiete in* A *verisimile est, citius absolvi descensum quam per solam* CD: *ergo descensus per tres* ADEC *absolvitur citius quam per duas* ADC. *Verum similiter, praecedente descensu per* ADE, *citius fit latio per duas* EFC *quam per solam* EC; *ergo per quatuor* ADEFC *citius fit motus quam per tres* ADEC. *Ac tandem per duas* FGC, *post praecedentem descensum per* ADEF, *citius absolvitur latio quam per solam* FC; *ergo per quinque* ADEFGC *breviori adhuc tempore fit descensus quam per quatuor* ADEFC. *Quo igitur per inscriptos polygonos magis ad circumferentiam accedimus, eo citius absolvitur motus inter duos terminos signatos* A, C.

Quod autem in quadrante explicatum est, contingit etiam in circumferentia quadrante minori; et idem est ratiocinium.

Problema XV, Propositio XXXVII.

Dato perpendiculo et plano inclinato, quorum eadem sit elevatio, partem in inclinato reperire, quae sit aequalis perpendiculo et conficiatur eodem tempore ac ipsum perpendiculum.

Sint AB *perpendiculum et* AC *planum inclinatum: oportet, in inclinato partem reperire aequalem perpendiculo* AB, *quae post quietem in* A *conficiatur tempore aequali tempori quo conficitur perpendiculum. Ponatur* AD *aequalis* AB, *et reliqua* DC *bifariam secetur in* I; *et ut* AC *ad* CI, *ita fiat* CI *ad aliam* AE, *cui ponatur aequalis* DG: *patet,* EG *aequalem esse* AD *et* AB. *Dico insuper, hanc* EG *eam esse, quae conficitur a mobili, veniente ex quiete in* A, *tempore aequali tempori quo mobile cadit per* AB. *Quia, enim, ut* AC *ad* CI, *ita* CI *ad* AE, *seu* ID *ad* DG, *erit, per con-*



6. *solam FC; ergo,* s —

Delle lin. 16 e seg., fino alla lin. 12 della pag. 265, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 79*r.*, la quale porta superiormente, sempre della mano di Galileo, la indicazione: « Scritta », e presenta le seguenti varianti:

18-22. *eodem tempore. Sint* ac, ab, *et ponatur* — 24-30. *ita sit* ci *ad* ae, *cui ponatur aequalis* dg: *erit* eg *aequalis* ad *et* ab. *Dico, hanc confici tempore aequali tempori* ab. *Quia* —

versionem rationis, ut CA *ad* AI, *ita* DI *ad* IG: *cum itaque sit ut totum* CA *ad totum* AI, *ita ablatum* CI *ad ablatum* IG, *erit reliquum* IA *ad reliquum* AG *ut totum* CA *ad totum* AI. *Est itaque* AI *media inter* CA, AG, *et* CI *media inter* CA, AE. *Si itaque ponatur, tempus per* AB *esse ut* AB, *erit* AC *tempus per* AC, *et* CI, *seu* ID, *tempus per* AE; *cumque* AI *media sit inter* CA, AG, *sitque* CA *tempus per totam* AC; *erit* AI *tempus per* AG, *et reliquum* IC *per reliquum* GC: *fuit autem* DI *tempus per* AE: *sunt itaque* DI, IC *tempora per utrasque* AE, CG: *ergo reliquum* DA *erit tempus per* EG, *aequale nempe tempori per* AB. *Quod faciendum fuit.*

Corollarium.

Ex his constat, spatium quaesitum esse intermedium inter partes superam et inferam, quae temporibus aequalibus conficiuntur.

Problema XVI, Propositio XXXVIII.

Datis duobus planis horizontalibus a perpendiculo sectis, in perpendiculo punctum sublime reperire, ex quo cadentia mobilia, et in planis horizontalibus reflexa, conficiant, in temporibus aequalibus temporibus casuum, in iisdem horizontalibus, in superiore nempe atque in inferiore, spatia quae inter se habeant quamcunque datam rationem minoris ad maiorem.

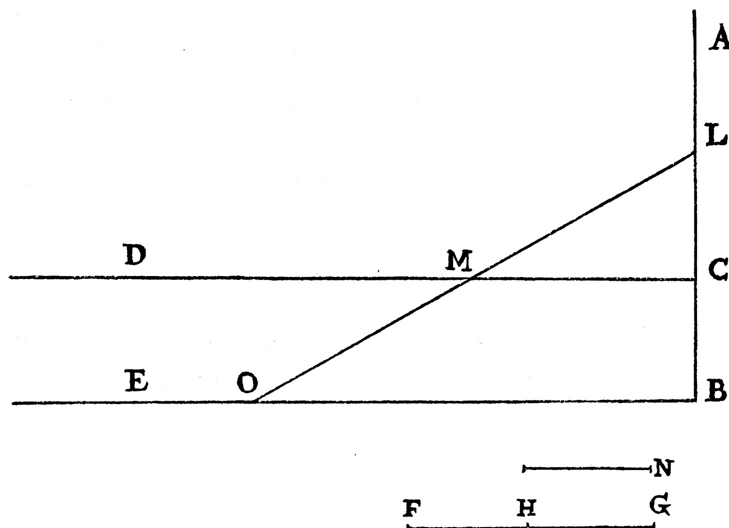
Secta sint plana horizontalia CD, BE *a perpendiculo* ACB, *sitque data ratio minoris ad maiorem,* N *ad* FG: *oportet, in perpendiculo* AB *punctum sublime reperire, ex quo mobile cadens, et in plano* CD *reflexum, tempore aequali tempori sui casus spatium conficiat, quod ad spatium confectum ab altero mobili, ex eodem puncto sublimi veniente, tempore aequali tempori sui casus, motu reflexo per* BE *planum, habeat rationem eamdem cum*

1. ig, *seu* ci *ad* ig: *cum* — 6. *sit* cag, *sitque* — 9. *tempus* eg — Le parole *Quod faciendum fuit* mancano nella bozza. — 11. *quaesitum mediare inter* —

Delle lin. 14 e seg., fino alla lin. 9 della pag. 266, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 162*r*., la quale presenta le seguenti varianti:

14. *orizontalibus* — *sectis, dataque qualibet proportione minoris ad maiorem, oportet in* — 15-20. *quo mobilia cadentia, et in horizontalibus reflexa, temporibus casuum suorum spatia in horizontalibus conficiant datam inter se habentia rationem. Secentur plana* — 20-21. *data proportio* n *minoris ad maiorem* fg. Tra *maiorem* ed « fg » si legge, cancellato, « n *ad* ». — 21. *perpendiculo punctum* — 22. *cadens, in* — 24. *puncto subblimi venienti* — 25. Tra *planum* ed *habeat* si legge, sottolineato, *conficeret.* — pag. 266, lin. 2. *punctum quaesitum* — 2-3. *dupla* cl, *ducatur* —

data N *ad* FG. *Ponatur* GH *aequalis ipsi* N; *et ut* FH *ad* HG, *ita fiat* BC *ad* CL: *dico,* L *esse punctum sublime quaesitum. Accepta enim* CM *dupla ad* CL, *ducatur* LM, *plano* BE *occurrens in* O; *erit* BO *dupla* BL: *et quia ut* FH *ad* HG, *ita* BC *ad* CL, *erit, componendo et convertendo, ut* HG,



hoc est N, *ad* GF, *ita* CL *ad* LB, *hoc est* CM *ad* BO. *Cum autem* CM *dupla sit ad* LC, *patet, spatium* CM *esse illud quod a mobili veniente ex* L *post casum* LC *conficitur in plano* CD, *et eadem ratione* BO *esse illud quod conficitur post casum* LB *in tempore aequali tempori casus per* LB, *cum* BO *sit dupla ad* BL. *Ergo patet propositum.*

SAGR. Parmi veramente che conceder si possa al nostro Accademico, che egli senza iattanza abbia nel principio di questo suo trattato potuto attribuirsi di arrecarci una nuova scienza intorno a un suggetto antichissimo. Ed il vedere con quanta facilità e chiarezza da un solo semplicissimo principio ei deduca le dimostrazioni di tante proposizioni, mi fa non poco maravigliare come tal materia sia passata intatta da Archimede, Apollonio, Euclide e tanti altri matema-

4-5. *componendo, ut* fg *ad* gh, *idest ad* n, *ita* bl *ad* lc, *et* bo *ad* cm. *Cum* — 6. *venienti* — 7. *casum* lo [sic] *conficitur* — 9. Nella bozza autografa, dopo *Ergo patet propositum* continua: *Quod si intelligamus,* cm *et* bo *esse circulorum circumferentias circa centrum quo grave tendit descriptorum, habebimus distantiam* l, *unde deducitur ratio velocitatum in illis circulis latorum: ex qua et ex ratione conversionum distantia centri elici...* E così in tronco finisce. —

Alla lin. 6 la stampa originale legge *LC, fit, spatium,* che abbiamo corretto, conforme alla bozza autografa, in *LC, patet, spatium.*

tici e filosofi illustri, e massime che del moto si trovano scritti volumi grandi e molti.

Salv. Si vede un poco di fragmento d'Euclide intorno al moto, ma non vi si scorge vestigio che egli s'incaminasse all'investigazione della proporzione dell'accelerazione e delle sue diversità sopra le diverse inclinazioni. Tal che veramente si può dire, essersi non prima che ora aperta la porta ad una nuova contemplazione, piena di conclusioni infinite ed ammirande, le quali ne i tempi avenire potranno esercitare altri ingegni.

Sagr. Io veramente credo, che sì come quelle poche passioni (dirò per esempio) del cerchio, dimostrate nel terzo de' suoi Elementi da Euclide, sono l'ingresso ad innumerabili altre più recondite, così le prodotte e dimostrate in questo breve trattato, quando passasse nelle mani di altri ingegni specolativi, sarebbe strada ad altre ed altre più maravigliose; ed è credibile che così seguirebbe, mediante la nobiltà del soggetto sopra tutti gli altri naturali.

Lunga ed assai laboriosa giornata è stata questa d'oggi, nella quale ho gustato più delle semplici proposizioni che delle loro dimostrazioni, molte delle quali credo che, per ben capirle, mi porteranno via più d'un'ora per ciascheduna: studio che mi riserbo a farlo con quiete, lasciandomi V. S. il libro nelle mani, dopo che avremo veduto questa parte che resta intorno al moto de i proietti; che sarà, se così gli piace, nel seguente giorno.

Salv. Non mancherò d'esser con lei.

Finisce la terza Giornata.

GIORNATA QUARTA.

Salv. Attempo arriva ancora il Sig. Simplicio; però, senza interpor quiete, venghiamo al moto: ed ecco il testo del nostro Autore.

DE MOTU PROIECTORUM.

Quae in motu aequabili contingunt accidentia, itemque in motu naturaliter accelerato super quascunque planorum inclinationes, supra consideravimus. In hac, quam modo aggredior, contemplatione, praecipua quaedam symptomata, eaque scitu digna, in medium afferre conabor, eademque firmis demonstrationibus stabilire, quae mobili accidunt dum motu ex duplici latione composito, aequabili nempe et naturaliter accelerata, movetur: huiusmodi autem videtur esse motus ille, quem de proiectis dicimus; cuius generationem talem constituo.

Mobile quoddam super planum horizontale proiectum mente concipio, omni secluso impedimento: iam constat, ex his quae fusius alibi dicta sunt, illius motum aequabilem et perpetuum super ipso plano futurum esse, si planum in infinitum extendatur; si vero terminatum et in sublimi positum intelligamus, mobile, quod gravitate praeditum concipio, ad plani terminum delatum, ulterius progrediens, aequabili atque indelebili priori lationi superaddet illam quam a propria gravitate habet deorsum propensionem, indeque motus quidam emerget compositus ex aequabili horizontali et ex deorsum naturaliter accelerato, quem proiectionem voco. Cuius accidentia nonnulla demonstrabimus: quorum primum sit.

2. *però, sensa,* s —

Theorema I, Propositio I.

Proiectum, dum fertur motu composito ex horizontali aequabili et ex naturaliter accelerato deorsum, lineam semiparabolicam describit in sua latione.

Sagr. È forza, Sig. Salviati, in grazia di me, ed anco, credo io, del Sig. Simplicio, far qui un poco di pausa; avvenga che io non mi son tanto inoltrato nella geometria, che io abbia fatto studio in Apollonio, se non in quanto so ch' ei tratta di queste parabole e dell' altre sezzioni coniche, senza la cognizione delle quali e delle lor passioni non credo che intendersi possano le dimostrazioni di altre proposizioni a quelle aderenti. E perchè già nella bella prima proposizione ci vien proposto dall' Autore, doversi dimostrare, la linea descritta dal proietto esser parabolica, mi vo imaginando che, non dovendosi trattar d' altro che di tali linee, sia assolutamente necessario avere una perfetta intelligenza, se non di tutte le passioni di tali figure dimostrate da Apollonio, almeno di quelle che per la presente scienza son necessarie.

Salv. V. S. si umilia molto, volendosi far nuovo di quelle cognizioni le quali non è gran tempo che ammesse come ben sapute; allora, dico, che nel trattato delle resistenze avemmo bisogno della notizia di certa proposizione d'Apollonio, sopra la quale ella non mosse difficoltà.

Sagr. Può essere o che io la sapessi per ventura o che io la supponessi per una volta tanto che ella mi bisognò in tutto quel trattato: ma qui, dove mi imagino d'avere a sentir tutte le dimostrazioni circa tali linee, non bisogna, come si dice, bever grosso, buttando via il tempo e la fatica.

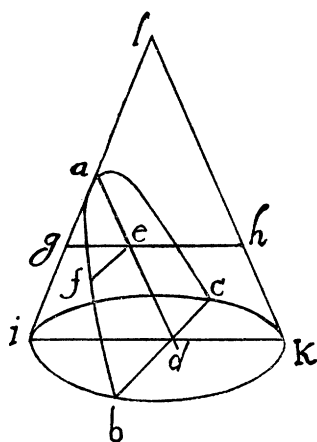
Simp. E poi, rispetto a me, quando bene, come credo, il Sig. Sagredo fusse ben corredato di tutti i suoi bisogni, a me cominciano già a giugner come nuovi gli stessi primi termini; perchè, se bene i nostri filosofi hanno trattata questa materia del moto de' proietti, non mi sovvien che si siano ristretti a definire quali siano le linee da quelli descritte, salvo che assai generalmente sian sempre linee curve, eccetto che nelle proiezzioni perpendicolari *sursum*. Però, quando

22-23. *supponessc*, s —

quel poco di geometria che io ho appreso da Euclide, da quel tempo in qua che noi avemmo altri discorsi, non sia bastante per rendermi capace delle cognizioni necessarie per l' intelligenza delle seguenti dimostrazioni, mi converrà contentarmi delle sole proposizioni credute, ma non sapute.

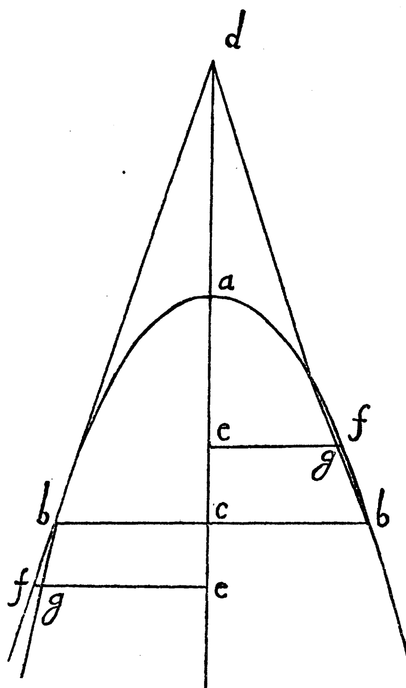
Salv. Anzi voglio io che le sappiate mercè dell' istesso Autor dell' opera, il quale, quando già mi concesse di veder questa sua fatica, perchè io ancora in quella volta non aveva in pronto i libri di Apollonio, s' ingegnò di dimostrarmi due passioni principalissime di essa parabola, senza veruna altra precognizione, delle quali sole siamo bisognosi nel presente trattato: le quali son ben anco provate da Apollonio, ma dopo molte altre, che lungo sarebbe a vederle; ed io voglio che abbreviamo assai il viaggio, cavando la prima immediatamente dalla pura e semplice generazione di essa parabola, e da questa poi pure immediatamente la dimostrazione della seconda. Venendo dunque alla prima:

Intendasi il cono retto, la cui base sia il cerchio *ibkc*, e vertice il punto *l*, nel quale, segato con un piano parallelo al lato *lk*, nasca la sezzione *bac*, detta *parabola;* la cui base *bc* seghi ad angoli retti il diametro *ik* del cerchio *ibkc*, e sia l' asse della parabola *ad* parallelo al lato *lk;* e preso qualsivoglia punto *f* nella linea *bfa*, tirisi la retta *fe* parallela alla *bd:* dico che il quadrato della *bd* al quadrato della *fe* ha la medesima proporzione che l' asse *da* alla parte *ae*. Per il punto *e* intendasi passare un piano parallelo al cerchio *ibkc*, il quale farà nel cono una sezzione circolare, il cui diametro sia la linea *geh:* e perchè sopra il diametro *ik* del cerchio *ibk* la *bd* è perpendicolare, sarà il quadrato della *bd* equale al rettangolo fatto dalle parti *id, dk;* e parimente nel cerchio superiore, che s' intende passare per i punti *g, f, h*, il quadrato della linea *fe* è eguale al rettangolo delle parti *geh;* adunque il quadrato della *bd* al quadrato della *fe* ha la medesima proporzione che il rettangolo *idk* al rettangolo *geh*. E perchè la linea *ed* è parallela alla *hk*, sarà la *eh* eguale alla *dk*, che pur son parallele: e però il rettangolo *idk* al rettangolo *geh* arà



la medesima proporzione che la *id* alla *ge,* cioè che la *da* alla *ae:* adunque il rettangolo *idk* al rettangolo *geh,* cioè il quadrato *bd* al quadrato *fe,* ha la medesima proporzione che l'asse *da* alla parte *ae:* che bisognava dimostrare.

L' altra proposizione, pur necessaria al presente trattato, così faremo manifesta. Segniamo la parabola, della quale sia prolungato fuori ' asse *ca* in *d,* e preso qualsivoglia punto *b,* per esso intendasi prodotta la linea *bc,* parallela alla base di essa parabola; e posta la *da* eguale alla parte dell' asse *ca,* dico che la retta tirata per i punti *d, b* non cade dentro alla parabola, ma fuori, sì che solamente la tocca nell' istesso punto *b*. Imperò che, se è possibile, caschi dentro, segandola sopra, o, prolungata, segandola sotto, ed in essa sia preso qualsivoglia punto *g,* per il quale passi la retta *fge*. E perchè il quadrato *fe* è maggiore del quadrato *ge,* maggior proporzione avrà esso quadrato *fe* al quadrato *bc* che 'l quadrato *ge* al medesimo *bc;* e perchè, per la precedente, il quadrato *fe* al quadrato *bc* sta come la *ea* alla *ac,* adunque maggior proporzione ha la *ea* alla *ac* che 'l quadrato *ge* al quadrato *bc,* cioè che 'l quadrato *ed* al quadrato *dc* (essendo che nel triangolo *dge* come la *ge* alla parallela *bc,* così sta *ed* a *dc*): ma la linea *ea* alla *ac,* cioè alla *ad,* ha la medesima proporzione che 4 rettangoli *ead* a 4 quadrati di *ad,* cioè al quadrato *cd* (che è eguale a 4 quadrati di *ad*): adunque 4 rettangoli *ead* al quadrato *cd* aranno maggior proporzione che il quadrato *ed* al quadrato *dc:* adunque 4 rettangoli *ead* saranno maggiori del quadrato *ed:* il che è falso, perchè son minori; imperò che le parti *ea, ad* della linea *ed* non sono eguali. Adunque la linea *db* tocca la parabola in *b,* e non la sega: il che si doveva dimostrare.

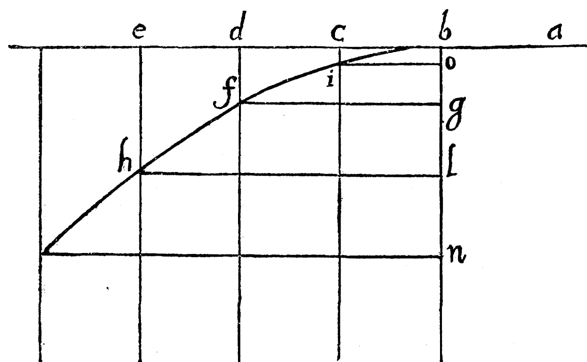


Simp. Voi procedete nelle vostre dimostrazioni troppo alla grande, ed andate sempre, per quanto mi pare, supponendo che tutte le

proposizioni di Euclide mi siano così familiari e pronte, come gli stessi primi assiomi, il che non è. E pur ora l'uscirmi addosso, che 4 rettangoli *ead* son minori del quadrato *de,* perchè le parti *ea, ad* della linea *ed* non sono equali, non mi quieta, ma mi lascia sospeso.

Salv. Veramente tutti i matematici non vulgari suppongono che il lettore abbia prontissimi al meno gli Elementi di Euclide: e qui, per supplire al vostro bisogno, basterà ricordarvi una proposizione del secondo, nella quale si dimostra, che quando una linea è segata in parti eguali ed in diseguali, il rettangolo delle parti diseguali è minore del rettangolo delle parti eguali (cioè del quadrato della metà) quanto è il quadrato della linea compresa tra i segamenti; onde è manifesto che il quadrato di tutta, il quale contiene 4 quadrati della metà, è maggiore di 4 rettangoli delle parti diseguali. Ora, di queste due proposizioni dimostrate, prese da gli elementi conici, conviene che tenghiamo memoria per l'intelligenza delle cose seguenti nel presente trattato: chè di queste sole, e non di più, si serve l'Autore. Ora possiamo ripigliare il testo, per vedere in qual maniera ei vien dimostrando la sua prima proposizione, dove egli intende di provarci la linea descritta dal mobile grave, che mentre ci descende con moto composto dell' equabile orizontale e del naturale descendente, sia una semiparabola.

Intelligatur horizontalis linea seu planum ab *in sublimi positum, super quo ex* a *in* b *motu aequabili feratur mobile; deficiente vero plani fulcimento in* b, *superveniat ipsi mobili, a propria gravitate, motus naturalis deorsum iuxta perpendicularem* bn. *Intelligatur insuper plano* ab *in directum posita linea* be, *tanquam temporis effluxus seu mensura, super qua ad libitum notentur partes quotlibet temporis aequales,* bc, cd, de; *atque ex punctis* b, c, d, e *intelligantur productae lineae perpendiculo* bn *aequidistantes: in quarum prima accipiatur quaelibet pars* ci;



cuius quadrupla sumatur in sequenti, df; *nonupla,* eh; *et consequenter in reliquis secundum rationem quadratorum ipsarum* cb, db, eb, *seu dicamus in ratione earundem linearum duplicata. Quod si mobili ultra* b *versus* c *aequabili latione lato descensum perpendicularem secundum quantitatem* ci *superadditum intelligamus, reperietur tempore* bc *in termino* i *constitutum. Ulterius autem procedendo, tempore* db, *duplo scilicet* bc, *spatium descensus deorsum erit spatii primi* ci *quadruplum; demonstratum enim est in primo tractatu, spatia peracta a gravi, motu naturaliter accelerato, esse in duplicata ratione temporum: pariterque consequenter spatium* eh, *peractum tempore* be, *erit ut 9: adeo ut manifeste constet, spatia* eh, df, ci *esse inter se ut quadrata linearum* eb, db, cb. *Ducantur modo a punctis* i, f, h *rectae* io, fg, hl, *ipsi* eb *aequidistantes: erunt* hl, fg, io *lineae lineis* eb, db, cb, *singulae singulis, aequales; nec non ipsae* bo, bg, bl *ipsis* ci, df, eh *aequales; eritque quadratum* hl *ad quadratum* fg *ut linea* lb *ad* bg, *et quadratum* fg *ad quadratum* io *ut* gb *ad* bo; *ergo puncta* i, f, h *sunt in una eademque linea parabolica. Similiterque demonstrabitur, assumptis quibuscunque temporis particulis aequalibus cuiuslibet magnitudinis, loca mobilis simili motu composito lati iisdem temporibus in eadem linea parabolica reperiri. Ergo patet propositum.*

Salv. Questa conclusione si raccoglie dal converso della prima delle due proposizioni poste di sopra. Imperò che, descritta, per esempio, la parabola per li punti *b, h,* se alcuno delli 2 *f, i* non fusse nella descritta linea parabolica, sarebbe dentro o fuori, e, per conseguenza, la linea *fg* sarebbe o minore o maggiore di quella che andasse a terminare nella linea parabolica; onde il quadrato della *hl* non al quadrato della *fg,* ma ad altro maggiore o minore, arebbe la medesima proporzione che ha la linea *lb* alla *bg:* ma la ha al quadrato della *fg:* adunque il punto *f* è nella parabolica: e così tutti gli altri, etc.

Sagr. Non si può negare che il discorso sia nuovo, ingegnoso e concludente, argomentando *ex suppositione,* supponendo cioè che il moto traversale si mantenga sempre equabile, e che il naturale *deorsum* parimente mantenga il suo tenore, d'andarsi sempre accelerando secondo la proporzion duplicata de i tempi, e che tali moti e loro velocità, nel mescolarsi, non si alterino perturbino ed impedischino, sì che finalmente la linea del proietto non vadia, nella continuazion del moto, a degenerare in un' altra spezie: cosa che mi si rappresenta

come impossibile. Imperò che, stante che l' asse della parabola nostra, secondo 'l quale noi supponghiamo farsi il moto naturale de i gravi, essendo perpendicolare all' orizonte, va a terminar nel centro della terra; ed essendo che la linea parabolica si va sempre slargando dal suo asse; niun proietto andrebbe già mai a terminar nel centro, o, se vi andrebbe, come par necessario, la linea del proietto tralignerebbe in altra, diversissima dalla parabolica.

Simp. Io a queste difficoltà ne aggiungo dell' altre: una delle quali è, che noi supponghiamo che il piano orizontale, il quale non sia nè acclive nè declive, sia una linea retta, quasi che una simil linea sia in tutte le sue parti egualmente distante dal centro, il che non è vero; perchè, partendosi dal suo mezo, va verso le estremità sempre più e più allontanandosi dal centro, e però ascendendo sempre; il che si tira in conseguenza, essere impossibile che il moto si perpetui, anzi che nè pur per qualche spazio si mantenga equabile, ma ben sempre vadia languendo. In oltre, è, per mio credere, impossibile lo schivar l' impedimento del mezo, sì che non levi l' equabilità del moto trasversale e la regola dell' accelerazione ne i gravi cadenti. Dalle quali tutte difficoltà si rende molto improbabile che le cose dimostrate con tali supposizioni inconstanti possano poi nelle praticate esperienze verificarsi.

Salv. Tutte le promosse difficoltà e instanze son tanto ben fondate, che stimo essere impossibile il rimuoverle, ed io, per me, le ammetto tutte, come anco credo che il nostro Autore esso ancora le ammetterebbe; e concedo che le conclusioni così in astratto dimostrate si alterino in concreto, e si falsifichino a segno tale, che nè il moto trasversale sia equabile, nè l' accelerazione del naturale sia con la proporzion supposta, nè la linea del proietto sia parabolica, etc.: ma ben, all' incontro, domando che elle non contendano al nostro Autor medesimo quello che altri grandissimi uomini hanno supposto, ancor che falso. E la sola autorità d'Archimede può quietare ogn' uno, il quale, nelle sue Mecaniche e nella prima Quadratura della parabola, piglia come principio vero, l' ago della bilancia o stadera essere una linea retta in ogni suo punto equalmente distante dal centro commune de i gravi, e le corde alle quali sono appesi i gravi esser tra di loro parallele: la qual licenza viene da alcuni scusata, perchè nelle nostre pratiche gli strumenti nostri e le distanze le quali ven-

gono da noi adoperate, son così piccole in comparazione della nostra gran lontananza dal centro del globo terrestre, che ben possiamo prendere un minuto di un grado del cerchio massimo come se fusse una linea retta, e due perpendicoli che da i suoi estremi pendessero, come se fussero paralleli. Che quando nelle opere praticali si avesse a tener conto di simili minuzie, bisognerebbe cominciare a riprendere gli architetti, li quali col perpendicolo suppongono d' alzar le altissime torri tra linee equidistanti. Aggiungo qui, che noi possiamo dire che Archimede e gli altri supposero nelle loro contemplazioni, esser costituiti per infinita lontananza remoti dal centro, nel qual caso i loro assunti non erano falsi, e che però concludevano con assoluta dimostrazione. Quando poi noi vogliamo praticar in distanza terminata le conclusioni dimostrate col suppor lontananza immensa, doviamo diffalcar dal vero dimostrato quello che importa il non esser la nostra lontananza dal centro realmente infinita, ma ben tale che domandar si può immensa in comparazione della piccolezza de gli artificii praticati da noi: il maggior de i quali sarà il tiro de i proietti, e di questi quello solamente dell' artiglierie, il quale, per grande che sia, non passerà 4 miglia di quelle delle quali noi siamo lontani dal centro quasi altrettante migliara; ed andando questi a terminar nella superficie del globo terrestre, ben potranno solo insensibilmente alterar quella figura parabolica, la quale si concede che sommamente si trasformerebbe nell' andare a terminar nel centro.

Quanto poi al perturbamento procedente dall' impedimento del mezo, questo è più considerabile, e, per la sua tanto moltiplice varietà, incapace di poter sotto regole ferme esser compreso e datone scienza; atteso che, se noi metteremo in considerazione il solo impedimento che arreca l' aria a i moti considerati da noi, questo si troverà perturbargli tutti, e perturbargli in modi infiniti, secondo che in infiniti modi si variano le figure, le gravità e le velocità de i mobili. Imperò che, quanto alla velocità, secondo che questa sarà maggiore, maggiore sarà il contrasto fattogli dall' aria; la quale anco impedirà più i mobili, secondo che saranno men gravi: talchè, se bene il grave descendente dovrebbe andare accelerandosi in duplicata proporzione della durazion del suo moto, tuttavia, per gravissimo che fusse il mobile, nel venir da grandissime altezze sarà tale l' impedimento dell' aria, che gli torrà il poter crescere più la sua

velocità, e lo ridurrà ad un moto uniforme ed equabile; e questa adequazione tanto più presto ed in minori altezze si otterrà, quanto il mobile sarà men grave. Quel moto anco che nel piano orizontale, rimossi tutti gli altri ostacoli, devrebbe essere equabile e perpetuo, verrà dall' impedimento dell' aria alterato, e finalmente fermato: e qui ancora tanto più presto, quanto il mobile sarà più leggiero. De i quali accidenti di gravità, di velocità, ed anco di figura, come variabili in modi infiniti, non si può dar ferma scienza: e però, per poter scientificamente trattar cotal materia, bisogna astrar da essi, e ritrovate e dimostrate le conclusioni astratte da gl' impedimenti, servircene, nel praticarle, con quelle limitazioni che l' esperienza ci verrà insegnando. E non però piccolo sarà l' utile, perchè le materie e lor figure saranno elette le men soggette a gl' impedimenti del mezo, quali sono le gravissime e le rotonde, e gli spazii e le velocità per lo più non saranno sì grandi, che le loro esorbitanze non possano con facil tara esser ridotte a segno; anzi pure ne i proietti praticabili da noi, che siano di materie gravi e di figura rotonda, ed anco di materie men gravi e di figura cilindrica, come frecce, lanciati con frombe o archi, insensibile sarà del tutto lo svario del lor moto dall' esatta figura parabolica. Anzi (e voglio pigliarmi alquanto più di licenza), che ne gli artifizii da noi praticabili la piccolezza loro renda pochissimo notabili gli esterni ed accidentarii impedimenti, tra i quali quello del mezo è il più considerabile, vi posso io con due esperienze far manifesto. Io farò considerazione sopra i movimenti fatti per l' aria, chè tali son principalmente quelli de i quali noi parliamo; contro i quali essa aria in due maniere esercita la sua forza: l' una è coll' impedir più i mobili men gravi che i gravissimi; l' altra è nel contrastar più alla velocità maggiore che alla minore dell' istesso mobile. Quanto al primo, il mostrarci l' esperienza che due palle di grandezza eguali, ma di peso l' una 10 o 12 volte più grave dell' altra, quali sarebbero, per esempio, una di piombo e l' altra di rovere, scendendo dall' altezza di 150 o 200 braccia, con pochissimo differente velocità arrivano in terra, ci rende sicuri che l' impedimento e ritardamento dell' aria in amendue è poco: che se la palla di piombo, partendosi nell' istesso momento da alto con l' altra di legno, poco fusse ritardata, e questa molto, per assai notabile spazio

13. *sogette*, s —

devrebbe il piombo, nell'arrivare in terra, lasciarsi a dietro il legno, mentre è 10 volte più grave; il che tutta via non accade, anzi la sua anticipazione non sarà nè anco la centesima parte di tutta l'altezza; e tra una palla di piombo ed una di pietra, che di quella pesasse la terza parte o la metà, appena sarebbe osservabile la differenza del tempo delle lor giunte in terra. Ora, perchè l'impeto che acquista una palla di piombo nel cadere da un'altezza di 200 braccia (il quale è tanto, che continuandolo in moto equabile scorrerebbe braccia 400 in tanto tempo quanto fu quello della sua scesa) è assai considerabile rispetto alle velocità che noi con archi o altre machine conferiamo a i nostri proietti (trattone gl'impeti dependenti dal fuoco), possiamo senza errore notabile concludere e reputar come assolutamente vere le proposizioni che si dimostreranno senza il riguardo dell'alterazion del mezo. Circa poi all'altra parte, che è di mostrare, l'impedimento che l'istesso mobile riceve dall'aria, mentre egli con gran velocità si muove, non esser grandemente maggiore di quello che gli contrasta nel muoversi lentamente, ferma certezza ce ne porge la seguente esperienza. Sospendansi da due fili egualmente lunghi, e di lunghezza di 4 o 5 braccia, due palle di piombo eguali, e attaccati i detti fili in alto, si rimuovano amendue le palle dallo stato perpendicolare; ma l'una si allontani per 80 o più gradi, e l'altra non più che 4 o 5: sì che, lasciate in libertà, l'una scenda e, trapassando il perpendicolo, descriva archi grandissimi di 160, 150, 140 gradi etc., diminuendogli a poco a poco; ma l'altra, scorrendo liberamente, passi archi piccoli di 10, 8, 6 etc., diminuendogli essa ancora a poco a poco: qui primieramente dico, che in tanto tempo passerà la prima li suoi gradi 180, 160 etc., in quanto l'altra li suoi 10, 8 etc. Dal che si fa manifesto, che la velocità della prima palla sarà 16 e 18 volte maggiore della velocità della seconda; sì che, quando la velocità maggiore più dovesse essere impedita dall'aria che la minore, più rade devriano esser le vibrazioni ne gli archi grandissimi di 180 o 160 gradi etc., che ne i piccolissimi di 10, 8, 4, ed anco di 2 e di 1: ma a questo repugna l'esperienza; imperò che se due compagni si metteranno a numerare le vibrazioni, l'uno le grandissime e l'altro le piccolissime, vedranno che ne numereranno non pur le decine, ma le centinaia ancora, senza discordar d'una sola, anzi d'un sol punto. E questa osservazione ci assicura congiuntamente delle 2 pro-

posizioni, cioè che le massime e le minime vibrazioni si fanno tutte a una a una sotto tempi eguali, e che l'impedimento e ritardamento dell'aria non opera più ne i moti velocissimi che ne i tardissimi; contro a quello che pur dianzi pareva che noi ancora comunemente giudicassimo.

Sagr. Anzi, perchè non si può negare che l'aria impedisca questi e quelli, poi che e questi e quelli vanno languendo e finalmente finiscono, convien dire che tali ritardamenti si facciano con la medesima proporzione nell'una e nell'altra operazione. Ma che? L'avere a far maggior resistenza una volta che un'altra, da che altro proced' egli fuor che dall'esser assalito una volta con impeto e velocità maggiore, ed un'altra con minore? E se questo è, la quantità medesima della velocità del mobile è cagione ed insieme misura della quantità della resistenza. Adunque tutti i moti, siano tardi o veloci, son ritardati e impediti con l'istessa proporzione: notizia, par a me, non disprezzabile.

Salv. Possiam per tanto anco in questo secondo caso concludere, che le fallacie nelle conclusioni le quali astraendo da gli accidenti esterni si dimostreranno, siano ne gli artifizii nostri di piccola considerazione, rispetto a i moti di gran velocità, de i quali per lo più si tratta, ed alle distanze, che non sono se non piccolissime in relazione alla grandezza del semidiametro e de i cerchi massimi del globo terrestre.

Simp. Io volentieri sentirei la cagione per la quale V. S. sequestra i proietti dall'impeto del fuoco, cioè, come credo, dalla forza della polvere, da gli altri proietti con frombe archi o balestre, circa 'l non essere nell'istesso modo soggetti all'alterazione ed impedimento dell'aria.

Salv. Muovemi l'eccessiva e, per via di dire, furia soprannaturale con la quale tali proietti vengono cacciati; chè bene anco fuora d'iperbole mi par che la velocità con la quale vien cacciata la palla fuori d'un moschetto o d'una artiglieria, si possa chiamar sopranaturale. Imperò che, scendendo naturalmente per l'aria da qualche altezza immensa una tal palla, la velocità sua, mercè del contrasto dell'aria, non si andrà accrescendo perpetuamente: ma quello che ne i cadenti poco gravi si vede in non molto spazio accadere, dico di ridursi finalmente a un moto equabile, accaderà ancora, dopo la

28. *soprannaturali*, s —

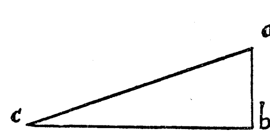
scesa di qualche migliara di braccia, in una palla di ferro o di piombo; e questa terminata ed ultima velocità si può dire esser la massima che naturalmente può ottener tal grave per aria: la qual velocità io reputo assai minor di quella che alla medesima palla viene impressa dalla polvere accesa. Del che una assai acconcia esperienza ci può render cauti. Sparisi da un' altezza di cento o più braccia un archibuso con palla di piombo all' in giù perpendicolarmente sopra un pavimento di pietra, e col medesimo si tiri contro una simil pietra in distanza d' un braccio o 2, e veggasi poi qual delle 2 palle si trovi esser più ammaccata: imperò che, se la venuta da alto si troverà meno schiacciata dell' altra, sarà segno che l' aria gli avrà impedita e diminuita la velocità conferitagli dal fuoco nel principio del moto, e che, per conseguenza, una tanta velocità non gli permetterebbe l' aria che ella guadagnasse già mai venendo da quanto si voglia subblime altezza; chè quando la velocità impressagli dal fuoco non eccedesse quella che per sè stessa, naturalmente scendendo, potesse acquistare, la botta all' ingiù devrebbe più tosto esser più valida che meno. Io non ho fatto tale esperienza, ma inclino a credere che una palla d' archibuso o d' artiglieria, cadendo da un' altezza quanto si voglia grande, non farà quella percossa che ella fa in una muraglia in lontananza di poche braccia, cioè di così poche, che 'l breve sdrucito, o vogliam dire scissura, da farsi nell' aria non basti a levar l' eccesso della furia sopranaturale impressagli dal fuoco. Questo soverchio impeto di simili tiri sforzati può cagionar qualche deformità nella linea del proietto, facendo 'l principio della parabola meno inclinato e curvo del fine; ma questo, poco o niente può esser di progiudizio al nostro Autore nelle praticali operazioni: tra le quali principale è la composizione d' una tavola per i tiri che dicono di volata, la quale contenga le lontananze delle cadute delle palle tirate secondo tutte le diverse elevazioni; e perchè tali proiezzioni si fanno con mortari, e con non molta carica, in questi non essendo sopranaturale l' impeto, i tiri segnano le lor linee assai esattamente.

Ma in tanto procediamo avanti nel trattato, dove l' Autore ci vuole introdurre alla contemplazione ed investigazione dell' impeto del mobile, mentre si muove con moto composto di due; e prima, del composto di due equabili, l' uno orizontale e l' altro perpendicolare.

Theorema II, Propositio II.

Si aliquod mobile duplici motu aequabili moveatur, nempe orizontali et perpendiculari, impetus seu momentum lationis ex utroque motu compositae erit potentia aequalis ambobus momentis priorum motuum.

Moveatur enim aliquod mobile aequabiliter duplici latione, et mutationi perpendiculari respondeat spatium ab, *lationi vero horizontali eodem tempore confectae respondeat* bc. *Cum igitur per motus aequabiles conficiantur eodem tempore spatia* ab, bc, *erunt harum lationum momenta inter se ut ipsae* ab, bc: *mobile vero, quod secundum hasce duas mutationes movetur, describit diagonalem* ac; *erit momentum suae velocitatis ut* ac. *Verum* ac *potentia aequatur ipsis* ab, bc; *ergo momentum compositum ex utrisque momentis* ab, bc *est potentia tantum illis simul sumptis aequale: quod erat ostendendum.*



Simp. È necessario levarmi un poco di scrupolo che qui mi nasce, parendomi che questo, che ora si conclude, repugni ad un' altra proposizione del trattato passato, nella quale si affermava, l' impeto del mobile venente dall' *a* in *b* essere eguale al venente dall' *a* in *c;* ed ora si conclude, l' impeto in *c* esser maggiore che in *b*.

Salv. Le proposizioni, Sig. Simplicio, sono amendue vere, ma molto diverse tra di loro. Qui si parla d' un sol mobile, mosso d' un sol moto, ma composto di due, amendue equabili; e là si parla di 2 mobili, mossi di moti naturalmente accelerati, uno per la perpendicolare *ab,* e l' altro per l' inclinata *ac.* In oltre, i tempi quivi non si suppongono eguali, ma il tempo per l' inclinata *ac* è maggiore del tempo per la perpendicolare *ab;* ma nel moto del quale si parla al presente, i moti per le *ab, bc, ac* s' intendono equabili e fatti nell' istesso tempo.

Simp. Mi scusino, e seguano avanti, chè resto acquietato.

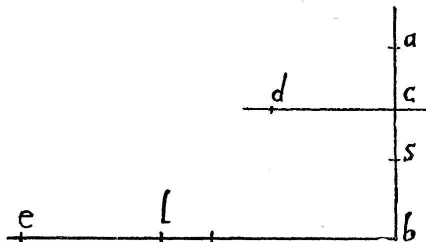
Delle lin. 2-14 si ha una bozza, della mano giovanile di Galileo, nel cod. A, a car. 91*t.*, la quale presenta le seguenti varianti:

5. Tra *aequabiliter* e *duplici* si legge, cancellato, *in perpendiculo ab uno motu, et eodem tempore feratur aequabiliter per orizontem* cb. — 6. *orizontali* — 9. *ipsae lineae* ab — 11-12. *movetur, describet diametrum* ac *eodem tempore quo facit mutationem perpendicularem* ab *et orizontalem* bc, *eritque momentum suae velocitatis ut* ac; ac *autem potentia* — 14. *quod erat demonstrandum.* —

Salv. Séguita l'Autore per incaminarci a intender quel che accaggia intorno all' impeto d' un mobile mosso pur d' un moto composto di 2, uno cioè orizontale ed equabile, e l' altro perpendicolare ma naturalmente accelerato, de i quali finalmente è composto il moto del proietto e si descrive la linea parabolica, in ciaschedun punto della quale si cerca di determinare quanto sia l' impeto del proietto. Per la cui intelligenza ci dimostra l'Autore il modo, o vogliàn dir metodo, di regolare e misurar cotale impeto sopra l' istessa linea nella quale si fa il moto del grave descendente con moto naturalmente accelerato, partendosi dalla quiete, dicendo:

Theorema III, Propositio III.

Fiat motus per lineam ab *ex quiete in* a, *et accipiatur in ea quodlibet punctum* c; *et ponatur ipsamet* ac *esse tempus, seu temporis mensura, casus ipsius per spatium* ac, *nec non mensura quoque impetus seu momenti in puncto* c *ex descensu* ac *acquisiti. Modo sumatur in eadem linea* ab *quodcunque aliud punctum, utputa* b, *in quo determinandum est de impetu acquisito a mobili per descensum* ab, *in ratione ad impetum quem obtinuit in* c, *cuius mensura posita est* ac. *Ponatur* as *media proportionalis inter* ba, ac: *demonstrabimus, impetum in* b *ad impetum in* c *esse ut lineam* sa *ad* ac. *Sumantur horizontales* cd, *dupla ipsius* ac, be *vero dupla* ba: *constat, ex demonstratis, cadens per* ac, *conversum in horizonte* cd, *atque iuxta impetum*



Delle lin. 12 e seg., fino alla lin. 13 della pag. 282, si ha nel cod. A, a car. 91*t*., una bozza della mano giovanile di Galileo e con aggiunte posteriori, pure autografe, le quali indichiamo qui abbasso tra le varianti, racchiudendole tra i segni ↑ ↓, posti il primo dove l' aggiunta comincia e il secondo dove finisce. Tale bozza comincia:

In motu ex quiete eadem ratione intenditur velocitatis momentum et tempus ipsius motus; e appresso presenta le seguenti varianti:

12. *Fiat enim motus per* ab *ex — accipiatur quodlibet* — 13-23. *ponatur,* ac *esse tempus casus per* ac, *et momentum celeritatis in* c ↑ *acquisitae* ↓ *esse* ↑ *pariter* ↓ *ut* ac, *sumaturque rursus quodlibet punctum* b: *dico, momentum velocitatis in* b *ad momentum in* c *esse ut tempus casus per* ab *ad tempus per* ac. *Sumatur* as *media inter* ba, ac; *et cum positum sit, tempus casus per* ac *esse* ac, *erit* as *tempus per* ab: *demonstrandum igitur est, momentum celeritatis in* c *ad momentum caeleritatis* [sic] *in* b *esse ut* ac *ad* as. *Sumantur orizontales* cd, *dupla ad* ca, be *vero dupla ad* ba — 24 e lin. 1-2 della pag. 282. *orizonte* cd, *conficere* cd ↑ *motu aequabili* ↓

in c *acquisitum motu aequabili delatum, conficere spatium* cd *aequali tempore, atque ipsum* ac *motu accelerato confecit; similiterque,* be *confici eodem tempore atque* ab: *sed tempus ipsius descensus* ab *est* as: *ergo horizontalis* be *conficitur tempore* as. *Fiat ut tempus* sa *ad tempus* ac, *ita* eb *ad* bl; *cumque motus per* be *sit aequabilis, erit spatium* bl *peractum tempore* ac *secundum momentum celeritatis in* b: *sed tempore eodem* ac *conficitur spatium* cd *secundum momentum celeritatis in* c; *momenta autem celeritatis sunt inter se ut spatia, quae iuxta ipsa momenta eodem conficiuntur tempore: ergo momentum celeritatis in* c *ad momentum celeritatis in* b *est ut* dc *ad* bl. *Quia vero ut* dc *ad* be, *ita ipsarum dimidia, nempe* ca *ad* ab; *ut autem* eb *ad* bl, *ita* ba *ad* as; *ergo, ex aequali, ut* dc *ad* bl, *ita* ca *ad* as: *hoc est, ut momentum celeritatis in* c *ad momentum celeritatis in* b, *ita* ca *ad* as, *hoc est, tempus per* ca *ad tempus per* ab.

Patet itaque ratio mensurandi impetum seu celeritatis momentum super linea in qua fit motus descensus; qui quidem impetus ponitur augeri pro ratione temporis.

Hic autem, antequam ulterius progrediamur, praemonendum est, quod cum de motu composito ex aequabili horizontali et ex naturaliter accelerato deorsum futurus sit sermo (ex tali enim mixtione conflatur ac designatur linea proiecti, nempe parabola), necesse habemus definire aliquam communem mensuram, iuxta quam utriusque motus velocitatem, impetum, seu momentum, dimetiri valeamus; cumque lationis aequabilis innumeri sint velocitatis gradus, quorum non quilibet fortuito, sed unus ex illis innumeris, cum gradu celeritatis per motum naturaliter acceleratum acquisito sit conferendus et coniungendus, nullam faciliorem viam excogitare potui pro eo eligendo atque determinando, quam alium eiusdem generis assumendo. Ut autem clarius me explicem, intelligatur perpendicularis ac *ad horizontalem* cb; ac *vero esse altitudinem,* cb *autem amplitudinem semiparabolae* ab, *quae describitur a compositione duarum lationum, quarum una est mo-*

aequali tempore atque ipsa ↑ *confecit motu accelerato naturaliter* ↓ ac; *et similiter,* be *confici* — 3. *ipsius* ab *est* — *orizontalis* — 6-7. *sed secundum momentum caeleritatis* [sic] *in* c *eodem tempore* ac *conficitur spacium* cd; *momenta* — 8. *ipsa* ↑ *momenta* ↓ *eodem* — 10. *dimidia,* ↑ *nempe* ↓ ca *ad* — 13. Dopo « *tempus per* ab » nella bozza autografa si legge: *quod erat demonstrandum.*

bilis descendentis per ac *motu naturaliter accelerato ex quiete in* a, *altera est motus transversalis aequabilis iuxta horizontalem* ad. *Impetus acquisitus in* c *per descensum* ac *determinatur a quantitate eiusdem altitudinis* ac; *unus enim atque idem est semper impetus mobilis ex eadem altitudine cadentis: verum in horizontali non unus, sed innumeri assignari possunt gradus velocitatis motuum aequabilium. Ex quorum multitudine ut illum quem elegero a reliquis segregare et quasi digito monstrare possim, altitudinem* ca *in sublimi extendam, in qua, prout opus fuerit, sublimitatem* ae *firmabo: ex qua si cadens ex quiete in* e *mente concipiam, patet, impetum eius in termino* a *acquisitum, unum esse cum quo idem mobile, per horizontalem* ad *conversum, ferri concepero; eiusque gradum celeritatis esse illum, quo, in tempore descensus per* ea, *spatium in horizontali duplum ipsius* ea *conficiet. Haec praemonere necessarium visum est.*

Advertatur insuper, semiparabolae ab *« amplitudinem » a me vocari horizontalem* cb;

« altitudinem », ac *nempe, eiusdem parabolae axem:*

lineam vero ea, *ex cuius descensu determinatur impetus horizontalis, « sublimitatem » appello.*

His declaratis ac definitis, ad demonstrandum me confero.

Sagr. Fermate, in grazia, perchè qui mi par che convenga adornar questo pensiero dell'Autore con la conformità del concetto di Platone intorno al determinare le diverse velocità de i moti equabili delle conversioni de i moti celesti. Il quale, avendo per avventura auto concetto, non potere alcun mobile passare dalla quiete ad alcun determinato grado di velocità, nel quale ei debba poi equabilmente perpetuarsi, se non col passare per tutti gli altri gradi di velocità minori, o vogliam dire di tardità maggiori, che tra l'assegnato grado e l'altissimo di tardità, cioè della quiete, intercedono, disse che Iddio, dopo aver creati i corpi mobili celesti, per assegnar loro quelle velocità con le quali poi dovessero con moto circolare equabile perpetuamente muoversi, gli fece, partendosi loro dalla quiete, muover per determinati spazii di quel moto naturale e per linea retta secondo 'l quale noi sensatamente veggiamo i nostri mobili muoversi dallo stato di quiete accelerandosi successivamente; e soggiugne che, avendogli fatto guadagnar quel grado nel quale gli piacque che poi dovessero mantenersi perpetuamente, convertì il moto loro retto in

circolare, il quale solo è atto a conservarsi equabile, rigirandosi sempre senza allontanarsi o avvicinarsi a qualche prefisso termine da essi desiderato. Il concetto è veramente degno di Platone; ed è tanto più da stimarsi, quanto i fondamenti taciuti da quello e scoperti dal nostro Autore, con levargli la maschera o sembianza poetica, lo scuoprono in aspetto di verace istoria. E mi pare assai credibile, che avendo noi per le dottrine astronomiche assai competente notizia delle grandezze de gli orbi de i pianeti e delle distanze loro dal centro intorno al quale si raggirano, come ancora delle loro velocità, possa il nostro Autore (al quale il concetto Platonico non era ascosto) aver tal volta per sua curiosità auto pensiero d'andare investigando se si potesse assegnare una determinata sublimità, dalla quale partendosi, come da stato di quiete, i corpi de i pianeti, e mossisi per certi spazii di moto retto e naturalmente accelerato, convertendo poi la velocità acquistata in moti equabili, si trovassero corrispondere alle grandezze de gli orbi loro e a i tempi delle loro revoluzioni.

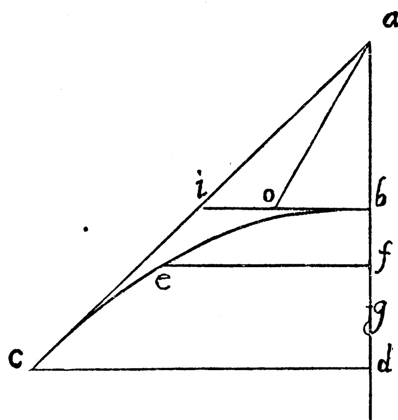
Salv. Mi par sovvenire che egli già mi dicesse, aver una volta fatto il computo, ed anco trovatolo assai acconciamente rispondere alle osservazioni, ma non averne voluto parlare, giudicando che le troppe novità da lui scoperte, che lo sdegno di molti gli hanno provocato, non accendessero nuove scintille. Ma se alcuno avrà simil desiderio, potrà per sè stesso, con la dottrina del presente trattato, sodisfare al suo gusto. Ma seguitiamo la nostra materia, che è di dimostrare:

Problema I, Propositio IV.

Quomodo in datae parabolae, a proiecto descriptae, punctis singulis impetus sit determinandus.

Sit semiparabola bec, *cuius amplitudo* cd, *altitudo* db, *quae extensa in sublimi occurrat tangenti parabolam* ca *in* a; *et per verticem* b *sit horizonti et* cd *parallela* bi. *Quod si amplitudo* cd *sit aequalis toti altitudini* da, *erit* bi *aequalis* ba *et* bd; *et si temporis casus per* ab, *et momenti velocitatis acquisiti in* b *per descensum* ab *ex quiete in* a, *ponamus mensuram esse ipsammet* ab, *erit* dc (*dupla nempe* bi) *spatium quod per impetum* ab, *per horizontalem conversum, conficiet eodem tempore: sed eodem tempore*

cadens per bd *ex quiete in* b *conficit altitudinem* bd: *ergo mobile cadens ex quiete in* a, *per* ab *conversum cum impetu* ab, *per horizontalem conficit spatium aequale* dc. *Superveniente vero casu per* bd, *conficit altitudinem* bd, *et parabola* bc *designatur, cuius impetus in termino* c *est compositus ex aequabili transversali, cuius momentum est ut* ab, *et ex altero momento acquisito in descensu* bd *in termino* d *seu* c; *quae momenta aequalia sunt. Si ergo intelligamus,* ab *alterius illorum esse mensuram, ut puta transversalis aequabilis;* bi *vero, quae ipsi* bd *est aequalis, esse mensuram impetus acquisiti in* d *seu* c; *subtensa* ia *erit quantitas momenti compositi ex ambobus: erit ergo quantitas seu mensura integri momenti, quo proiectum veniens per parabolam* bc *impetum facit in* c. *His retentis, accipiatur in parabola quodlibet punctum* e, *in quo de impetu proiecti determinandum sit. Ducatur horizontalis* ef, *et accipiatur* bg *media proportionalis inter* bd, bf: *cumque posita sit* ab, *seu* bd, *esse mensura temporis et momenti velocitatis in casu* bd *ex quiete in* b, *erit* bg *tempus seu mensura temporis et impetus in* f *venientis ex* b. *Si igitur ponatur* bo *aequalis* bg, *iuncta diagonalis* ao *erit quantitas impetus in puncto* e: *est enim* ab *determinatrix posita temporis et impetus in* b, *qui conversus in horizontali semper servatur idem;* bo *vero determinat impetum in* f *seu* e *per descensum ex quiete in* b *in altitudine* bf; *his autem* ab, bo *potentia aequipollet* ao. *Patet ergo quod quaerebatur.*



Sagr. La contemplazione del componimento di questi impeti diversi, e della quantità di quell' impeto che da tal mistione ne risulta, mi giugne tanto nuova, che mi lascia la mente in non piccola confusione: non dico della mistione di due movimenti equabili, benchè tra di loro diseguali, fatti uno per la linea orizontale e l' altro per la perpendicolare, chè di questi resto capacissimo farsi un moto in potenza eguale ad amendue i componenti; ma mi nasce confusione nel mescolamento dell' orizontale equabile, e perpendicolare naturalmente accelerato. Però vorrei che insieme digerissimo meglio questa materia.

33. *equabile perpendicolare,* s —

Simp. Ed io tanto più ne son bisognoso, quanto che non sono ancor totalmente quietato di mente, come bisogna, nelle proposizioni che sono come primi fondamenti dell'altre che gli seguono appresso. Voglio inferire che anco nella mistione de i due moti equabili, orizontale e perpendicolare, vorrei meglio intendere quella potenza del lor composto. Ora, Sig. Salviati, V. S. intende il nostro bisogno e desiderio.

Salv. Il desiderio è molto ragionevole, e tenterò se l'aver io più lungo tempo potuto pensarvi sopra, può agevolare la vostra intelligenza. Ma converrà comportarmi e scusarmi, se nel discorrere andrò replicando buona parte delle cose sin qui poste dall'Autore.

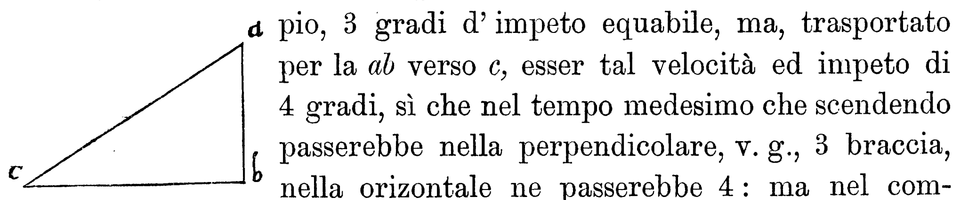
Discorrer determinatamente circa i movimenti e lor velocità o impeti, siano quelli o equabili o naturalmente accelerati, non possiamo noi senza prima determinar della misura che usar vogliamo per misurar tali velocità, come anco della misura del tempo. Quanto alla misura del tempo, già abbiamo la comunemente ricevuta per tutto, delle ore, minuti primi e secondi etc.; e come per misura del tempo ci è la detta comune, ricevuta da tutti, così bisogna assegnarne una per le velocità, che appresso tutti sia comunemente intesa e ricevuta, cioè che appresso tutti sia l'istessa. Atta per tale uso ha stimato l'Autore, come si è dichiarato, esser la velocità de i gravi naturalmente descendenti, de i quali le crescenti velocità in tutte le parti del mondo serbano l'istesso tenore; sì che quel grado di velocità che (per esempio) acquista una palla di piombo d'una libra nell'esser, partendosi dalla quiete, scesa perpendicolarmente quanto è l'altezza di una picca, è sempre e in tutti i luoghi il medesimo, e per ciò accomodatissimo per esplicar la quantità dell'impeto derivante dalla scesa naturale. Resta poi il trovar modo di determinare anco la quantità dell'impeto in un moto equabile in guisa tale, che tutti coloro che circa di quello discorrino, si formino l'istesso concetto della grandezza e velocità sua, sì che uno non se lo figuri più veloce e un altro meno, onde poi nel congiugnere e mescolar questo da sè concepito equabile con lo statuito moto accelerato, da diversi uomini ne vengano formati diversi concetti di diverse grandezze d'impeti. Per determinare e rappresentare cotal impeto e velocità particolare, non ha trovato il nostro Autore altro mezo più accomodato, che 'l servirsi dell'impeto che va acquistando il mobile nel moto naturalmente accelerato; del quale qualsivoglia momento acquistato, conver-

tito in moto equabile, ritien la sua velocità limitata precisamente, e tanta, che in altrettanto tempo quanto fu quello della scesa passa doppio spazio dell' altezza dalla quale è caduto. Ma perchè questo è punto principale nella materia che si tratta, è bene con qualche esempio particolare farsi perfettamente intendere.

Ripigliando dunque la velocità e l' impeto acquistato dal grave cadente, come dicemmo, dall' altezza d' una picca, della quale velocità vogliamo servirci per misura di altre velocità ed impeti in altre occasioni; e posto, per esempio, che il tempo di tal caduta sia 4 minuti secondi d' ora; per ritrovar da questa tal misura quanto fusse l' impeto del cadente da qualsivoglia altra altezza maggiore o minore, non doviamo dalla proporzione la quale quest' altra altezza avesse con l' altezza d' una picca, argomentare e concludere la quantità dell' impeto acquistato in questa seconda altezza, stimando, per esempio, che il cadente da quadrupla altezza avesse acquistato quadrupla velocità, perchè ciò è falso: imperò che non cresce o cala la velocità nel moto naturalmente accelerato secondo la proporzione degli spazii, ma ben secondo quella de i tempi, della quale quella degli spazii è maggiore in duplicata proporzione, come già fu dimostrato. Però, quando noi avessimo in una linea retta assegnatane una parte per misura della velocità, ed anco del tempo e dello spazio in tal tempo passato (chè per brevità tutte tre queste grandezze con un' istessa linea spesse volte vengono rappresentate), per trovar la quantità del tempo e 'l grado di velocità che il mobile medesimo in altra distanza arebbe acquistato, ciò otterremo noi non immediatamente da questa seconda distanza, ma dalla linea che tra le due distanze sarà media proporzionale. Ma con un esempio meglio mi dichiaro. Nella linea *ac*, perpendicolare all' orizonte, intendasi la parte *ab* essere uno spazio passato da un grave naturalmente descendente di moto accelerato; il tempo del qual passaggio, potendo io rappresentarlo con qualsivoglia linea, voglio per brevità figurarlo esser quanto la medesima linea *ab;* e parimente per misura dell' impeto e velocità acquistata per tal moto pongo pur l' istessa linea *ab:* sì che di tutti gli spazii che nel progresso del discorso si hanno a considerare, la misura sia la parte *ab*. Stabilite ad arbitrio nostro sotto una sola grandezza *ab* queste 3 misure di generi di quantità diversissimi, cioè di spazii, di

tempi e di impeti, siaci proposto di dover determinare, nell'assegnato spazio e altezza *ac*, quanto sia per essere il tempo della scesa del cadente da l'*a* in *c*, e quanto l'impeto che in esso termine *c* si troverà avere acquistato, in relazione al tempo ed all'impeto misurati per la *ab*. L'uno e l'altro quesito si determinerà pigliando delle due linee *ac*, *ab* la media proporzionale *ad*; affermando, il tempo della caduta per tutto lo spazio *ac* esser quanto il tempo *ad* in relazione al tempo *ab*, posto da principio per la quantità del tempo nella scesa *ab*. Diremo parimente, l'impeto o grado di velocità che otterrà 'l cadente nel termine *c*, in relazione all'impeto che ebbe in *b*, esser quale è la medesima linea *ad* in relazione alla *ab*, essendo che la velocità cresce con la medesima proporzione che cresce il tempo: la qual conclusione se ben fu presa come postulato, pur tuttavia volse l'Autore esplicarne l'applicazione di sopra, alla Proposizion terza.

Ben compreso e stabilito questo punto, venghiamo alla considerazione dell'impeto derivante da 2 moti composti; uno de i quali sia composto dell'orizontale e sempre equabile, e del perpendicolare all'orizonte e esso ancora equabile; ma l'altro sia composto dell'orizontale, pur sempre equabile, e del perpendicolare naturalmente accelerato. Se amendue saranno equabili, già s'è visto come l'impeto resultante dalla composizione di amendue è in potenza equale ad amendue, come per chiara intelligenza esemplificheremo così. Intendasi, il mobile descendente per la perpendicolare *ab* aver, per esempio, 3 gradi d'impeto equabile, ma, trasportato per la *ab* verso *c*, esser tal velocità ed impeto di 4 gradi, sì che nel tempo medesimo che scendendo passerebbe nella perpendicolare, v. g., 3 braccia, nella orizontale ne passerebbe 4: ma nel composto di amendue le velocità viene, nel medesimo tempo, dal punto *a* nel termine *c*, caminando sempre per la diagonale *ac*, la quale non è lunga 7, quanto sarebbe la composta delle 2, *ab* 3 e *bc* 4, ma è 5; la qual 5 è in potenza equale alle due 3 e 4. Imperò che, fatti li quadrati del 3 e del 4, che sono 9 e 16, e questi congiunti insieme, fanno 25 per il quadrato di *ac*, il quale alli due quadrati di *ab* e di *bc* è eguale; onde la *ac* sarà quanto è il lato, o vogliam dir la radice, del quadrato 25, che è 5. Per regola dunque ferma e sicura, quando



si debba assegnare la quantità dell' impeto resultante da 2 impeti dati, uno orizontale e l' altro perpendicolare ed amendue equabili, si deve di amendue fare i quadrati, e, componendogli insieme, estrar la radice del composto, la quale ci darà la quantità dell' impeto composto di amendue quelli. E così nell' esempio posto, quel mobile che in virtù del moto perpendicolare arebbe percosso sopra l' orizonte con 3 gradi di forza, e col moto solo orizontale arebbe percosso in *c* con gradi 4, percotendo con amendue gl' impeti congiunti, il colpo sarà come quello del percuziente mosso con gradi 5 di velocità e di forza: e questa tal percossa sarebbe del medesimo valore in tutti i punti della diagonale *ac,* per esser sempre gl' impeti composti i medesimi, non mai cresciuti o diminuiti.

Veggiamo ora quello che accaschi nel comporre il moto orizontale equabile con un moto perpendicolare all' orizonte, il quale, cominciando dalla quiete, vadia naturalmente accelerandosi. Già è manifesto che la diagonale, che è la linea del moto composto di questi due, non è una linea retta, ma semiparabolica, come si è dimostrato; nella quale l' impeto va sempre crescendo, mercè del continuo crescimento della velocità del moto perpendicolare. Là onde, per determinar qual sia l' impeto in un assegnato punto di essa diagonale parabolica, prima bisogna assegnar la quantità dell' impeto uniforme orizontale, e poi investigar qual sia l' impeto del cadente nell' assegnato punto, il che non si può determinare senza la considerazione del tempo decorso dal principio della composizione de i 2 moti, la qual considerazione di tempo non si richiede nella composizione de i moti equabili, le velocità ed impeti de i quali son sempre i medesimi; ma qui, dove entra nella mistione un moto che, cominciando dalla somma tardità, va crescendo la velocità conforme alla continuazion del tempo, è necessario che la quantità del tempo ci manifesti la quantità del grado di velocità nell' assegnato punto: chè quanto al resto poi, l' impeto composto di questi 2 è (come nei moti uniformi) eguale in potenza ad amendue i componenti. Ma qui ancora meglio mi dichiaro con un esempio. Sia nella perpendicolare all' orizonte *ac* presa qualsivoglia parte *ab,* la quale figuro che serva per misura dello spazio del moto naturale fatto in essa perpendicolare, e parimente sia misura del tempo ed anco del grado di velocità, o vogliam dire de gl' impeti: è primieramente manifesto, che se l' im-

peto del cadente in *b* dalla quiete in *a* si convertirà sopra la *bd,* parallela all' orizonte, in moto equabile, la quantità della sua velocità sarà tanta, che nel tempo *ab* passerà uno spazio doppio dello spazio *ab;* e tanta sia la linea *bd.* Posta poi la *bc* eguale alla *ba,* e tirata la parallela *ce* alla *bd,* e ad essa eguale, descriveremo per i punti *b, e* la linea parabolica *bei.* E perchè nel tempo *ab* con l' impeto *ab* si passa l' orizontale *bd* o *ce,* doppia della *ab,* e passasi ancora in altrettanto tempo la perpendicolare *bc* con acquisto d' impeto in *c* eguale al medesimo orizontale; adunque il mobile, in tanto tempo quanto è *ab,* si troverà dal *b* giunto in *e* per la parabola *be* con un impeto composto di due, ciascheduno eguale all' impeto *ab:* e perchè l' uno di essi è orizontale e l' altro perpendicolare, l' impeto composto di essi sarà in potenza eguale ad amendue, cioè doppio di uno; onde, posta la *bf* eguale alla *ba* e tirata la diagonale *af,* l' impeto e la percossa in *e* sarà maggiore della percossa in *b* del cadente dall' altezza *a,* o vero della percossa dell' impeto orizontale per la *bd,* secondo la proporzione di *af* ad *ab.* Ma quando, ritenendo pur sempre la *ba* per misura dello spazio della caduta dalla quiete in *a* sino in *b* e per misura del tempo e dell' impeto del cadente acquistato in *b,* l' altezza *bo* non fusse eguale, ma maggiore della *ab,* presa la *bg* media proporzionale tra esse *ab, bo,* sarebbe essa *bg* misura del tempo e dell' impeto in *o,* per la caduta nell' altezza *bo* acquistato in *o;* e lo spazio per l' orizontale, il quale passato con l' impeto *ab* nel tempo *ab* sarebbe doppio della *ab,* sarà in tutta la durazion del tempo *bg* tanto maggiore, quanto a proporzione la *bg* è maggiore della *ba.* Posta dunque la *lb* eguale alla *bg,* e tirata la diagonale *al,* avremo da essa la quantità composta delli 2 impeti orizontale e perpendicolare, da i quali si descrive la parabola; de i quali l' orizontale ed equabile è l' acquistato in *b* per la caduta *ab,* e l' altro è l' acquistato in *o,* o

1. *in* b *della quiete,* s — 8-9. *in altrotanto tempo,* s —

vogliam dire in *i,* per la caduta *bo,* il cui tempo fu *bg,* come anco la quantità del suo momento. E con simil discorso investigheremo l'impeto nel termine estremo della parabola, quando l'altezza sua fusse minore della sublimità *ab,* prendendo tra amendue la media; la quale posta nell'orizontale in luogo della *bf,* e congiunta la diagonale, come *af,* aremo da questa la quantità dell'impeto nell'estremo termine della parabola.

A quanto sin qui si è considerato circa questi impeti, colpi o vogliam dir percosse, di tali proietti, convien aggiugnere un'altra molto necessaria considerazione: e questa è, che non basta por mente alla sola velocità del proietto per ben determinare della forza ed energia della percossa, ma convien chiamare a parte ancora lo stato e condizione di quello che riceve la percossa, nell'efficacia della quale esso per più rispetti ha gran participazione e interesse. E prima, non è chi non intenda che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocità del percuziente, in quanto ella se gli oppone, e frena in tutto o in parte il moto di quello: chè se il colpo arriverà sopra tale che ceda alla velocità del percuziente senza resistenza alcuna, tal colpo sarà nullo; e colui che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel sopraggiugnerlo accaderà che quello si muova fuggendo con pari velocità, non farà colpo, e l'azzione sarà un semplice toccare senza offendere. Ma se la percossa verrà ricevuta in un oggetto che non in tutto ceda al percuziente, ma solamente in parte, la percossa danneggerà, ma non con tutto l'impeto, ma solo con l'eccesso della velocità di esso percuziente sopra la velocità della ritirata e cedenza del percosso: sì che, se, v. g., il percuziente arriverà con 10 gradi di velocità sopra 'l percosso, il quale, cedendo in parte, si ritiri con gradi 4, l'impeto e percossa sarà come di gradi 6. E finalmente, intera e massima sarà la percossa, per la parte del percuziente, quando il percosso nulla ceda, ma interamente si opponga, e fermi tutto 'l moto del percuziente; se però questo può accadere. Ed ho detto *per la parte del percuziente,* perchè quando il percosso si movesse con moto contrario verso 'l percuziente, il colpo e l'incontro si farebbe tanto più gagliardo, quanto le 2 velocità contrarie unite son maggiori che la sola del percuziente. Di più, conviene anco avvertire che il ceder più o meno può derivare non solamente dalla qualità della materia più o men dura, come se sia di ferro, di piombo o di lana etc., ma

dalla positura del corpo che riceve la percossa: la qual positura se sarà tale che 'l moto del percuziente la vadia a investire ad angoli retti, l' impeto del colpo sarà il massimo; ma se 'l moto verrà obbliquamente e, come diciam noi, a scancío, il colpo sarà più debole, e più e più secondo la maggiore obbliquità; perchè in oggetto in tal modo situato, ancor che di materia sodissima, non si spegne e ferma tutto l' impeto e moto del percuziente, il quale, sfuggendo, passa oltre, continuando almeno in qualche parte a muoversi sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell' impeto del proietto nell' estremità della linea parabolica, si deve intendere della percossa ricevuta sopra una linea ad angoli retti ad essa parabolica o vero alla tangente la parabola nel detto punto; perchè, se ben quel moto è composto d' un orizontale e d' un perpendicolare, l' impeto nè sopra l' orizontale nè sopra 'l piano eretto all' orizonte è il massimo, venendo sopra amendue ricevuto obbliquamente.

Sagr. Il ricordar V. S. questi colpi e queste percosse mi ha risvegliato nella mente un problema o vogliam dire questione mecanica, della quale non ho trovato appresso autore alcuno la soluzione, nè cosa che mi scemi la maraviglia o al meno in parte mi quieti l' intelletto. E 'l dubbio e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa derivare, e da qual principio possa dependere, l' energia e la forza immensa che si vede consistere nella percossa, mentre col semplice colpo d' un martello, che non abbia peso maggiore d' 8 o 10 libre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso d' un grave che, senza percossa, vi faccia impeto, solamente calcando e premendo, benchè la gravità di quello passi molte centinaia di libre. Io vorrei pur trovar modo di misurar la forza di questa percossa; la quale non penso però che sia infinita, anzi stimo che ella abbia il suo termine da potersi pareggiare e finalmente regolare con altre forze di gravità prementi, o di leve o di viti o di altri strumenti mecanici, de i quali io a sodisfazione resto capace della multiplicazione della forza loro.

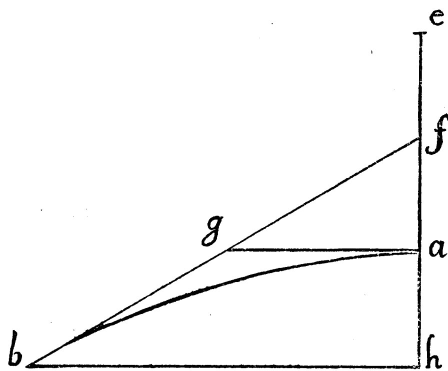
Salv. V. S. non è solo, nella maraviglia dell' effetto e nella oscurità della cagione di così stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in vano, accrescendo sempre la confusione, sin che finalmente, incontrandomi nel nostro Academico, da esso ricevei doppia conso-

lazione: prima, nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre; e poi nel dirmi che, dopo l'avervi in vita sua consumate molte migliara di ore specolando e filosofando, ne aveva conseguite alcune cognizioni lontane dai nostri primi concetti, e però nuove e per la novità ammirande. E perchè ormai so che la curiosità di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri che si allontanano dall'opinabile, non aspetterò la sua richiesta, ma gli do parola che, spedita che avremo la lettura di questo trattato de i proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, o vogliàn dire stravaganze, che de i discorsi dell'Accademico mi son rimaste nella memoria. In tanto seguitiamo le proposizioni dell'Autore.

Propositio V, Problema.

In axe extenso datae parabolae punctum sublime reperire, ex quo cadens parabolam ipsam describit.

Sit parabola ab, *cuius amplitudo* hb, *et axis extensus* he, *in quo reperienda sit sublimitas, ex qua cadens, et impetum in* a *conceptum in horizontalem convertens, parabolam* ab *describat. Ducatur horizontalis* ag, *quae erit parallela ipsi* bh, *et posita* af *aequali* ah, *ducatur recta* fb, *quae parabolam tanget in* b, *et horizontalem* ag *in* g *secabit; accipiaturque ipsarum* fa, ag *tertia proportionalis* ae: *dico,* e *esse punctum sublime quaesitum, ex quo cadens ex quiete in* e, *et conceptum impetum in* a *in horizontalem*



convertens, superveniente impetu descensus in h *ex quiete in* a, *parabolam* ab *describet. Si enim intelligamus,* ea *esse mensuram temporis descensus ex* e *in* a, *nec non impetus acquisiti in* a, *erit* ag (*media nempe inter* ea, af) *tempus et impetus venientis ex* f *in* a, *seu ex* a *in* h: *et quia veniens ex* e, *tempore* ea, *cum impetu acquisito in* a, *conficit in latione horizontali, motu aequabili, duplam* ea, *ergo etiam latum eodem impetu conficiet in tempore* ag *duplam* ga, *mediam nempe* bh (*spatia enim confecta eodem motu aequabili sunt inter se ut eorundem motuum tempora*), *et in perpendiculari motu ex quiete, eodem tempore* ga, *conficitur* ah; *ergo eodem tempore con-*

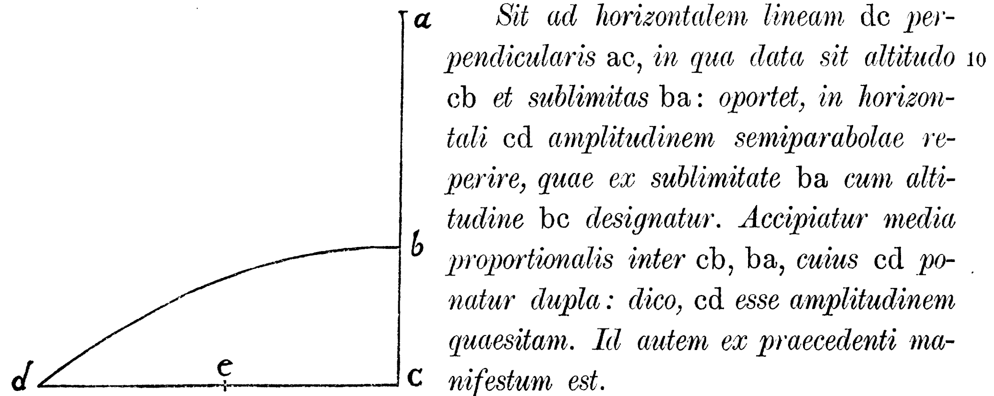
ficiuntur a mobili amplitudo hb *et altitudo* ah. *Describitur ergo parabola* ab *ex casu venientis a sublimitate* e: *quod quaerebatur.*

Corollarium.

Hinc constat, dimidiam basim, seu amplitudinem, semiparabolae (*quae est quarta pars amplitudinis integrae parabolae*) *esse mediam proportionalem inter altitudinem eius et sublimitatem ex qua cadens eam designat.*

Propositio VI, Problema.

Data sublimitate et altitudine semiparabolae, amplitudinem reperire.



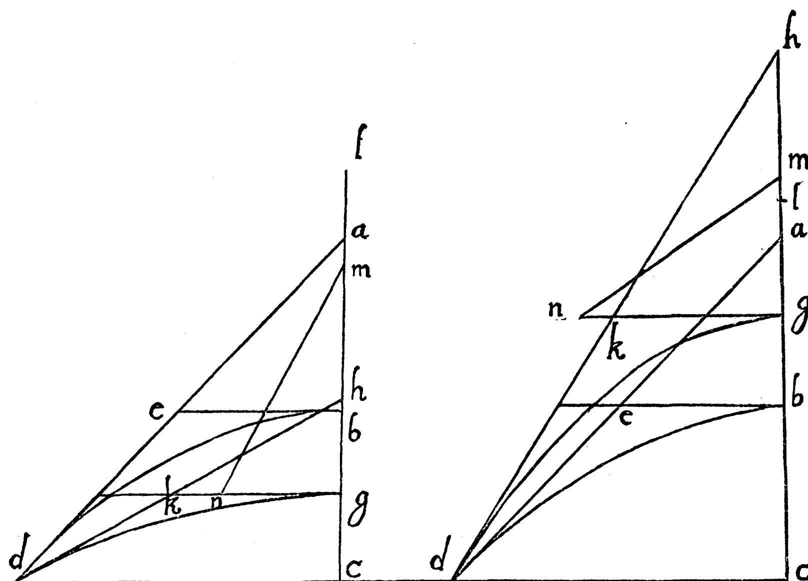
Sit ad horizontalem lineam dc *perpendicularis* ac, *in qua data sit altitudo* cb *et sublimitas* ba: *oportet, in horizontali* cd *amplitudinem semiparabolae reperire, quae ex sublimitate* ba *cum altitudine* bc *designatur. Accipiatur media proportionalis inter* cb, ba, *cuius* cd *ponatur dupla: dico,* cd *esse amplitudinem quaesitam. Id autem ex praecedenti manifestum est.*

Theorema, Propositio VII.

In proiectis a quibus semiparabolae eiusdem amplitudinis describuntur, minor requiritur impetus in eo quod describit illam cuius amplitudo suae altitudinis est dupla, quam in quolibet alio.

Sit enim semiparabola bd, *cuius amplitudo* cd *dupla sit altitudinis suae* cb, *et in axe in sublimi extenso ponatur* ba *altitudini* bc *aequalis, et iungatur* ad, *quae semiparabolam tanget in* d *et horizontalem* be *secabit in* e, *eritque* be *ipsi* bc, *seu* ba, *aequalis: constat, ipsam describi a proiecto, cuius impetus aequabilis horizontalis sit qualis est in* b *cadentis ex quiete in* a, *impetus vero naturalis deorsum qualis est venientis in* c *ex quiete in* b; *ex quo constat, impetum ex istis compositum, quodque in termino* d *impingit, esse ut diagonalem* ae, *potentia nempe ipsis ambobus aequalem. Sit modo quaelibet alia semiparabola* gd, *cuius amplitudo eadem* cd, *altitudo*

vero cg *minor vel maior altitudine* bc, *eamque tangat* hd, *secans horizontalem per* g *ductam in punto* k; *et fiat ut* hg *ad* gk, *ita* kg *ad* gl: *erit, ex antedemonstratis, altitudo* gl, *ex qua cadens describet parabolam* gd. *Inter* ab *et* gl *media proportionalis sit* gm: *erit* gm *tempus et momentum, sive impetus, in* g *cadentis ex* l (*positum enim est,* ab *esse mensuram tem-*



poris et impetus). *Sit rursus inter* bc, cg *media* gn, *quae erit temporis et impetus mensura cadentis ex* g *in* c. *Si igitur iungatur* mn, *erit ipsa impetus mensura proiecti per parabolam* dg, *illidentis in termino* d: *quem quidem impetum, maiorem esse dico impetu proiecti per parabolam* bd, *cuius quantitas erat ut* ae. *Quia enim* gn *posita est media inter* bc, cg; *est autem* bc *aequalis* be, *hoc est* kg (*est enim unaquaeque subdupla* dc); *erit ut* cg *ad* gn, *ita* ng *ad* gk, *et ut* cg, *seu* hg, *ad* gk, *ita quadratum* ng *ad quadratum* gk: *ut autem* hg *ad* gk, *ita facta est* kg *ad* gl: *ergo ut* ng *ad quadratum* gk, *ita* kg *ad* gl. *Sed ut* kg *ad* gl, *ita quadratum* kg *ad quadratum* gm; *media enim est* gm *inter* kg, gl: *ergo tria quadrata* ng, kg, gm *sunt continue proportionalia, et duo extrema* ng, gm *simul sumpta, id est quadratum* mn, *maius quam duplum quadrati* kg, *cuius quadratum* ae *duplum est: ergo quadratum* mn *maius est quadrato* ae, *et linea* mn *maior linea* ea: *quod erat demonstrandum.*

8. *parabolam* bd, *illidentis,* s — 11. *hoc est* hg, s —

Corollarium.

Hinc apparet, quod, conversim, in proiecto ex termino d *per semiparabolam* db *minor impetus requiritur, quam per quamcunque aliam iuxta elevationem maiorem seu minorem elevatione semiparabolae* bd, *quae est iuxta tangentem* ad, *angulum semirectum supra horizonte continentem. Quod cum ita sit, constat quod, si cum eodem impetu fiant proiectiones ex termino* d *iuxta diversas elevationes, maxima proiectio, seu amplitudo semiparabolae sive integrae parabolae, erit quae consequitur ad elevationem anguli semirecti; reliquae vero iuxta maiores sive minores angulos factae, minores erunt.*

Sagr. Piena di maraviglia e di diletto insieme è la forza delle dimostrazioni necessarie, quali sono le sole matematiche. Già sapevo io, per fede prestata alle relazioni di più bombardieri, che di tutti i tiri di volata dell' artiglieria, o del mortaro, il massimo, cioè quello che in maggior lontananza caccia la palla, era il fatto all' elevazione di mezo angolo retto, che essi dicono del sesto punto della squadra; ma l' intender la cagione onde ciò avvenga, supera d' infinito intervallo la semplice notizia auta dalle altrui attestazioni, ed anco da molte replicate esperienze.

Salv. V. S. molto veridicamente discorre: e la cognizione d' un solo effetto acquistata per le sue cause ci apre l' intelletto a 'ntendere ed assicurarci d' altri effetti senza bisogno di ricorrere alle esperienze, come appunto avviene nel presente caso; dove, guadagnata per il discorso dimostrativo la certezza dell' essere il massimo di tutti i tiri di volata quello dell' elevazione dell' angolo semiretto, ci dimostra l'Autore quello che forse per l' esperienza non è stato osservato: e questo è, che de gli altri tiri, quelli sono tra di loro eguali, le elevazioni de i quali superano o mancano per angoli eguali dalla semiretta; sì che le palle tirate dall' orizonte, una secondo l' elevazione di 7 punti e l' altra di 5, andranno a ferir su l' orizonte in lontananze eguali, e così eguali saranno i tiri di 8 e di 4 punti, di 9 e di 3, etc. Or sentiamone la dimostrazione.

Theorema, Propositio VIII.

Amplitudines parabolarum a proiectis eodem impetu explosis factarum, iuxta elevationes per angulos aequales supra et infra a semirecto distantes, aequales sunt inter se.

Trianguli mcb *circa angulum rectum* c *sint horizontalis* bc *et perpendicularis* cm *aequales; sic enim angulus* mbc *semirectus erit: et extensa* cm *in* d, *supra et infra diagonalem* mb *constituantur in* b *duo anguli aequales,* mbe, mbd: *demonstrandum est, amplitudines parabolarum a proiectis explosis eodem impetu ex termino* b *iuxta elevationes angulorum* ebc, dbc, *esse aequales. Quia enim angulus externus* bmc *internis* mdb, dbm *est aequalis, iisdem aequabitur quoque angulus* mbc: *quod si loco anguli* dbm *ponamus* mbe, *erit idem angulus* mbc *duobus* mbe, bdc *aequalis; et dempto communi* mbe, *reliquus* bdc *reliquo* ebc *erit aequalis: sunt igitur trianguli* dcb, bce *similes. Dividantur rectae* dc, ec *bifariam in* h *et* f, *et ducantur* hi, fg *horizontali* cb *aequidistantes, et ut* dh *ad* hi, *ita fiat* ih *ad* hl: *erit triangulus* ihl *similis triangulo* ihd, *cui etiam similis est* egf; *cumque* ih, gf *sint aequales* (*dimidiae nempe ipsius* bc), *erit* fe, *id est* fc, *aequalis* hl; *et addita communi* fh, *erit* ch *ipsi* fl *aequalis. Si itaque intelligamus, per* h *et* b *semiparabolam esse descriptam, cuius altitudo erit* hc, *sublimitas vero* hl, *erit amplitudo eius* cb, *quae dupla est ad* hi, *media scilicet inter* dh, *seu* ch, *et* hl; *eamque tanget* db, *aequalibus existentibus* ch, hd. *Quod si, rursus, parabolam per* fb *descriptam concipiamus a sublimitate* fl *cum altitudine* fc, *quarum media proportionalis est* fg,

Delle lin. 2 e seg., fino alla lin. 3 della pag. 298, si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 82*r*., in capo alla quale, pur di mano di Galileo, si legge: « *Parabolarum quarum anguli elevationum aequaliter differunt a semirecto* », e un po' più sotto: « Scritta ». La bozza comincia così: « *In 3angulo rectangulo* bcm *sint latera* mc, cb *aequalia, et supra et infra lineam* mb *constituantur utcumque anguli aequales* mbe, mbd; *et quia semirectus* m *aequatur internis* d, b *3anguli* mdb, *iisdem aequabitur alter semirectus* mbc: *quod si loco* dbm *sumatur* mbe, *erit idem semirectus* mbc *aequalis duobus* d, mbe, *et dempto communi* mbe, *erit reliquus* ebc *aequalis ipsi* d. *Dividantur* cd, ce *bifariam* »; dopo di che continua, conforme al testo della stampa (lin. 18), *in* h *et* f, *et ducantur* ecc., presentando le seguenti varianti:

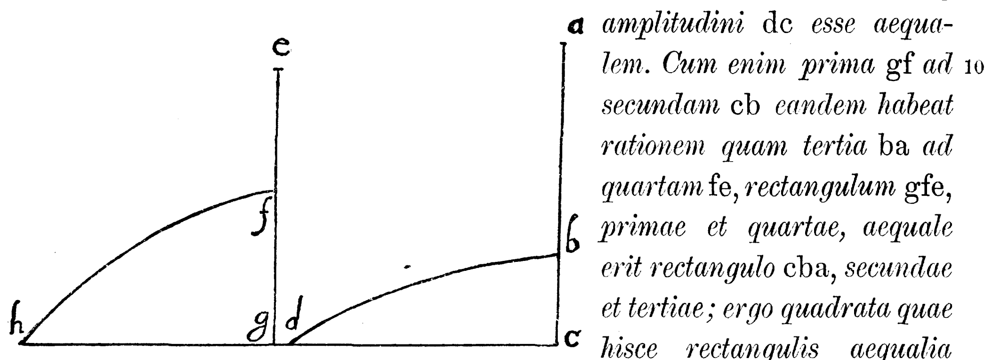
18. fg *parallelae ipsi* cb, *et* — 22. *et* b *parabolam esse* — 23. *vero* hl, *erit eius amplitudo* cb, *quae* — 25-26. Tra *concipiamus* e *a* erano state scritte alcune parole, le quali furono poi

cuius dupla est horizontalis cb, *erit pariter* cb *eius amplitudo, illamque tanget* eb, *cum* ef, fc *sint aequales: distant autem anguli* dbc, ebc (*elevationes scilicet ipsarum*) *aequaliter a semirecto: ergo patet propositum.*

Theorema, Propositio IX.

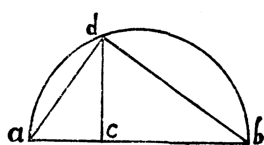
Aequales sunt amplitudines parabolarum, quarum altitudines et sublimitates e contrario sibi respondent.

Parabolae fh *altitudo* gf *ad altitudinem* cb *parabolae* bd *eandem habeat rationem, quam sublimitas* ba *ad sublimitatem* fe: *dico, amplitudinem* hg *amplitudini* dc *esse aequalem. Cum enim prima* gf *ad secundam* cb *eandem habeat rationem quam tertia* ba *ad quartam* fe, *rectangulum* gfe, *primae et quartae, aequale erit rectangulo* cba, *secundae et tertiae; ergo quadrata quae hisce rectangulis aequalia sunt, aequalia erunt inter se: rectangulo vero* gfe *aequale est quadratum dimidiae* gh; *rectangulo autem* cba *aequale est quadratum dimidiae* cd: *ergo quadrata haec, et eorum latera, et laterum dupla, aequalia erunt. Haec autem sunt amplitudines* gh, cd: *ergo patet propositum.*



LEMMA PRO SEQUENTI.

Si recta linea secta fuerit utcumque, quadrata mediarum inter totam et partes aequalia sunt quadrato totius.



Secta sit ab *utcunque in* c: *dico, quadrata linearum mediarum inter totam* ab *et partes* ac, cb, *simul sumpta, aequalia esse quadrato totius* ab. *Id autem constat, descripto semicirculo super tota* ba, *et*

cancellate e quasi del tutto corrose dall' inchiostro. — 1. *orizontalis* — 2. fc *aequales sint: distant* — 3. *semirecto* mbc: *ergo* —

Delle lin. 5-21 si ha una bozza, della mano giovanile di Galileo, nel cod. A, a car. 114*r*., nella quale, essendo stato tagliato un angolo della carta, mancano alcune parole e parti di parola. Al di sotto della bozza leggesi l' indicazione: « Scritta », aggiunta posteriormente dallo stesso Galileo. Questa bozza presenta le seguenti varianti:

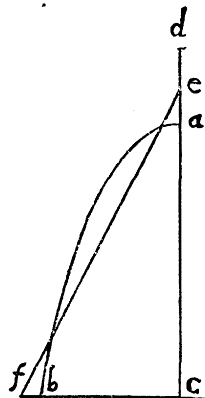
8-10. *dico, amplitudines* hg, dc *esse aequales. Cum* — 16-17. *quae ihisce* [sic] *rectangulis* — 19. cba *aequatur* □ *dimidiae* —

ex c *erecta perpendiculari* cd, *iunctisque* da, db. *Est enim* da *media inter* ba, ac, *estque* db *media inter* ab, bc; *suntque quadrata linearum* da, db, *simul sumpta, aequalia quadrato totius* ab, *recto existente angulo* adb *in semicirculo. Ergo patet propositum.*

Theorema, Propositio X.

Impetus seu momentum cuiuslibet semiparabolae aequatur momento naturaliter cadentis in perpendiculari ad horizontem, quae tanta sit quanta est composita ex sublimitate cum altitudine semiparabolae.

Sit semiparabola ab, *cuius sublimitas* da, *altitudo vero* ac, *ex quibus componitur perpendicularis* dc: *dico, impetum semiparabolae in* b *esse aequalem momento naturaliter descendentis ex* d *in* c. *Ponatur ipsamet* dc *mensura esse temporis et impetus, et accipiatur media proportionalis inter* cd, da, *cui aequalis ponatur* cf; *sit insuper inter* dc, ca *media* ce: *erit iam* cf *mensura temporis et momenti descendentis per* da *ex quiete in* d; ce *vero tempus erit et momentum descendentis per* ac *ex quiete in* a; *et diagonalis* ef *erit momentum ex illis compositum, hoc est semiparabolae in* b. *Et quia* dc *secta est utcunque in* a, *suntque* cf, ce *mediae inter totam* cd *et partes* da, ac, *erunt harum quadrata, simul sumpta, aequalia quadrato totius, ex lemmate superiori: vero iisdem quadratis aequatur quoque quadratum ipsius* ef: *ergo et linea* ef *ipsi* dc *aequalis est. Ex quo constat, momenta per* dc *et per semiparabolam* ab, *in* c *et* b, *esse aequalia: quod oportebat.*



Corollarium.

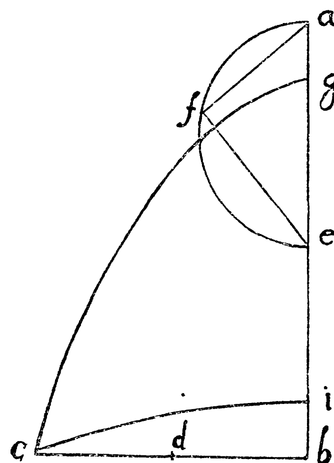
Hinc constat, semiparabolarum omnium, quarum altitudines cum sublimitatibus iunctae pares sunt, impetus quoque aequales esse.

Problema, Propositio XI.

Dato impetu et amplitudine semiparabolae, altitudinem eius reperire.

Impetus datus definitus sit a perpendiculo ad horizontem ab; *amplitudo vero in horizontali sit* bc: *oportet, sublimitatem semiparabolae reperire,*

cuius impetus sit ab, amplitudo vero bc. Constat ex iam demonstratis, dimidiam amplitudinem bc futuram esse mediam proportionalem inter altitudinem et sublimitatem ipsius semiparabolae, cuius impetus, ex praecedenti, est idem cum impetu cadentis ex quiete in a per totam ab; est propterea ba ita secanda, ut rectangulum a partibus eius contentum aequale sit quadrato dimidiae bc, quae sit bd. Hinc apparet, necessarium esse quod db dimidiam ba non superet: rectangulorum enim a partibus contentorum maximum est, cum tota linea in partes secatur aequales. Dividatur itaque ba bifariam in e: quod si ipsa bd aequalis fuerit be, absolutum est opus, eritque semiparabolae altitudo be, sublimitas vero ea (et ecce parabolae elevationis semirectae amplitudinem, ut supra demonstratum est, omnium esse maximam ab eodem impetu descriptarum). At minor sit bd quam dimidia ba, quae ita secanda est, ut rectangulum sub partibus quadrato bd sit aequale. Supra ea semicirculus describatur, in quo ex a applicetur af, aequalis bd, et iungatur fe, cui secetur pars aequalis eg: erit iam rectangulum bga cum quadrato eg aequale quadrato ea, cui quoque aequalia sunt duo quadrata af, fe. Demptis itaque quadratis ge, fe aequalibus, remanet rectangulum bga aequale quadrato af, nempe bd, et linea bd media proportionalis inter bg, ga: ex quo patet, semiparabolae cuius amplitudo bc, impetus vero ab, altitudinem esse bg, sublimitatem ga. Quod si ponatur inferius bi aequalis ga, erit haec altitudo, ia vero sublimitas semiparabolae ic.



Ex demonstratis hucusque possumus:

Problema, Propositio XII.

Semiparabolarum omnium amplitudines calculo colligere, atque in tabulas exigere, quae a proiectis eodem impetu explosis describuntur.

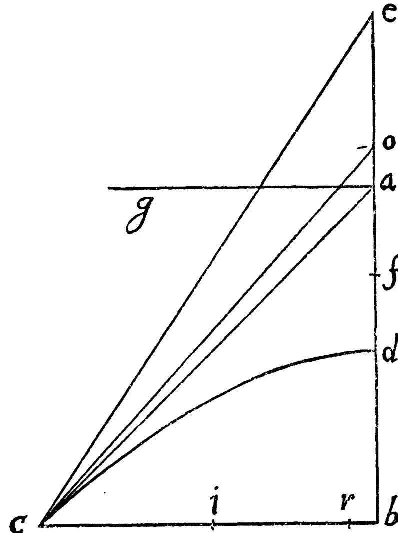
Constat ex praedemonstratis, tunc parabolas a proiectis eodem impetu designari, cum illarum sublimitates, cum altitudinibus iunctae, aequales con-

12. *ipsa* ba *aequalis*, s —

Delle lin. 28 e seg., fino alla lin. 23 della pag. 302, si ha nel cod. A, a car. 122*r*., una bozza autografa, nella quale si legge, pur di mano, ma alquanto posteriore, di Galileo, l'indicazione: « Scritta ». Essa presenta le seguenti varianti:

28-31. *Semiparabolarum proiectorum ab eodem impetu iuxta quascumque elevationes, per*

ficiunt perpendiculares supra horizontem: inter easdem ergo parallelas horizontales hae perpendiculares comprehendi debent. Ponatur itaque horizontali cb perpendicularis ba aequalis, et connectatur diagonalis ac: erit angulus acb semirectus, gr. 45; divisaque perpendiculari ba bifariam in d, semiparabola dc erit ea, quae a sublimitate ad cum altitudine db designatur, et impetus eius in c tantus erit, quantus est in b mobilis venientis ex quiete in a per lineam ab; et si ducatur ag aequidistans bc, reliquarum omnium semiparabolarum quarum impetus futurus sit idem cum modo explicato, altitudines cum sublimitatibus iunctae spatium inter parallelas ag, bc explere debent. Insuper, cum iam demonstratum sit, semiparabolarum quarum tangentes aequaliter, sive supra sive infra, ab elevatione semirecta distant, amplitudines aequales esse, calculus quem pro maioribus elevationibus compilabimus, pro minoribus quoque deserviet. Eligimus praeterea numerum partium decem milia, 10000, pro maxima amplitudine proiectionis semiparabolae ad elevationem gr. 45 factae: itaque tanta supponatur esse linea ba et amplitudo semiparabolae bc. Eligimus autem numerum 10000, quia utimur in calculis tabula tangentium, cuius hic numerus congruit cum tangente gr. 45. Iam, ad opus accedendo, ducatur ce, angulum ecb angulo acb maiorem (acutum tamen) comprehendens, sitque semiparabola designanda, quae a linea ec tangatur, et cuius sublimitas cum altitudine iuncta ipsam ba adaequet. Ex tabula tangentium, per angulum datum bce tangens ipsa be accipiatur, quae bifariam dividatur in f; deinde ipsarum bf, bi (dimidiae bc) tertia proportionalis reperiatur, quae necessario maior erit quam fa. Sit igitur



singulos gradus supra et infra 45, amplitudines calculo colligere, et in tabulas exigere. Constat ex praedemonstratis, parabolarum impetus esse aequales, cum illarum — 1. *orizontem* — 1-2. *orizontales* — 2. *compraehendi* — *orizontali* — 3-4. *connectatur* ac: *erit* acb *angulus gr. 45, nempe semirectus; divisaque* — 5. *erit, quae* — 5-6. *et quantitas impetus eius in* c *eadem erit atque impetus in* b *venientis mobilis ex* — 9-10. *impetus idem futurus sit cum modo* — 19-20. *numerum 10000, decemmillia, partium pro* — 20-21. *proiectionis ad elevationem gr. 45: tanta itaque supponatur* — 22-24. *semiparabolae* bc. *Iam, ad opus accedentes, ducatur.* Tra bc e *Iam* si legge, cancellato, *cuius dupla esset, nempe 20000, integrae parabolae amplitudo.* — 25. *maiorem compraehendens* — 26. *altitudine ipsam* — 28. *accipiatur, et bifariam* — *deinde ipsius* bf *et* bi — 29. *tertia reperiatur proportionalis, quae* — *quam* fa, *cum* bf *maior sit quam* db. *Sit igitur.*

illa fo. *Semiparabolae igitur in triangulo* ecb *inscriptae iuxta tangentem* ce, *cuius amplitudo est* cb, *reperta est altitudo* bf *et sublimitas* fo. *Verum tota* bo *supra parallelas* ag, cb *attollitur, cum nobis opus sit inter easdem contineri; sic enim tum ipsa, tum semiparabola* dc, *describentur a proiectis ex* c *impetu eodem explosis: reperienda igitur est altera huic similis* (*innumerae enim intra angulum* bce, *maiores et minores, inter se similes, designari possunt*), *cuius composita sublimitas cum altitudine* (*homologa scilicet ipsi* bc) *aequetur* ba. *Fiat igitur ut* ob *ad* ba, *ita amplitudo* bc *ad* cr, *et inventa erit* cr, *amplitudo scilicet semiparabolae iuxta elevationem anguli* bce, *cuius sublimitas cum altitudine iuncta spatium a parallelis* ga, cb *contentum adaequat: quod quaerebatur. Operatio itaque talis erit:*

Anguli dati bce *tangens accipiatur, cuius medietati adiungatur tertia proportionalis ipsius et medietatis* bc, *quae sit* fo; *fiat deinde ut* ob *ad* ba, *ita* bc *ad aliam, quae sit* cr, *amplitudo nempe quaesita.*

Exemplum ponamus. Sit angulus ecb *gr. 50; erit eius tangens 11918, cuius dimidium, nempe* bf, *5959; dimidia* bc *5000; harum dimidiarum tertia proportionalis 4195, quae addita ipsi* bf *conficit 10154 pro ipsa* bo. *Fiat rursus ut* ob *ad* ba, *nempe ut 10154 ad 10000, ita* bc, *nempe 10000* (*utraque enim gr. 45 est tangens*), *ad aliam, et habebimus quaesitam amplitudinem* rc *9848, qualium* bc (*maxima amplitudo*) *est 10000. Harum autem duplae sunt amplitudines integrarum parabolarum, nempe 19696 et 20000; tantaque est etiam amplitudo parabolae iuxta elevationem gr. 40, cum aequaliter distet a gr. 45.*

Tra *quam* e « db » si legge, cancellato « bd *eodem* fa »; e prima di *Sit* è richiamata la seguente aggiunta marginale: *id constat: quia* □ *sub* fb *et 3ª proportionalis* [sic] *ipsarum* fb, bd *aequale est* □° *mediae* db; *at* □ *sub* bf, fa *minus est* □° bd; *deficit enim per* □ fd. — 2-7. *cuius* cb *est amplitudo,* bf *altitudo, sublimitas est* fo. *Verum tota* bo *supra parallelas extenditur: nos autem operae pretium habemus, talem eandem ex altitudine et sublimitate compositam ipsi* ba *aequari; sic enim tum ipsa, tum semiparabola* dc *a proiectis ex* c *impetu eodem describentur: reperienda igitur est altera semiparabola huic similis* (*innumerae enim iuxta elevationem anguli* bec, *maiores et minores, designari possunt, quae omnes inter se similes erunt*), *cuius* — 7. *omologa* — 9. *erit* cr, *quaesita amplitudo* — *elevazionem* [sic] *anguli* bce *designatae, cuius* — 10-11. *iuncta intra spazium* [sic] *a parallelis* ga, cb *contenctum* [sic] *habetur: quod* — 12. *tangens reperiatur* be, *cuius medietati apponatur tertia* — 13. fo; *dein fiat ut* — 15. *Exemplum apponamus. Sit* — *gr. 55; eius* — 16. bc *2500; harum* — 17. *ipsi* bf, *nempe 5959, dat 10154* — 19-20. *habebimus amplitudinem* rc *quaesitam 9848, qualium* bc *10000* — 21. *sunt integrae amplitudines integrarum parabolarum, scilicet 19696* — 22-23. *est amplitudo parabolae proiecti iuxta elevationem gr. 35, cum aequaliter distent a* —

Alla lin. 28 della pag. 301, la stampa originale legge « *ipsarum* bf, bc »; alla lin. 7 della presente pagina, « *ipsi* ba »; e alla lin. 10, « *a parallelis* ga, gb »; che, conforme alla bozza autografa, abbiamo corretto, respettivamente, in « *ipsarum* bf, bi », « *ipsi* bc », e « *a parallelis* ga, cb ».

Sagr. Mi manca, per l' intera intelligenza di questa dimostrazione, il saper come sia vero che la terza proporzionale delle *bf, bi* sia (come dice l'Autore) necessariamente maggiore della *fa.*

Salv. Tal conseguenza mi par che si possa dedurre in tal modo. Il quadrato della media di tre linee proporzionali è eguale al rettangolo dell' altre due; onde il quadrato della *bi,* o della *bd* ad essa eguale, deve esser eguale al rettangolo della prima *fb* nella terza da ritrovarsi: la qual terza è necessario che sia maggiore della *fa,* perchè il rettangolo della *bf* in *fa* è minore del quadrato *bd,* ed il mancamento è quanto il quadrato della *df*, come dimostra Euclide in una del secondo. Devesi anco avvertire che il punto *f,* che divide la tangente *eb* in mezo, altre molte volte cadrà sopra 'l punto *a,* ed una volta anco nell' istesso *a;* ne i quali casi è per sè noto che la terza proporzionale della metà della tangente e della *bi* (che dà la subblimità) è tutta sopra la *a.* Ma l' Autore ha preso il caso dove non era manifesto che la detta terza proporzionale fusse sempre maggiore della *fa,* e che però, aggiunta sopra 'l punto *f,* passasse oltre alla parallela *ag.* Or seguitiamo.

Non erit inutile, ope huius tabulae, alteram componere, complectentem altitudines earundem semiparabolarum proiectorum ab eodem impetu. Constructio autem talis erit.[1]

---

[1] Nell' edizione originale segue, a questo punto, ciò che noi pubblichiamo da pag. 305, lin. 1, a pag. 306, lin. 16, a cui tengono dietro le due tavole di pag. 304, e a queste la tavola di pag. 307, continuando poi con la Proposizione XIV e con quanto ad essa tien dietro. È però manifesto che tale disposizione non è secondo l' intenzioni dell'Autore, e che, conforme noi abbiamo stampato, le due prime tavole devono invece tener dietro immediatamente alle parole *Constructio autem talis erit,* e la terza (la quale è annunciata separatamente dalle altre due, con le parole *Non erit inutile, tertiam exponere tabulam* ecc., pag. 306, lin. 4) deve seguire alle parole *Or veggiamo la costruzzione della tavola.* Confermano la disposizione che abbiamo adottato le parole *in praecedenti tabula* (pag. 305, lin. 2), e *ex praecedenti tabula* (pag. 305, lin. 22), con le quali è richiamata la tavola prima. Vero è che per il primo di questi due passi lo stampatore di Leida, essendosi accorto della contradizione che era tra il *praecedenti* e la disposizione seguita, indicò nella *Tavola de gli errori della stampa* di correggere *praecedenti* in *sequenti;* ma dimenticò poi di indicare simile correzione per il secondo passo.

Amplitudines semiparabolarum
ab eodem impetu descriptarum.

Gradus elevationum.

Gr.		Gr.
45	10000	
46	9994	44
47	9976	43
48	9945	42
49	9902	41
50	9848	40
51	9782	39
52	9704	38
53	9612	37
54	9511	36
55	9396	35
56	9272	34
57	9136	33
58	8989	32
59	8829	31
60	8659	30
61	8481	29
62	8290	28
63	8090	27
64	7880	26
65	7660	25
66	7431	24
67	7191	23
68	6944	22
69	6692	21
70	6428	20
71	6157	19
72	5878	18
73	5592	17
74	5300	16
75	5000	15
76	4694	14
77	4383	13
78	4067	12
79	3746	11
80	3420	10
81	3090	9
82	2756	8
83	2419	7
84	2079	6
85	1736	5
86	1391	4
87	1044	3
88	698	2
89	349	1

Altitudines semiparabolarum
quarum impetus sit idem.[1]

Gradus elevationum.

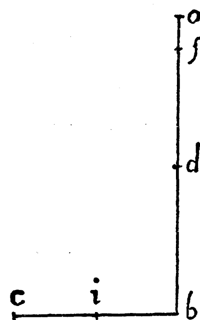
Gr.		Gr.	
1	3	46	5173
2	13	47	5346
3	28	48	5523
4	50	49	5698
5	76	50	5868
6	108	51	6038
7	150	52	6207
8	194	53	6379
9	245	54	6546
10	302	55	6710
11	365	56	6873
12	432	57	7033
13	506	58	7190
14	585	59	7348
15	670	60	7502
16	760	61	7649
17	855	62	7796
18	955	63	7939
19	1060	64	8078
20	1170	65	8214
21	1285	66	8346
22	1402	67	8474
23	1527	68	8597
24	1685	69	8715
25	1786	70	8830
26	1922	71	8940
27	2061	72	9045
28	2204	73	9144
29	2351	74	9240
30	2499	75	9330
31	2653	76	9415
32	2810	77	9493
33	2967	78	9567
34	3128	79	9636
35	3289	80	9698
36	3456	81	9755
37	3621	82	9806
38	3793	83	9851
39	3962	84	9890
40	4132	85	9924
41	4302	86	9951
42	4477	87	9972
43	4654	88	9987
44	4827	89	9998
45	5000	90	10000

[1] Di questa tavola si ha l'autografo nel cod. A, a car. 112*r*., con la intestazione seguente: *Tabula altitudinum semiparabolarum a proiectis eodem impetu explosis descriptarum*.

Problema, Propositio XIII.

Ex datis semiparabolarum amplitudinibus, in praecedenti tabula digestis, retentoque communi impetu quo unaquaeque describitur, singularum semiparabolarum altitudines elicere.

Sit amplitudo data bc; *impetus vero, qui semper idem intelligatur, mensura sit* ob,[1] *aggregatum nempe altitudinis et sublimitatis: reperienda est ac distinguenda ipsamet altitudo; quod quidem tunc consequemur, cum* bo *ita divisa fuerit, ut rectangulum sub eius partibus contentum aequale sit quadrato dimidiae amplitudinis* bc. *Incidat talis divisio in* f; *et utraque* ob, bc *secetur bifariam in* d, i. *Est igitur quadratum* ib *aequale rectangulo* bfo; *quadratum vero* do *aequatur eidem rectangulo cum quadrato* fd: *si igitur ex quadrato* do *auferatur quadratum* bi, *quod rectangulo* bfo *est aequale, remanebit quadratum* fd, *cuius latus* df *additum lineae* bd *dabit quaesitam altitudinem* bf. *Componitur itaque sic ex datis:*



Ex quadrato dimidiae bo *notae aufer quadratum* bi, *pariter notae; residui sume radicem quadratam, quam adde notae* db, *et habebis altitudinem quaesitam* bf.

Exemplum. Invenienda sit altitudo semiparabolae ad elevationem gr. 55 descriptae. Amplitudo, ex praecedenti tabula, est 9396; eius dimidium est 4698; quadratum ipsius 22071204; hoc dempto ex quadrato dimidiae bo,

1. *Propos. Propos. XIII,* s —
Delle lin. 2-20 si ha una bozza autografa nel cod. A, a car. 122*r*., la quale comincia con queste parole cancellate: *Data amplitudine et,* e presenta le seguenti varianti:
2-3. *Ex datis amplitudinibus semiparabolarum, in praecedenti tabula digestis, retenctoque* [sic] — 3-4. *singularum altitudines* — 5-6. *idem,* ob, *hoc est aggregatum altitudinis* — 7-8. *altitudo; id autem consequemur* — 8-11. *ut* bi, *dimidia amplitudinis, media fuerit inter partes ipsius* ob. *Factum iam sit, et cadat punctus divisionis in* f. *Est* — 14-15. *rectangulo* bfd [sic] *est* — 16-18. *dabit altitudinem* bf *quaesitam. Ex datis itaque intentum assequimur. Operatio itaque talis erit. Ex* — 18-19. bo *datae aufer quadratum* bi *notae; residui accipe radicem, quae erit* fd; *hanc adde* — 19-20. *altitudinem* bf *quaesitam* —
23. *hoc demptum ex,* s —

---

(1) Nella figura dell'edizione originale, al posto della lettera *o* è segnata (a quanto pare; chè la stampa è riuscita molto imperfetta) la lettera *a*. Nel testo però della Proposizione la predetta edizione ha sempre *o*; e *o* ha pure la bozza autografa, così nel testo come nella figura, nella quale pertanto abbiamo corretto in *o* l'*a* della stampa.

quod semper idem est, nempe 25000000, residuum est 2928796, cuius radix quadrata 1710 proxime. Haec dimidiae bo, *nempe 5000, addita, exhibet 6710; tantaque est altitudo* bf.

Non erit inutile, tertiam exponere tabulam, altitudines et sublimitates continentem semiparabolarum, quarum eadem futura sit amplitudo.

Sagr. Questa vedrò io molto volentieri, mentre che per essa potrò venir in cognizione della differenza de gl' impeti e delle forze che si ricercano per cacciar il proietto nella medesima lontananza con tiri che chiamano di volata; la qual differenza credo che sia grandissima secondo le diverse elevazioni: sì che, per esempio, se altri volesse alla elevazione di 3 o 4 gradi, o di 87 o 88, far cader la palla dove fu cacciata alla elevazione di 45 (dove si è mostrato ricercarsi l' impeto minimo), credo si ricercherebbe un eccesso immenso di forza.

Salv. V. S. stima benissimo; e vedrà che per eseguire l' opera intera in tutte l' elevazioni, bisogna andar a gran passo verso l' impeto infinito. Or veggiamo la costruzzione della tavola.

Tabula continens altitudines et sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines eaedem sint, partium scilicet 10000, ad singulos gradus elevationis calculata.

Gr.	*Altit.*	*Subl.*	*Gr.*	*Altit.*	*Subl.*
1	87	286533	46	5177	4828
2	175	142450	47	5363	4662
3	262	95802	48	5553	4502
4	349	71531	49	5752	4345
5	437	57142	50	5959	4196
6	525	47573	51	6174	4048
7	614	40716	52	6399	3906
8	702	35587	53	6635	3765
9	792	31565	54	6882	3632
10	881	28367	55	7141	3500
11	972	25720	56	7413	3372
12	1063	23518	57	7699	3247
13	1154	21701	58	8002	3123
14	1246	20056	59	8332	3004
15	1339	18663	60	8600	2887
16	1434	17405	61	9020	2771
17	1529	16355	62	9403	2658
18	1624	15389	63	9813	2547
19	1722	14522	64	10251	2438
20	1820	13736	65	10722	2331
21	1919	13024	66	11230	2226
22	2020	12376	67	11779	2122
23	2123	11778	68	12375	2020
24	2226	11230	69	13025	1919
25	2332	10722	70	13237	1819
26	2439	10253	71	14521	1721
27	2547	9814	72	15388	1624
28	2658	9404	73	16354	1528
29	2772	9020	74	17437	1433
30	2887	8659	75	18660	1339
31	3008	8336	76	20054	1246
32	3124	8001	77	21657	1154
33	3247	7699	78	23523	1062
34	3373	7413	79	25723	972
35	3501	7141	80	28356	881
36	3633	6882	81	31569	792
37	3768	6635	82	35577	702
38	3906	6395	83	40222	613
39	4049	6174	84	47572	525
40	4196	5959	85	57150	437
41	4346	5752	86	71503	349
42	4502	5553	87	95405	262
43	4662	5362	88	143181	174
44	4828	5177	89	286499	87
45	5000	5000	90	*infinita.*	

Propositio XIV.

Altitudines atque sublimitates semiparabolarum, quarum amplitudines aequales futurae sint, per singulos elevationis gradus reperire.

Haec omnia facili negotio consequemur: posita enim semiparabolae amplitudine partium semper 10000, medietas tangentis cuiuslibet gradus elevationis altitudinem exhibet. Ut, exempli gratia, semiparabolae, cuius elevatio sit gr. 30, amplitudo vero, ut ponitur, partium 10000, altitudo erit 2887; tanta enim est proxime medietas tangentis. Inventa autem altitudine, sublimitatem eliciemus tali pacto. Cum demonstratum sit, dimidiam amplitudinem semiparabolae mediam esse proportionalem inter altitudinem et sublimitatem, sitque altitudo iam reperta, medietas vero amplitudinis semper eadem, partium scilicet 5000, si huius quadratum per altitudinem datam diviserimus, sublimitas quaesita exurget. Ut, in exemplo, altitudo reperta fuit 2887; quadratum partium 5000 est 25000000; quod divisum per 2887, dat 8659 proxime pro sublimitate quaesita.

Salv. Or qui si vede, primieramente, come è verissimo il concetto accennato di sopra, che nelle diverse elevazioni, quanto più si allontanano dalla media, o sia nelle più alte o nelle più basse, tanto si ricerca maggior impeto e violenza per cacciar il proietto nella medesima lontananza. Imperò che, consistendo l' impeto nella mistione de i due moti, orizontale equabile e perpendicolare naturalmente accelerato, del qual impeto vien ad esser misura l' aggregato dell' altezza e della sublimità, vedesi dalla proposta tavola, tale aggregato esser minimo nell' elevazione di gr. 45, dove l' altezza e la sublimità sono eguali, cioè 5000 ciascheduna, e l' aggregato loro 10000: che se noi cercheremo ad altra maggiore altezza, come, per esempio, di gr. 50, troveremo l' altezza esser 5959, e la sublimità 4196, che giunti insieme sommano 10155; e tanto troveremo parimente esser l' impeto di gr. 40, essendo questa e quella elevazione egualmente lontane dalla media. Dove doviamo secondariamente notare, esser vero che eguali impeti si ricercano a due a due delle elevazioni distanti egualmente dalla media, con questa bella alternazione di più, che l' altezze e le sublimità delle superiori elevazioni contrariamente rispondono alle sublimità ed altezze delle inferiori; sì che dove, nell' esempio

proposto, nell'elevazione di 50 gr. l'altezza è 5959 e la sublimità 4196, nell' elevazione di gr. 40 accade all' incontro l' altezza esser 4196 e la sublimità 5959: e l' istesso accade in tutte l' altre senza veruna differenza, se non in quanto, per fuggir il tedio del calcolare, non si è tenuto conto di alcune frazzioni, le quali in somme così grandi non sono di momento nè di progiudizio alcuno.

Sagr. Io vo osservando, come delli due impeti orizontale e perpendicolare, nelle proiezzioni, quanto più sono sublimi, tanto meno vi si ricerca dell' orizontale, e molto del perpendicolare; all' incontro, nelle poco elevate grande bisogna che sia la forza dell' impeto orizontale, che a poca altezza deve cacciar il proietto. Ma se ben io capisco benissimo, che nella totale elevazione di gr. 90, per cacciar il proietto un sol dito lontano dal perpendicolo, non basta tutta la forza del mondo, ma necessariamente deve egli ricadere nell' istesso luogo onde fu cacciato; non però con simil sicurezza ardirei di affermare, che anco nella nulla elevazione, cioè nella linea orizontale, non potesse da qualche forza, ben che non infinita, esser in alcuna lontananza spinto il proietto, sì che, per esempio, nè anco una colubrina sia potente a spignere una palla di ferro orizontalmente, come dicono, di punto bianco, cioè di punto niuno, che è dove non si dà elevazione. Io dico che in questo caso resto con qualche ambiguità: e che io non neghi resolutamente il fatto, mi ritiene un altro accidente, che par non meno strano, e pure ne ho la dimostrazione concludente necessariamente. E l' accidente è l' esser impossibile distendere una corda sì, che resti tesa dirittamente e parallela all'orizonte; ma sempre fa sacca e si piega, nè vi è forza che basti a tenderla rettamente.

Salv. Adunque, Sig. Sagredo, in questo caso della corda cessa in voi la maraviglia circa la stravaganza dell' effetto, perchè ne avete la dimostrazione; ma se noi ben considereremo, forse troveremo qualche corrispondenza tra l' accidente del proietto e questo della corda. La curvità della linea del proietto orizontale par che derivi dalle due forze, delle quali una (che è quella del proiciente) lo caccia orizontalmente, e l' altra (che è la propria gravità) lo tira in giù a piombo. Ma nel tender la corda vi sono le forze di coloro che orizontalmente la tirano, e vi è ancora il peso dell' istessa corda, che naturalmente inclina al basso. Son dunque queste due generazioni

11. *che da poca,* s —

assai simili. E se voi date al peso della corda tanta possanza ed energia di poter contrastare e vincer qual si voglia immensa forza che la voglia distendere drittamente, perchè vorrete negarla al peso della palla? Ma più voglio dirvi, recandovi insieme maraviglia e diletto, che la corda così tesa, e poco o molto tirata, si piega in linee, le quali assai si avvicinano alle paraboliche: e la similitudine è tanta, che se voi segnerete in una superficie piana ed eretta all' orizonte una linea parabolica, e tenendola inversa, cioè col vertice in giù e con la base parallela all' orizonte, facendo pendere una catenella sostenuta nelle estremità della base della segnata parabola, vedrete, allentando più o meno la detta catenuzza, incurvarsi e adattarsi alla medesima parabola, e tale adattamento tanto più esser preciso, quanto la segnata parabola sarà men curva, cioè più distesa; sì che nelle parabole descritte con elevazioni sotto a i gr. 45, la catenella camina quasi *ad unguem* sopra la parabola.

Sagr. Adunque con una tal catena sottilmente lavorata si potrebbero in un subito punteggiar molte linee paraboliche sopra una piana superficie.

Salv. Potrebbesi, ed ancora con qualche utilità non piccola, come appresso vi dirò.

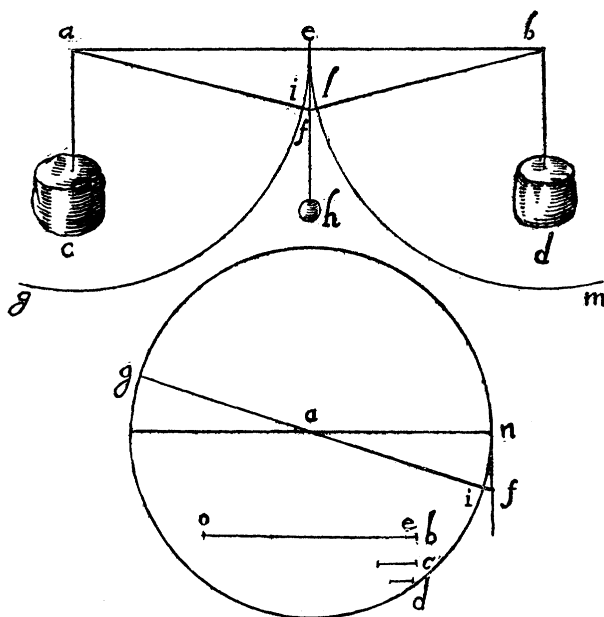
Simp. Ma prima che passar più avanti, vorrei pur io ancora restar assicurato almeno di quella proposizione della quale voi dite essercene dimostrazione necessariamente concludente; dico dell' esser impossibile, per qualunque immensa forza, fare star tesa una corda drittamente ed equidistante all' orizonte.

Sagr. Vedrò se mi sovviene della dimostrazione; per intelligenza della quale bisogna, Sig. Simplicio, che voi supponghiate per vero quello che in tutti gli strumenti mecanici, non solo con l' esperienza, ma con la dimostrazione ancora, si verifica: e questo è, che la velocità del movente, ben che di forza debole, può superare la resistenza, ben che grandissima, di un resistente che lentamente debba esser mosso, tutta volta che maggior proporzione abbia la velocità del movente alla tardità del resistente, che non ha la resistenza di quel che deve esser mosso alla forza del movente.

Simp. Questo mi è notissimo, e dimostrato da Aristotele nelle sue Quistioni Mecanice; e manifestamente si vede nella leva e nella stadera, dove il romano, che non pesi più di 4 libbre, leverà un peso di 400,

mentre che la lontananza di esso romano dal centro, sopra 'l quale si volge la stadera, sia più di cento volte maggiore della distanza dal medesimo centro di quel punto dal quale pende il gran peso: e questo avviene, perchè, nel calar che fa il romano, passa spazio più di cento volte maggiore dello spazio per il quale nel medesimo tempo monta il gran peso; che è l'istesso che dire, che il piccolo romano si muove con velocità più che cento volte maggiore della velocità del gran peso.

Sagr. Voi ottimamente discorrete, e non mettete dubbio alcuno nel concedere, che per piccola che sia la forza del movente, supererà qualsivoglia gran resistenza, tutta volta che quello più avanzi di velocità, ch' ei non cede di vigore e gravità. Or venghiamo al caso della corda: e segnando un poco di figura, intendete per ora, questa linea *ab,* passando sopra i due punti fissi e stabili *a, b,* aver nelle estremità sue pendenti, come vedete, due immensi pesi *c, d,* li quali, tirandola con grandissima forza, la facciano star veramente tesa dirittamente, essendo essa una semplice linea, senza veruna gravità. Or qui vi soggiungo e dico, che se dal mezzo di quella, che sia il punto *e,* voi sospenderete qualsivoglia piccolo peso, quale sia questo *h,* la linea *ab* cederà, ed inclinandosi verso il punto *f,* ed in consequenza allungandosi, costrignerà i due gravissimi pesi *c, d* a salir in alto: il che in tal guisa vi dimostro.



Intorno a i due punti *a, b,* come centri, descrivo 2 quadranti, *eig, elm;* ed essendo che li due semidiametri *ai, bl* sono eguali alli due *ae, eb,* gli avanzi *fi, fl* saranno le quantità de gli allungamenti delle parti *af, fb* sopra le *ae, eb,* ed in conseguenza determinano le salite de i pesi *c, d,* tutta volta però che il peso *h* avesse auto facoltà di calare in *f:* il

32-33. *quadranti,* efg, elm; *ed essendo,* s —

che allora potrebbe seguire, quando la linea *ef,* che è la quantità della scesa di esso peso *h,* avesse maggior proporzione alla linea *fi,* che determina la salita de i due pesi *c, d,* che non ha la gravità di amendue essi pesi alla gravità del peso *h.* Ma questo necessariamente avverrà, sia pur quanto si voglia massima la gravità de i pesi *c, d,* e minima quella dell' *h:* imperò che non è sì grande l' eccesso de i pesi *c, d* sopra 'l peso *h,* che maggiore non possa essere a proporzione l' eccesso della tangente *ef* sopra la parte della segante *fi.* Il che proveremo così. Sia il cerchio, il cui diametro *gai;* e qual proporzione ha la gravità de i pesi *c, d* alla gravità di *h,* tale la abbia la linea *bo* ad un' altra, che sia *c,* della quale sia minore la *d,* sì che maggior proporzione arà la *bo* alla *d* che alla *c.* Prendasi delle due *ob, d* la terza proporzionale *be,* e come *oe* ad *eb,* così si faccia il diametro *gi* (prolungandolo) all' *if,* e dal termine *f* tirisi la tangente *fn;* e perchè si è fatto, come *oe* ad *eb,* così *gi* ad *if,* sarà, componendo, come *ob* a *be,* così *gf* ad *fi:* ma tra *ob* e *be* media la *d,* e tra *gf, fi* media la *nf:* adunque *nf* alla *fi* ha la medesima proporzione che la *ob* alla *d,* la qual proporzione è maggiore di quella de i pesi *c, d* al peso *h.* Avendo dunque maggior proporzione la scesa o velocità del peso *h* alla salita o velocità dei pesi *c, d,* che non ha la gravità di essi pesi *c, d* alla gravità del peso *h;* resta manifesto che il peso *h* descenderà, cioè la linea *ab* partirà dalla rettitudine orizontale. E quel che avviene alla retta *ab* priva di gravità, mentre si attacchi in *e* qualsivoglia minimo peso *h,* avviene all' istessa corda *ab* intesa di materia pesante, senza l' aggiunta di alcun altro grave; poichè vi si sospende il peso istesso della materia componente essa corda *ab.*

Simp. Io resto satisfatto a pieno: però potrà il Sig. Salviati, conforme alla promessa, esplicarci qual sia l' utilità che da simile catenella si può ritrarre, e, dopo questo, arrecarci quelle specolazioni che dal nostro Accademico sono state fatte intorno alla forza della percossa.

Salv. Assai per questo giorno ci siamo occupati nelle contemplazioni passate: l' ora, che non poco è tarda, non ci basterebbe a gran segno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congresso ad altro tempo più opportuno.

Sagr. Concorro col parere di V. S., perchè da diversi ragionamenti auti con amici intrinseci del nostro Accademico ho ritratto, questa materia della forza della percossa essere oscurissima, nè di quella

sin ora esserne, da chiunque ne ha trattato, penetrato i suoi ricetti, pieni di tenebre ed alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginazioni umane; e tra le conclusioni sentite profferire me ne resta in fantasia una stravagantissima, cioè che la forza della percossa è interminata, per non dir infinita. Aspetteremo dunque la commodità del Sig. Salviati. Ma intanto dicami che materie sono queste, che si veggono scritte dopo il trattato de i proietti.

Salv. Queste sono alcune proposizioni attenenti al centro di gravità de i solidi, le quali in sua gioventù andò ritrovando il nostro Accademico, parendogli che quello che in tal materia aveva scritto Federigo Comandino non mancasse di qualche imperfezzione. Credette dunque con queste proposizioni, che qui vedete scritte, poter supplire a quello che si desiderava nel libro del Comandino; ed applicossi a questa contemplazione ad instanza dell' Illustrissimo Sig. Marchese Guid' Ubaldo Dal Monte, grandissimo matematico de' suoi tempi, come le diverse sue opere publicate ne mostrano, ed a quel Signore ne dette copia, con pensiero di andar seguitando cotal materia anco ne gli altri solidi non tocchi dal Comandino; ma incontratosi, dopo alcun tempo, nel libro del Sig. Luca Valerio, massimo geometra, e veduto come egli risolve tutta questa materia senza niente lasciar in dietro, non seguitò più avanti, ben che le aggressioni sue siano per strade molto diverse da quelle del Sig. Valerio.

Sagr. Sarà bene dunque che in questo tempo che s' intermette tra i nostri passati ed i futuri congressi, V. S. mi lasci nelle mani il libro, che io tra tanto anderò vedendo e studiando le proposizioni conseguentemente scrittevi.

Salv. Molto volentieri eseguisco la vostra domanda, e spero che V. S. prenderà gusto di tali proposizioni.

APPENDIX

in qua continentur theoremata eorumque demonstrationes, quae ab eodem Autore circa centrum gravitatis solidorum olim conscripta fuerunt.[1]

. . . .
. . . .
. . . .

Finis.

---

[1] Questi Teoremi furono pubblicati nel vol. I della presente edizione, pag. 187-208.

TAVOLA DELLE COSE PIÙ NOTABILI.

A

C

15. *ma allargata un pelo*, s —

18. *ritengono*, s —

O

P

Q

R

S

21. *grandezza e gratuità, viene,* s —

30. *Velocità diverse di,* s —

DELLA FORZA DELLA PERCOSSA.

PRINCIPIO DI GIORNATA AGGIUNTA

AI

DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE

INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE.

[*GIORNATA SESTA.*]

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E APROINO.

Sagr. L' assenza di V. S., Sig. Salviati, di questi quindici giorni mi ha dato campo di poter vedere le proposizioni attenenti a' centri di gravità de' solidi, ed anco dare un' altra diligente lettura alle dimostrazioni delle tante e sì nuove proposizioni de' moti naturali e violenti: e perchè ne sono tra esse non poche di assai difficile apprensione, di speziale aiuto mi è stata la conferenza di questo gentiluomo, che V. S. qui vede.

Salv. Io voleva appunto domandar V. S. dell' essere appresso di lei questo Signore e del mancarne il nostro Sig. Simplicio.

Sagr. Dell' assenza del Sig. Simplicio mi vo immaginando, anzi lo tengo per fermo, che cagione ne sia stata la grande oscurità che egli ha incontrata in alcune dimostrazioni di vari problemi attenenti al moto; e più, di altre sopra le proposizioni del centro di gravità: parlo di quelle che, per lunghe concatenazioni di varie proposizioni degli elementi della geometria, vengono inapprensibili a quelli che tali elementi non hanno prontissimi alle mani. Questo gentiluomo che qui vede, è il Sig. Paolo Aproino, nobile Trivisano, stato non solamente uditore del nostro Accademico, mentre lesse in Padova, ma suo intrinsechissimo familiare e di lunga e continuata conversazione,

La prima edizione di questa scrittura (che è nelle *Opere di Galileo Galilei* ecc., In Firenze, MDCCXVIII, Nella Stamp. di S. A. R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi, Tomo II, pag. 693-710) porta il seguente titolo: *Giornata sesta del Galileo, Della forza della percossa, Da aggiugnersi a i Discorsi e alle Dimostrazioni mattematiche intorno alle due nuove scienze appartenenti alle meccaniche ed a i movimenti locali.*

nella quale, insieme con altri (tra' quali fu principalissimo il Sig. Daniello Antonini, nobilissimo d'Udine, d'ingegno e di valore sopraumano, il quale per difesa della Patria e del suo Serenissimo Principe gloriosamente morì, ricevendo onori condegni al suo merito dalla Serenissima Repubblica Veneta), intervenne in particolare a gran numero di esperienze che intorno a diversi problemi, in casa esso Accademico, si facevano. Ora, essendo circa dieci giorni fa venuto questo Signore a Venezia e, conforme al suo solito, a visitarmi, sentendo come aveva appresso di me questi trattati del comune amico, ha preso gusto che gli vediamo insieme: e sentendo l'appuntamento del ritrovarci a parlare sopra il maraviglioso problema della percossa, mi ha detto come ne aveva più volte discorso, ma sempre irresolutamente ed ambiguamente, con esso Accademico, col quale mi diceva che si era trovato, nel far diverse esperienze attenenti a vari problemi, a farne ancora alcune riguardanti alla forza della percossa ed alla sua esplicazione; ed ora appunto stava in procinto di arrecarne tra l'altre una, per quanto egli dice, assai ingegnosa e sottile.

Salv. Io mi reputo a gran ventura l'essermi incontrato nel Sig. Aproino ed il poterlo conoscere di vista e di presenza, come per fama e per molte relazioni del nostro Accademico già aveva conosciuto; e di sommo piacere mi sarà il poter sentire almeno parte delle varie esperienze che sopra diverse proposizioni furon fatte in casa l'amico nostro, coll'intervento d'ingegni così accurati quali sono quelli del Sig. Aproino e del Sig. Antonini, del quale con tante lodi ed ammirazioni mille volte mi parlò detto amico nostro. E perchè siamo ora qui per discorrere sopra il particolare della percossa, potrà V. S., Sig. Aproino, dirci quello che in tal materia ne trassero dalle esperienze, con promessa però di arrecarne, con altra occasione, altre fatte sopra altri problemi; chè so che non glie ne mancheranno, per la sicurezza che ho dell'essere l'Accademico nostro stato sempre non meno curioso che diligente sperimentatore.

Apr. Se io volessi con i debiti ringraziamenti pagare il debito al quale la cortesia di V. S. mi obbliga, mi converrebbe spendere tante parole, che poco tempo o punto ci avanzerebbe di tutto il giorno per parlare dell'intrapresa materia.

Sagr. No, no, Sig. Aproino: venghiamo pure a dar principio a i discorsi di dottrina, e lasciamo i complimenti di cerimonie a i cor-

tigiani; ed io entro per sicurtà tra amendue loro della scambievole soddisfazione prodotta, per quanto basta, dalle brevi, ma candide e sincere, loro ofiziose parole.

Apr. Ancorchè io stimi di non essere per produr cosa ignota al Sig. Salviati, e che perciò tutta la carica del discorso doverebbe essere appoggiata sulle sue spalle, tuttavia, se non per altro, almeno per alleggerirlo in parte, andrò toccando quei primi motivi, insieme colla prima esperienza, che mossero l' amico ad internarsi nella contemplazione di questo ammirabile problema della percossa.

Cercando la maniera del poter trovare e misurare la sua gran forza, ed insieme, se fusse possibile, risolvere ne' suoi principî e nelle sue prime cause l'essenza di cotale effetto, il quale molto diversamente par che proceda, nell' acquisto della sua somma potenza, dal modo nel quale procede la moltiplicazione di forza in tutte le altre macchine meccaniche (dico *meccaniche* per escludere l'immenso vigore del fuoco), nelle quali si scorge ed assai concludentemente s' intende come la velocità d'un debile movente compensa la gagliardia di un forte resistente che lentamente venga mosso; ma perchè si scorge pur anco nella operazione della percossa intervenire il movimento del percuziente, congiunto colla sua velocità, contro al movimento del resistente ed il suo poco o molto dovere essere mosso; fu il primo concetto dell'Accademico di cercar d' investigare qual parte abbia nell' effetto ed operazione della percossa, v. g., il peso del martello, e quale la velocità maggiore o minore colla quale vien mosso, cercando, se fusse possibile, di trovare una misura la quale comunemente ci misurasse ed assegnasse l' una e l' altra energia: e per arrivare a tal cognizione s' immaginò, per quanto a me parve, una ingegnosa esperienza. Accomodò un' asta assai gagliarda, e di lunghezza di circa tre braccia, volubile sopra un perno, a guisa dell' ago di una bilancia; sospese poi nell' estremità delle braccia di cotal bilancia due pesi eguali ed assai gravi, uno de' quali era il composto di due vasi di rame, cioè di due secchie, l' una delle quali, appesa all' estremità detta dell' ago, si teneva piena d' acqua, e dalle orecchie di tale secchia pendevano due corde di lunghezza circa due braccia l' una, alle quali era, per gli orecchi, attaccata un' altra simil secchia, ma vota, la quale veniva a piombo a risponder sotto alla prima secchia già detta e piena d' acqua; nel-

14. *moltiplicazione di farla in*, s —

l'estremo poi dell'altro braccio della bilancia si faceva pendere un contrappeso di pietra o di qual si fusse altra materia grave, il quale equilibrasse giustamente la gravità di tutto il composto delle due secchie, dell'acqua e delle corde. La secchia superiore era forata nel fondo con foro largo alla grossezza di un uovo o poco meno, e questo tal foro si poteva aprire e serrare. Fu la prima immaginazione e concetto comune di amendue noi, che fermata la bilancia in equilibrio, essendo preparato il tutto nella maniera detta, quando poi si sturasse la secchia superiore e si desse l'andare all'acqua, la quale precipitando andasse a percuotere nella secchia da basso, l'aggiunta di cotal percossa dovesse aggiugnere tal momento in questa parte, che bisogno fusse, per restituire l'equilibrio, aggiugnere nuovo peso alla gravità del contrappeso dell'altro braccio, la quale aggiunta è manifesto che ristorerebbe e adeguerebbe la nuova forza della percossa dell'acqua; sicchè potessimo dire, essere il suo momento equivalente al peso delle 10 o 12 libbre che fusse stato di bisogno aggiugnere all'altro contrappeso.

Sagr. Ingegnoso veramente mi pare cotesto macchinamento, e sto con avidità attendendo l'esito di tale esperienza.

Apr. La riuscita, siccome agli altri fu inopinata, così fu maravigliosa: imperocchè, subito aperto il foro e cominciato ad uscirne l'acqua, la bilancia inclinò dall'altra parte del contrappeso; ma non tantosto arrivò l'acqua percuotendo nel fondo dell'inferior secchia, che restando di più inclinarsi il contrappeso, cominciò a sollevarsi, e con un moto placidissimo, mentre l'acqua precipitava, si ricondusse all'equilibrio, e quivi, senza passarlo pur di un capello, si librò e fermossi perpetuamente.

Sagr. Inaspettato veramente m'è stato l'esito di questo caso; e benchè il successo sia stato diverso da quello che io mi aspettava, e dal quale pensava di potere imparare quanta fosse la forza di tal percossa, nulladimeno mi par potere conseguire in buona parte la desiderata notizia, dicendo che la forza ed il momento di cotal percossa equivale al momento ed al peso di quella quantità d'acqua cadente che si trova sospesa in aria tra le due acque delle due secchie, superiore ed inferiore, la qual quantità d'acqua non gravita punto nè contro alla secchia superiore nè contro all'inferiore: non contro alla superiore, perchè, non essendo le parti dell'acqua attac-

cate insieme, non possono le basse far forza e tirar giù le superiori, come farebbe, v. g., una materia viscosa, come pece o pania; non contro all' inferiore, perchè, andandosi continuamente accelerando il moto della cadente acqua, non possono le parti più alte gravitare o premere sopra le più basse: laonde ne segue che tutta l'acqua contenuta nella troscia è come se non fusse in bilancia. Il che anco più che chiaramente si manifesta: perchè se tal acqua esercitasse sua gravità sopra le secchie, queste colla giunta della percossa grandemente inclinerebbero a basso, sollevando il contrappeso; il che non si vede seguire. Confermasi anco puntualissimamente questo: perchè se noi ci immagineremo tutta quell' acqua repentinamente agghiacciarsi, già la troscia, fatta un solido di ghiaccio, peserebbe con tutto il resto della macchina, e, cessando il moto, verrebbe tolta la percossa.

Apr. Il discorso di V. S. è puntualmente conforme a quello che facemmo noi di subito sopra la veduta esperienza, ed a noi ancora parve di poter concludere che l' operazione della sola velocità acquistata per la caduta di quella quantità d' acqua dall' altezza delle due braccia operasse, nell' aggravare, senza il peso dell' acqua quel medesimo appunto che il peso dell' acqua senza l' impeto della percossa; sicchè, quando si potesse misurare e pesare la quantità dell' acqua compresa in aria tra i vasi, si potesse sicuramente affermare, la tal percossa esser potente ad operare, gravitando, quello che opera un peso eguale a 10 o 12 libbre dell' acqua cadente.

Salv. Piacemi molto l'arguta invenzione; e parmi che, senza il partirci dal suo progresso, nel quale ci arreca qualche ambiguità la difficoltà del misurare la quantità dell' acqua cadente, potremmo con una non dissimile esperienza agevolarci la strada per arrivare all' intera cognizione che desideriamo. Però, figurandoci, per esempio, uno di quei gran pesi che per ficcare grossi pali nel terreno si lasciano cadere da qualche altezza sopra uno de' detti pali (i quali pesi mi pare che gli addimandino berte), ponghiamo, v. g., il peso di una tal berta esser 100 libbre, l' altezza dalla quale cade essere quattro braccia, e la fitta del palo nel terreno duro, fatta per una sola percossa, importare 4 dita: e posto che la medesima pressura e fitta delle 4 dita, volendola noi far senza percossa, ricercasse che le fusse soprapposto un peso di mille libbre, il quale, operando colla sola gravità, senza moto precedente, chiameremo peso morto, domando se noi

potremo senza equivocazione o fallacia affermare, la forza ed energia di un peso di 100 libbre, congiunto colla velocità acquistata nel cadere dall' altezza di quattro braccia, essere equivalente al gravitare di un peso morto di mille libbre; sicchè la virtù della sola velocità importasse quanto la pressura di libbre novecento di peso morto, chè tante ne rimangono trattene dalle mille le cento della berta? Vedo che amendue tardate la risposta, forse perchè bene non ho esplicata la mia domanda: però torno a brevemente dire, se possiamo per la detta sperienza asserire, che l' aggravio del peso morto farà sempre il medesimo effetto sopra una resistenza, che fa il peso di 100 libbre cadente dall' altezza di quattro braccia; in guisa tale, che (per più chiara esplicazione) cadendo l' istessa berta dalla medesima altezza, ma percuotendo sopra un più resistente palo, non lo cacciasse più che due dita, se possiamo tenerci sicuri che l' istesso effetto facesse, solo col gravitare, il peso morto delle mille libbre; dico di cacciare il palo le due dita?

Apr. Io non penso che, almeno a prima fronte, ciò non fusse conceduto da ciascheduno.

Salv. E voi, Sig. Sagredo, ci mettereste sopra qualche dubbio?

Sagr. Per ora veramente no; ma l' avere per molte e molte esperienze provato quanto sia facile l' ingannarsi, non mi rende così baldanzoso, che del tutto mi spogli di timore.

Salv. Ora, poi che V. S., la cui perspicacia ho in mille e mille occasioni conosciuta acutissima, si mostra inclinare ad ammettere la parte falsa, ben posso credere che tra mille difficile sarebbe d' incontrarne uno o due, che in una fallacia tanto simile al vero non incappassero. Ma quello che più vi farà maravigliare, sarà quando vedrete, la fallacia esser sotto così sottil velo ricoperta, ch' ogni leggier vento poteva esser bastante a discoprirla e palesarla; e pure ne resta ella velata e ascosa. Torniamo dunque a far cadere nel primo modo sopraddetto la berta sul palo, cacciandolo sotto quattro dita, e sia vero che per ciò fare si ricercassero puntualmente le mille libbre di peso morto; torniamo di poi a sollevare alla medesima altezza l' istessa berta, la quale, cadendo la seconda volta sopra il medesimo palo, lo cacci solamente due dita, per avere, v. g., incontrato il terreno più sodo: dobbiamo noi stimare che altrettanto lo ricacciasse la pressura dell' istesso peso morto delle mille libbre?

Apr. Parmi che sì.

Sagr. Ah, Sig. Paolo, miseri noi; bisogna dire risolutamente che no. Imperocchè, se nella prima posata il peso morto delle mille libbre cacciò il palo quattro dita e non più, perchè volete che l'avernelo tolto solamente e poi rimessoglielo sopra torni a cacciarlo due altre dita? e perchè non lo cacciò prima che ne fusse levato, mentre già gli era addosso? volete che lo smontarlo solamente e riposatamente riporvelo gli faccia fare quello che prima non potette?

Apr. Io non posso se non arrossire, e dichiararmi d'essere stato in pericolo di sommergermi in un bicchier d'acqua.

Salv. Non vi sbigottite, Sig. Aproino, perchè vi assicuro che avete avuto molti compagni in rimanere allacciato in nodi per altro di facilissima scioglitura; e non è dubbio che ogni fallacia sarebbe per sua natura d'agevole scoprimento, quando altri ordinatamente l'andasse sviluppando e risolvendo ne' suoi principî, de' quali esser non può che alcun suo contiguo o poco lontano non si scopra apertamente falso. Ed in questa parte, di ridurre con pochissime parole ad assurdi ed inconvenienti palpabili conclusioni false e state sempre credute per vere, ha il nostro Accademico avuto certo particolar genio: ed io ho una raccolta di molte e molte conclusioni naturali, state sempre trapassate per vere, e da esso poi, con brevi e facilissimi discorsi, manifestate false.

Sagr. Questa veramente ne è una; e se l'altre saranno su questo andare, sarà bene che a qualche tempo ce le partecipiate. Ma intanto per ora seguitiamo l'intrapresa materia: ed essendo che noi siamo sul cercare il modo (se alcuno ve ne ha) di regolare ed assegnare misura giusta e nota alla forza della percossa, questo non mi par che conseguir si possa col mezzo dell'assegnata sperienza. Imperocchè, reiterando i colpi della berta sopra il palo, e per ciascheduno ricacciandolo continuamente più e più, come la sensata esperienza ne mostra, si fa chiaro che ciascheduno de' conseguenti colpi lavora: il che non accade nel peso morto, il quale, avendo operato quello che fece la prima pressura, non séguita di fare l'effetto della seconda, cioè di cacciare ancor di nuovo il palo, quando vi si riponga sopra; anzi apertamente si vede che per la seconda rifitta ci vuol peso maggiore di mille libbre, e se si vorranno pareggiare con pesi morti le fitte del terzo, quarto e quinto colpo etc., ci vorranno le

gravità di pesi morti continuamente maggiori e maggiori. Or quale di queste doveremo noi prendere per ferma e certa misura della forza del colpo, che pur, quanto a sè stesso, è sempre il medesimo?

Salv. Questa è delle prime maraviglie che indubitabilmente credo che debbano avere tenuti perplessi ed irresoluti gl' ingegni speculativi. E veramente a chi non giugnerà nuovo il sentire che la misura della forza della percossa si debba prendere non da quello che percuote, ma più presto da quello che la percossa riceve? E quanto all' addotta esperienza, pare che da lei ritrar si possa, la forza della percossa essere infinita, o vogliamo dire indeterminata o indeterminabile, e farsi ora minore ed ora maggiore, secondo che ella viene applicata ad una maggiore o minore resistenza.

Sagr. Già mi pare di comprendere che vero possa essere, la forza della percossa essere immensa o infinita. Imperocchè, stando nella proposta esperienza, e dato che il primo colpo cacciasse il palo quattro dita, e il secondo tre, e, continuandosi d' incontrare sempre il terreno più duro, il colpo terzo vi cacci il palo due dita, il quarto uno e mezzo, e conseguentemente un sol dito, un mezzo, un quarto etc., pare che quando per la durezza del terreno la resistenza del palo non si faccia infinita, che il colpo reiterato sempre caccierà perpetuamente il palo, ma bene per ispazi minori e minori: ma perchè, quanto si voglia lo spazio sia breve, è egli però divisibile e suddivisibile sempre, si continueranno le fitte; e perchè la seguente, dovendosi fare coll' aggravio di peso morto, richiede peso maggiore che l' antecedente, potrà essere che per pareggiare le forze dell' ultime percosse si ricerchi peso maggiore e maggiore in immenso.

Salv. Così crederei io veramente.

Apr. Non potrà dunque essere resistenza alcuna così grande, che resti salda e contumace contro al potere di alcuna percossa, benchè leggiera?

Salv. Penso di no, se quello in che si percuote non è del tutto immobile, cioè non è la sua resistenza infinita.

Sagr. Mirabili, e per modo di dire prodigiosi, paiono questi asserti, e che l' arte in questo solo effetto superi e defraudi la natura, cosa che nella prima apparenza par che facciano altri strumenti meccanici ancora, alzandosi gravissimi pesi con poca forza in virtù della

18. *mezzo, conseguentemente,* s — 33. *Mirabile.* s —

leva, della vite, della taglia ed altri; ma in questo effetto della percossa, che pochi colpi di martello, non più pesante di 10 o 12 libbre, abbiano ad ammaccare, v. g., un dado di rame, il quale non infragnerebbe nè ammaccherebbe il carico non solo di una vastissima guglia di marmo, ma nè anco una torre altissima che sopra il martello si posasse, eccede, pare a me, ogni natural discorso che tentasse di torne la maraviglia. Però, Sig. Salviati, mettete mano al filo, e cavateci di così intrigati laberinti.

Salv. Da quanto essi producono, pare che il nodo principale della difficoltà batta qua, che non bene si comprenda come l'operazione della percossa, che sembra infinita, non debba di necessità procedere per mezzi diversi da quelli di altre macchine, che con pochissima forza superano resistenze immense: tuttavia io non dispero di poter esplicare come in questa ancora si procede nella medesima maniera. Tenterò di spiegarne il progresso, e benchè mi paia assai complicato, forse il mio dire potrebbe, dal vostro dubitare ed opporre, assottigliarsi ed acuirsi tanto, che allargasse almeno, se non del tutto sciogliesse, il nodo.

È manifesto, la facultà della forza del movente e della resistenza del mosso non essere una e semplice, ma composta di due azioni, dalle quali la loro energia dee essere misurata; l'una delle quali è il peso, sì del movente come del resistente, e l'altra è la velocità, secondo la quale quello dee muoversi e questo esser mosso. E così, quando il mosso dee muoversi colla velocità del movente, cioè che gli spazi passati da amendue nell'istesso tempo sieno eguali, impossibile sarà che la gravità del movente sia minore di quella del mosso, ma sibbene alquanto maggiore, attesochè dalla puntuale egualità nasce l'equilibrio e la quiete, come si vede nella bilancia di braccia eguali. Ma se noi vorremo con peso minore sollevarne un maggiore, bisognerà ordinar la macchina in modo, che il peso movente minore si muova nell'istesso tempo per ispazio maggiore dell'altro peso, che è quanto a dire che quello più velocemente si muova di questo: e così di già la ragione non meno che l'esperienza ci mostra che, per esempio, nella stadera, acciocchè il peso del romano possa alzare un altro 10 o 15 volte di lui più grave, bisogna che la sua lontananza nell'ago sia lontana dal centro, intorno al quale si fa il moto, 10 o 15 volte più che la distanza tra il medesimo centro

ed il punto della sospensione dell' altro peso; che è il medesimo che dire, che la velocità del movente sia 10 o 15 volte maggiore della velocità del mosso. E perchè questo si scorge accadere in tutti gli altri strumenti, possiamo con sicurezza stabilire che le gravità e velocità coll'istessa proporzione, ma alternatamente prese, si rispondano. Generalmente dunque diciamo, il momento del men grave pareggiare il momento del più grave, quando la velocità del minore alla velocità del maggiore abbia l' istessa proporzione che la gravità del maggiore a quella del minore; al quale ogni poco vantaggio che si conceda, supera l' equilibrio, e s' introduce il moto.

Fermato questo, io dico che non solamente nella percossa la sua operazione pare infinita circa il superare qualsivoglia somma resistenza, ma tale si mostra ella in qualsivoglia altro meccanico ordigno; perchè non è egli manifesto che un piccolissimo peso di una libbra, scendendo, alzerà un peso di 100 e di 1000 e più quanto ne piace, se noi lo costituiremo nell' ago della stadera cento o mille volte più lontano dal centro che l' altro peso massimo, cioè se noi faremo che lo spazio, per lo quale scenderà quello, sia cento e mille e più volte maggiore dello spazio della salita dell' altro, cioè se la velocità di quello sia cento e mille volte maggiore della velocità di questo? Ma voglio con uno più arguto esempio farli toccar con mano come qualsivoglia piccolissimo peso, scendendo, faccia salire qualsivoglia immensa e gravissima mole. Intenda V. S., un tal vastissimo peso essere attaccato a una corda fermata in luogo stabile e sublime, intorno al quale, come centro, intenda esser descritta la circonferenza di un cerchio che passi pel centro di gravità della sospesa mole; il qual centro di gravità è noto che viene a perpendicolo sotto la corda della sospensione, o, per meglio dire, è in quella retta linea che dal punto della sospensione va a terminare nel centro comune di tutti i gravi, cioè nel centro della Terra. Immaginatevi poi un altro filo sottilissimo, al quale sia attaccato qualsivoglia peso, benchè minimo, in guisa che il centro di gravità di questo termini nella già immaginata circonferenza; e ponete, questo piccolo peso andare a toccare e semplicemente appoggiarsi a quella vasta mole: non credete voi che, aggiunto per fianco questo nuovo peso, spignerà alquanto quel massimo, separando il suo centro di gravità dalla già immaginata linea perpendicolare, nella quale prima si trovava, e senza dubbio si moverà per la circonferenza già detta,

e movendovisi si separerà dalla linea orizontale che è la tangente della detta circonferenza nell' imo punto dove si trovava esso centro di gravità della gran mole? E quanto allo spazio, tanto sarà l' arco passato dal gravissimo, quanto il passato dal piccolissimo peso, che al grandissimo si appoggiava; ma non sarà già la salita del centro del peso massimo eguale alla scesa del centro del peso minimo, perchè questo scende per un luogo o spazio molto più inclinato che non è quello della salita dell' altro centro, che vien fatta dal contatto del cerchio in certo modo secondo un angolo minore di ogni acutissimo. Qui, se io avessi a trattare con persone men versate di voi nella geometria, dimostrerei, come partendosi un mobile dall' imo punto del contatto, può benissimo essere che l' alzamento della linea orizontale di qualche punto della circonferenza separato dal contatto sia secondo qualsivoglia proporzione minore dell' abbassamento di un asse a questo eguale, preso in qualsivoglia altro luogo, purchè in esso non si contenga il contatto: ma voi son sicuro che in ciò non avete dubbio. E se il semplice appoggiarsi del piccol peso alla gran mole può muoverla ed alzarla, che sarà se discostandolo e lasciandolo scorrere per la circonferenza, egli vi anderà a percuotere?

Apr. Veramente non mi pare che ci resti più luogo di dubitare, la forza della percossa essere infinita, per quanto l' addotta esperienza ne dichiara. Ma tal notizia non basta al mio intelletto a schiarirmi molte oscure tenebre, le quali lo tengono offuscato in modo che non discerno come il negozio di queste percosse cammini, sicchè io potessi rispondere ad ogni dubbio che mi fusse promosso.

Salv. Ma prima che io passi più oltre, voglio scoprirvi un certo equivoco che sta nascoso e come in aguato, e ci lascia stimare, tutti quei colpi con i quali nel soprapposto esempio si andava cacciando il palo, esser eguali o vogliamo dire gl' istessi, sendo fatti dalla medesima berta, elevata sopra il palo sempre alla medesima altezza: il che non è vero. Per intelligenza di che, figuratevi di andare ad incontrare colla mano una palla che venga scendendo da alto, e ditemi: se nell' arrivare ella sopra la vostra mano, voi la mano andaste abbassando per la medesima linea e colla medesima velocità che scende la palla, ditemi, dico, qual percossa voi sentireste? certo nessuna. Ma se all' arrivo della palla voi andaste solamente in parte cedendo, con abbassar la mano con minor velocità di quella della palla, voi

bene ricevereste percossa, ma non come da tutta la velocità della palla, ma solamente come dall' eccesso della velocità di quella sopra la velocità della cedenza della mano: sicchè quando la palla scendesse con 10 gradi di velocità e la mano cedesse con otto, il colpo sarebbe come fatto da due gradi di velocità della palla; e cedendo la mano con 4, il colpo sarebbe come di 6; ed essendo il cedere come uno, il percuoter sarebbe come di 9; e tutta l' intera percossa della velocità de' 10 gradi sarebbe quella che percotesse sopra la mano che nulla cedesse. Applicando ora il discorso alle percosse della berta, mentre il palo cede la prima volta 4 dita, e la seconda 2, e la terza un sol dito, all' impeto della berta, le percosse rimangono disuguali, e la prima più debole della seconda, e la seconda più della terza, secondo che la cedenza delle 4 dita più detrae dalla velocità del primo colpo che la seconda; e questa è più debole della terza, come quella che toglie il doppio più di questa dalla medesima velocità. Se dunque il molto cedere del palo alla prima percossa, ed il meno cedere alla seconda, e meno anco alla terza, e così sempre continuatamente, è cagione che men valido sia il primo colpo del secondo, e questo del terzo, che maraviglia è che manco quantità di peso morto si ricerchi per la prima cacciata delle 4 dita, e che maggiore ne bisogni per la seconda cacciata delle due dita, e maggiore ancora per la terza, e sempre più e più continuatamente, secondo che le cacciate si vanno diminuendo nelle diminuzioni delle cedenze del palo, che è quanto a dire nell' augumento delle resistenze?

Da quanto ho detto mi pare che agevolmente si possa raccorre, quanto malagevolmente si possa determinare sopra la forza della percossa fatta sopra un resistente il quale vadia variando la cedenza, quale è il palo che indeterminatamente va più e più resistendo; laonde stimo che sia necessario l'andar contemplando sopra tale, che, ricevendo le percosse, a quelle sempre colla medesima resistenza si opponga. Ora, per istabilire tal resistente, voglio che ci figuriamo un solido grave, per esempio di mille libbre di peso, il quale posi sopra un piano che lo sostenti; voglio poi che intendiamo una corda a cotal solido legata, la quale cavalchi sopra una carrucola fermata in alto, per buono spazio, sopra detto solido. Qui è manifesto, che aggiugnendo forza traente in giù all' altro capo della corda, nel sollevar quel peso si averà sempre una egualissima resistenza, cioè il contrasto di mille

libbre di gravità; e quando da quest' altro capo si sospenda un altro solido egualmente pesante come il primo, verrà da essi fatto l' equilibrio; e stando sollevati, senza che sopra alcuno sottoposto sostegno si appoggino, staranno fermi, nè scenderà questo secondo grave alzando il primo, salvo che quando egli abbia qualche eccesso di gravità: e se riposeremo il primo peso sopra il soggetto piano, che lo sostenga, potremo far prova con altri pesi di diversa gravità (ma ciascheduna minore del peso che riposa in quiete) quali siano le forze di diverse percosse, con legare alcuno di questi pesi all' altro capo della corda, lasciandolo da qualche altezza cadere ed osservando quello che segue nell' altro gran solido nel sentir la strappata dell' altro peso cadente, la quale strappata sarà ad esso gran peso come un colpo che lo voglia cacciare in su. Qui, primieramente, mi pare che si raccolga, che per piccola che sia la gravità del peso cadente, doverà senz' altro superare la resistenza del peso gravissimo ed alzarlo; la qual conseguenza mi par che si tragga molto concludentemente dalla sicurezza che abbiamo, come un peso minore prevalerà ad un altro quanto si voglia maggiore, qualunque volta la velocità del minore abbia maggior proporzione alla velocità del maggiore che non ha la gravità del maggiore alla gravità del minore: ma ciò segue nel presente caso, nel quale la velocità del peso cadente supera d' infinito intervallo quella dell' altro peso, la quale è nulla, posando egli in quiete; ma non già è nulla la gravità del solido cadente in relazione alla gravità dell' altro, non ponendo noi questa infinita, nè quella nulla; supererà dunque la forza di questo percuziente la resistenza di quello in cui si impiega la percossa. Séguita ora che cerchiamo d' investigare, quanto sia per essere lo spazio al quale la ricevuta percossa lo solleverà, e se forse questo risponda a quello delli altri strumenti meccanici: come, per esempio, nella stadera si vede, l' alzamento del peso grave esser quella tal parte dello abbassamento del romano, quale è il peso del romano dell' altro peso maggiore; e così nel caso nostro bisogna che vediamo, se essendo la gravità del gran solido posto in quiete, per esempio, mille volte maggiore della gravità del peso cadente, il quale caschi dall' altezza, v. g., di un braccio, egli sia alzato da questo minore un centesimo di braccio, chè così pare che venisse osservata la regola degli altri istrumenti meccanici. Figuriamoci di fare la prima esperienza col far cadere

da qualche altezza, diciamo di un braccio, un peso eguale all' altro, che ponghiamo posare sopra un piano, essendo amendue tali pesi legati, l' uno all' un capo e l' altro all' altro capo dell' istessa corda; che crediamo noi che sia per operare la strappata del peso cadente circa il muovere e sollevar l' altro, che era in quiete? Io volentieri sentirei l' opinione vostra.

Apr. Poichè V. S. guarda verso di me, comecchè da me ella attenda la risposta, mi pare che, essendo amendue i solidi egualmente gravi, ed avendo il cadente, di più, l' impeto della velocità, l'altro ne doverà esser innalzato assai sopra l' equilibrio; imperocchè per ridurlo in bilancio la sola gravità di quello era bastante: sormonterà dunque, per mio credere, il peso ascendente per molto maggiore spazio di un braccio, che è la misura della scesa del cadente.

Salv. Che dice V. S., Sig. Sagredo?

Sagr. Il discorso mi pare assai concludente nel primo aspetto; ma, come poco fa dissi, le molte esperienze mi hanno insegnato quanto sia facile l' ingannarsi, e però quanto sia necessario l' andar circospetto prima che risolutamente pronunziare ed affermare alcun detto. Dirò dunque (però sempre dubitando) che è vero che il peso, v. g., delle 100 libbre del grave descendente basta per alzare l'altro, che pure pesi 100 libbre, infino allo equilibrio, senza che quello venga instrutto e fornito d' altra velocità, e basterà solo l' eccesso di mezza oncia; ma vo considerando che questa equilibrazione verrà fatta con gran tardità, dove che quando il cadente sopraggiunga con gran velocità, con una simile bisognerà che tiri in alto il suo compagno. Ora, non mi pare che sia dubbio che maggior forza ci voglia a cacciar con gran velocità un grave all' in su, che a spignervelo con gran lentezza; onde possa accadere che il vantaggio della velocità, guadagnata dal cadente nella libera caduta di un braccio, possa rimaner consunto, e, per modo di dire, spento, nel cacciar l'altro con altrettanta velocità ad altrettanta altezza: perlochè non sarei lontano dal credere che tali due movimenti in giù ed in su terminassero in quiete immediatamente dopo la salita di un braccio del peso ascendente,

Nel cod. B, a car. 16*t*.–17*r*., si legge, scritto di mano del Viviani, il tratto da *del peso ascendente* (lin. 33) a *in alto* (pag. 335, lin. 18): precede la seguente nota, pur di mano del Viviani: « Nel *Congresso ultimo,* mio manuscritto, a car. 8, dopo il nono verso, deve seguitare così, secondo l' originale del Galileo *De motu e della percossa;* e può star ancora

che sarebbero due braccia di scesa dell' altro, computandovi il primo braccio che questo scese libero e solo.

Salv. Io veramente inclino a credere questo stesso: perchè, sebbene il peso cadente è un aggregato di gravità e di velocità, l' operazione della gravità nel sollevar l' altro è nulla, avendo a sè opposta e renitente altrettanta gravità dell' altro peso, il quale è manifesto che mosso non sarebbe senza l' aggiunta all' altro di qualche piccola gravità: l' operazion dunque per la quale il peso cadente dee sollevar l' altro, è tutta della velocità, la quale altro che velocità non può conferire; nè potendo conferirne altra che quella che egli ha, e non avendo altra che quella che, partendosi dalla quiete, ha guadagnata nello spazio della scesa di un braccio, per altrettanto spazio e con altrettanta velocità spignerà l' altro all' in su, conformandosi con quello che in varie esperienze si può riconoscere, che è che il grave cadente, partendosi dalla quiete, si trova in ogni sito aver tant' impeto, che basta per ridur sè stesso alla medesima altezza.

Sagr. Sovviemmi che apertamente ciò dimostra un grave pendente da un filo che sia fermato in alto; il qual grave, rimosso dal perpendicolo per un arco di qualsivoglia grandezza, non maggiore di una quarta, lasciato in libertà, scende e trapassa oltre al perpendicolo, salendo altrettanto arco quanto fu quello della scesa: dove è manifesto, la salita derivar tutta dalla velocità appresa nello scendere; imperocchè nel montare in su niuna parte vi può avere la gravità del mobile, ma bene, repugnando questa alla salita, va spogliando esso mobile di quella velocità della quale nella scesa lo veste.

Salv. Se l' esempio di quello che fa il solido grave appeso al filo, del quale mi sovviene che parlammo ne' discorsi de' giorni passati,

come quivi, *perchè* [1] par che il Galileo non ve lo volessi ». La copia del Viviani è cassata con linee trasversali, e presenta le seguenti varianti a confronto della prima edizione:

3-4. *questo istesso: perchè, se bene* — 8. *l' operazione* — *debbe sollevare* — 12. *spazio di scesa* — 15. *avere tanto impeto* — 18. *in alto etc.*: con *etc.* termina la copia del Viviani. —

Avvertiamo inoltre che le parole *del peso ascendente,* a pag. 334, lin. 33, mancano nella stampa, e noi le abbiamo aggiunte prendendole dallo squarcio manoscritto, che incomincia appunto con esse; che a lin. 13 della presente pagina abbiamo corretto *l' altra,* dato dalla stampa, in *l' altro,* conforme si legge nel manoscritto; e che tra *in alto* e *il qual grave* (lin. 18) la stampa inserisce le seguenti parole, che noi abbiamo levato: *del peso ascendente, in quel modo che ora mi sovviene accadere in un grave pendente da un filo che sia fermato in alto.* Intorno a queste correzioni vedi l'Avvertimento.

---

[1] *perchè* è cassato.

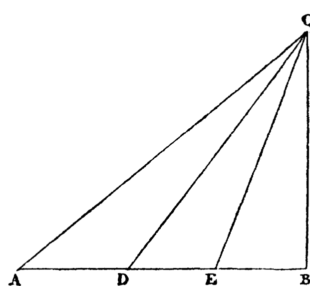
quadrasse e si aggiustasse così bene al caso del quale noi di presente trattiamo, come ei si aggiusta alla verità, molto concludente sarebbe il discorso di V. S.; ma non piccola discrepanza trovo io tra queste due operazioni: dico tra quella del solido grave pendente dal filo, che, lasciato da qualche altezza, scendendo per la circonferenza del cerchio, acquista impeto di trasportare sè medesimo ad altrettanta altezza; e l' altra operazione del cadente legato ad un capo della corda per inalzare l' altro a sè eguale in gravità. Imperocchè lo scendente per lo cerchio va acquistando velocità sino al perpendicolo, favorito dalla propria gravità, la quale, trapassato il perpendicolo, lo disaiuta nel dovere ascendere (che è moto contrario alla gravità); sicchè dello impeto acquistato nella scesa naturale non piccola ricompensa è il ricondurlo con moto preternaturale o per altezza. Ma nell' altro caso sopraggiugne il grave cadente al suo eguale, posto in quiete, non solamente colla velocità acquistata, ma colla sua gravità ancora, la quale, mantenendosi, leva per sè sola ogni resistenza di essere alzato all' altro suo compagno; perlochè la velocità acquistata non trova contrasto di un grave che allo andare in su faccia resistenza, talchè, sì come l' impeto conferito all' in giù ad un grave non trova in esso ragione di annichilarsi o ritardarsi, così non si ritrova in quello ascendente, la cui gravità rimane nulla, essendo contrappesata da altrettanta descendente. E qui mi pare che accada per appunto quello che accade ad un mobile grave e perfettamente rotondo, il quale, se si porrà sopra un piano pulitissimo ed alquanto inclinato, da per sè stesso naturalmente vi scenderà, acquistando sempre velocità maggiore; ma se, per l' opposito, dalla parte bassa si vorrà quello cacciare in su, ci bisognerà conferirgli impeto, il quale si anderà sempre diminuendo e finalmente annichilando; ma se il piano non sarà inclinato, ma orizzontale, tal solido rotondo, postovi sopra, farà quello che piacerà a noi, cioè, se ve lo metteremo in quiete, in quiete si conserverà, e dandogli impeto verso qualche parte, verso quella si moverà, conservando sempre l' istessa velocità che dalla nostra mano averà ricevuta, non avendo azione nè di accrescerla nè di scemarla, non essendo in tal piano nè declività nè acclività: ed in simile guisa i due pesi eguali, pendenti da' due capi della corda, ponendogliene in

8-9. *lo scendiate per lo cerchio,* s — 18-19. *talchè se come,* s — 26-27. *si vorrà quella cacciare,* s — 35. *pendenti da due,* s —

bilancio, si quieteranno, e se ad uno si darà impeto all'in giù, quello si andrà conservando equabile sempre. E qui si dee avvertire che tutte queste cose seguirebbero quando si movessero tutti gli esterni ed accidentari impedimenti, dico di asprezza e gravità di corda, di girelle e di stropicciamenti nel volgersi intorno al suo asse, ed altri che ve ne potessero essere. Ma perchè si è fatta considerazione della velocità, la quale l'uno de' due pesi eguali acquista scendendo da qualche altezza, mentre l'altro posi in quiete, è bene determinare quale e quanta sia per essere la velocità colla quale sieno per muoversi poi amendue, dopo la caduta dell'uno, scendendo questo e salendo quello. Già, per le cose dimostrate, noi sappiamo che quel grave che partendosi dalla quiete liberamente scende, acquista tuttavia maggiore e maggior grado di velocità perpetuamente; sicchè, nel caso nostro, il grado massimo di velocità del grave, mentre liberamente scende, è quel che si trova avere nel punto che egli comincia a sollevare il suo compagno; ed è manifesto che tal grado di velocità non si andrà più augumentando, essendo tolta la cagione dello augumento, che era la gravità propria di esso grave descendente, la quale non opera più, essendo tolta la sua propensione di scendere dalla repugnanza del salire di altrettanto peso del suo compagno. Si conserverà dunque il detto grado massimo di velocità, ed il moto, di accelerato, si convertirà in equabile: quale poi sia per essere la futura velocità, è manifesto dalle cose dimostrate e vedute ne' passati giorni, cioè che la velocità futura sarà tale, che in altrettanto tempo quanto fu quella della scesa, si passerà doppio spazio di quello della caduta.

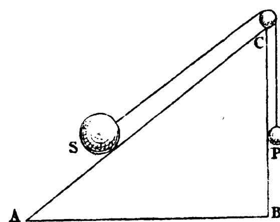
Sagr. Meglio dunque di me aveva filosofato il Sig. Aproino, e sin qui resto molto bene appagato del discorso di V. S., ed ammetto per verissimo quanto mi ha detto; ma per ancora non mi sento aver fatto acquisto tale, che mi basti per levare l'eccessiva maraviglia che sento nel vedere, essere superate resistenze grandissime dalla virtù della percossa del percuziente, ancorchè nè molta sia la sua gravità, nè eccessiva la sua velocità; e quello che ne accresce lo stupore è il sentire che ella afferma, nessuna essere la resistenza (salvo che se fusse infinita) che al colpo possa resistere senza cedere, e più che di tal percossa non si possa in veruna maniera assegnare una determinata misura. Però il desiderio nostro sarebbe che V. S. mettesse mano a dilucidare queste tenebre.

Salv. Essendo che non si può applicare dimostrazione alcuna sopra una proposizione della quale il dato non sia uno e certo, però, volendo noi filosofare intorno la forza di un percuziente e la resistenza di quello che la percossa riceve, bisogna che prendiamo un percuziente la cui forza sia sempre l'istessa, quale è quella del medesimo grave cadente sempre dalla medesima altèzza, e parimente stabilischiamo un ricevitore del colpo, la cui resistenza sia sempre la medesima. E per averlo tale, voglio che (stando su l'esempio di sopra, de i due gravi pendenti da' capi dell'istessa corda) che percuziente sia il piccol grave che si lascia cadere, e che l'altro, quanto si voglia maggiore, sia quello nell'alzamento del quale venga esercitato l'impeto del piccolo cadente: dove è manifesto, la resistenza del grande esser sempre ed in tutti i luoghi la medesima cosa; il che non accade nella resistenza del chiodo o del palo, ne' quali ella va sempre crescendo nel penetrare, e con proporzione ignotissima per gli accidenti vari che s' interpongono di variate durezze nel legno e nel terreno etc., ancor che il chiodo ed il palo sieno sempre i medesimi. Inoltre è necessario che ci riduchiamo a memoria alcune conclusioni vere, delle quali si parlò a' giorni passati nel trattato del moto: e sia la prima di esse, che i gravi descendenti da un punto sublime sino a un soggetto piano orizontale, acquistano eguali gradi di velocità, sia la scesa loro fatta o nella perpendicolare o sopra qualsivogliano piani diversamente inclinati; come, per esempio, essendo AB un piano orizontale, sopra il quale dal punto C caschi la perpendicolare CB, e dal medesimo C altre diversamente inclinate CA, CD, CE,



dobbiamo intendere, i gradi di velocità de' cadenti dal punto sublime C per qualsivoglia delle linee che dal punto C vanno a terminare nell' orizontale, essere tutti eguali. Inoltre si dee, nel secondo luogo, supporre, l'impeto acquistato in A dal cadente dal punto C esser tanto, quanto appunto si ricercherebbe per cacciare in alto il medesimo cadente, o altro a lui eguale, sino alla medesima altezza; onde possiamo intendere che tanta forza bisogna per sollevar dall' orizonte sino all' altezza C l'istesso grave, venga egli cacciato da qualsivoglia de' punti A, D, E, B. Riduchiamoci, nel terzo luogo, a memoria, che i tempi delle scese

per i notati piani inclinati hanno tra di loro la medesima proporzione che le lunghezze di essi piani; sicchè quando, per esempio, il piano AC fusse lungo il doppio del CE e quadruplo del CB, il tempo della scesa per CA sarebbe doppio del tempo della scesa per CE e quadruplo della caduta per CB. Inoltre ricordiamoci che per far montare, o vogliam dire per strascicare, l'istesso peso sopra i diversi piani inclinati, sempre minor forza basta per muoverlo sopra il più inclinato che sopra il meno, secondo che la lunghezza di questo è minore della lunghezza di quello. Ora, stante questi veri supposti, finghiamoci il piano AC esser, v. g., dieci volte più lungo del perpendicolo CB, e sopra esso AC esser posato un solido S, pesante cento libbre: è manifesto che se a tal solido fusse attaccata una corda, la quale cavalcasse sopra una girella posta più alta del punto C, la qual corda nell' altro suo capo avesse attaccato un peso di 30 libbre, qual sarebbe il peso P, è manifesto che tal peso P, con ogni poco di giunta di forza, scendendo, tirerebbe il grave S sopra il piano AC. E qui si dee notare, che sebbene lo spazio per lo quale il maggior peso si muove sopra il suo piano soggetto è eguale allo spazio per lo quale si muove il piccolo descendente (onde alcuno potrebbe dubitare sopra la generale verità di tutte le meccaniche proposizioni, cioè che piccola forza non supera e muove gran resistenza se non quando il moto di quella eccede il moto di questa colla proporzione contrariamente rispondente a i pesi loro), nel presente caso la scesa del piccolo peso, che è a perpendicolo, si dee paragonare colla salita a perpendicolo del gran solido S, vedendo quanto egli dalla orizzontale perpendicolarmente si solleva, cioè si dee riguardare quanto ei monta nella perpendicolare BC.



[1] Avendo io, Signori, fatto diverse meditazioni circa il distendere quello che mi resta a dire, e che è la somma del presente negozio, fermo la seguente conclusione, per esser di poi esplicata e dimostrata.

25. *rispondente a i pari loro,* s —

[1] La prima edizione della presente scrittura annota a questo punto: « Avverta il Lettore che il discorso seguente non bene sarà connesso colle cose supposte di sopra, perchè l'Autore ha avuto pensiero di distenderlo diversamente da quello che aveva in animo quando si notarono le sopraddette conclusioni ».

PROPOSIZIONE.

Se l' effetto che fa una percossa del medesimo peso, e cadente dalla medesima altezza, caccierà un resistente di resistenza sempre eguale per qualche spazio, e che per fare un simile effetto ci bisogni una determinata quantità di peso morto, che senza percossa prema, dico che quando il medesimo percuziente sopra un altro resistente maggiore, con tal percossa, lo caccerà, v. g., per la metà dello spazio che fu cacciato l' altro, per far questa seconda cacciata non basta la pressura del detto peso morto, ma ve ne vuole altro il doppio più grave; e così in tutte le altre proporzioni, quanto una cacciata fatta dal medesimo percuziente è più breve, tanto, per l'opposito, con proporzione contraria vi si ricerca, per far l' istesso, gravità maggiore di peso morto premente.

Intendasi la resistenza, stando nel medesimo esempio del palo, esser tale che non possa esser superata da meno di cento libbre di peso morto premente, e che il peso del percuziente sia solamente dieci libbre, e che cadendo dall' altezza, v. g., di quattro braccia, cacci il palo quattro dita. Qui, primieramente, è manifesto che il peso delle dieci libbre, dovendo calare a perpendicolo, sarà bastante di far montare un peso di libbre cento sopra un piano inclinato tanto, che la sua lunghezza sia decupla della sua elevazione, per le cose dichiarate di sopra, e che tanta forza ci vuole in alzare a perpendicolo dieci libbre di peso, che nell' alzarne cento sopra un piano di lunghezza decupla alla sua perpendicolare elevazione: e però se l' impeto che acquista il cadente per qualche spazio a perpendicolo, si applichi a sollevare un altro a sè eguale in resistenza, e' lo solleverà per altrettanto spazio; ma eguale è alla resistenza del cadente di dieci libbre a perpendicolo quella dell' ascendente di cento libbre sopra il piano di lunghezza decuplo alla sua perpendicolare elevazione; adunque, caschi il peso di dieci libbre per qualsisia spazio perpendicolare, l' impeto suo acquistato, ed applicato al peso di cento libbre, lo caccerà per altrettanto spazio sopra il piano inclinato, al quale spazio risponde l' altezza perpendicolare grande quanto è la decima parte di esso spazio inclinato. E già si è concluso di sopra che la forza potente a cacciare un peso sopra un piano incli-

nato è bastante a cacciarlo anche nella perpendicolare che risponde all'elevazione di esso piano inclinato, la qual perpendicolare, nel presente caso, è la decima parte dello spazio passato sull'inclinata, il quale è eguale allo spazio della caduta del primo peso di dieci libbre; adunque è manifesto che la caduta del peso di dieci libbre fatta nella perpendicolare è bastante a sollevare il peso di cento libbre pur nella perpendicolare, ma solo per lo spazio della decima parte della scesa del cadente di dieci libbre. Ma quella forza che può alzare un peso di cento libbre è eguale alla forza colla quale il medesimo peso delle cento libbre calca in giù, e questa era la potente a cacciare il palo, postavi sopra e premendo: ecco dunque esplicato, come la caduta di dieci libbre di peso è potente a cacciare una resistenza equivalente a quella che ha il peso di cento libbre per esser sollevato, ma la cacciata non sarà più che per la decima parte della scesa del percuziente. E se noi porremo, la resistenza del palo esser raddoppiata o triplicata, sicchè vi bisogni, per superarla, la pressura di dugento o trecento libbre di peso morto, replicando simil discorso troveremo, l'impeto delle dieci libbre cadenti a perpendicolo esser potente a cacciare, siccome la prima, la seconda e la terza volta il palo, e come nella prima la decima parte della sua scesa, così nella seconda volta la ventesima, e nella terza la trentesima parte della sua scesa. E così, moltiplicando la resistenza in infinito, sempre la medesima percossa la potrà superare, ma col cacciare il resistente sempre per minore e minore spazio con alterna proporzione: onde pare che noi ragionevolmente possiamo asserire, la forza della percossa essere infinita. Ma ben conviene che altresì consideriamo anche per un altro verso, la forza del premente senza percossa essere essa ancora infinita: imperocchè quando ella supera la resistenza del palo, lo caccerà non per quello spazio solo che lo averà cacciato la percossa, ma seguiterà di cacciarlo in infinito.

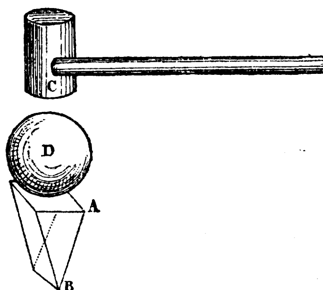
Sagr. Io veramente scorgo, il progresso di V. S. camminare molto dirittamente all'investigazione della vera causa del presente problema: ma perchè mi pare che la percossa possa essere creata in tante e tante maniere, ed applicata a tante varietà di resistenze, credo esser necessario andarne esplicando almeno alcune, l'intelligenza delle quali potrebbe aprirci la mente all'intelligenza di tutte.

9. *libbre, e eguale,* s —

Salv. V. S. dice benissimo, ed io di già mi era apparecchiato ad apportarne qualche caso. Per uno de' quali diremo, che alle volte può accadere che l' operazione del percuziente si faccia palese non sopra il percosso, ma nello stesso percuziente: e così, dando sopra una ferma incudine un colpo con un martello di piombo, l' effetto caderà nel martello, il quale si ammaccherà, e non nell' incudine, che non si abbasserà: e non dissimile a questo effetto è quello del mazzuolo degli scarpellini, il quale, essendo di ferro non temperato e però tenero, nel lungo percuotere sopra lo scarpello di acciaio di dura tempera non ammacca esso scarpello, ma bene incava e dilacera sè medesimo. Altra volta in altro modo si rifletterà l' effetto pure nel percuziente; siccome non di rado si vede, che volendosi continuare di cacciare un chiodo in un legno durissimo, il martello ribalza indietro senza punto cacciare innanzi il chiodo, ed in questo caso si dice: il colpo non è attaccato. Non dissimile è il balzo che sopra un duro e fermo pavimento fa il pallone gonfio, ed ogn' altro corpo di materia talmente disposta, che ben cede alla percossa, ma ritorna, come facendo arco, nella sua prima figura: ed un tal ribalzamento accade quando non solamente quello che percuote cede e poi ritorna, ma quando ciò accade in quello sopra di che si percuote; ed in tal maniera risalta una palla, ancorchè di materia durissima e nulla cedente, cadendo sopra la cartapecora ben tesa del tamburo. Scorgesi ancò, e con maggiore maraviglia, l' effetto che nasce quando allo spignere senza percossa si aggiugne una percossa, facendo un composto di amendue; e così vediamo nelli strettoi da panni o da olio e simili, quando col semplice spignere di quattro o sei uomini si è fatta calare la vite quanto potevano, col ritirare un passo indietro la stanga e velocemente urtando con essa, moveranno ancora più e più la vite, e si ridurranno a tal segno che l' urto, colla forza di quei quattro o sei, farà quello che non farebbero dodici o venti col solo spignere: nel qual caso si ricerca, la stanga esser molto grossa e di legno assai duro, sicchè poco o nulla si pieghi, perchè cedendo questa, l' urto si spegnerebbe nel torcerla.

1–2. *apparecciato ad opportarne*, s —

In ogni mobile che debba esser mosso violentemente, pare che sieno due spezie distinte di resistenza: l'una, che riguarda quella resistenza interna per la qual noi diciamo, più difficilmente alzarsi un grave di mille libbre che uno di cento; l'altra, che ha rispetto allo spazio per lo quale si ha da fare il moto; e così maggior forza ricerca una pietra ad esser gettata lontano cento passi, che cinquanta, etc. A queste due diverse resistenze rispondono proporzionatamente li due diversi motori, l'uno de' quali muove premendo senza percuotere, l'altro opera percuotendo. Il motore che opera senza percossa, non muove se non una resistenza minore, benchè insensibilmente, della sua virtù o gravità premente; ma la moverà bene per ispazio infinito, accompagnandola sempre colla sua stessa forza: e quello che muove percuotendo, muove qualsivoglia resistenza, benchè immensa, ma per limitato intervallo: onde io stimo vere queste due proposizioni, il percuziente muovere infinita resistenza per finito e limitato intervallo, il premente muover finita e limitata resistenza per infinito intervallo; sicchè al percuziente sia proporzionabile l'intervallo, e non la resistenza, ma al premente la resistenza, e non l'intervallo. Le quali cose mi fanno dubitare che il quesito del Sig. Sagredo sia inesplicabile, come quello che cerchi di agguagliar cose non proporzionabili, chè tali credo io che sieno l'azioni della percossa e quelle della pressione: siccome, nel caso particolare, qualunque immensa resistenza



Alle parole *In ogni mobile* (lin. 1) la prima edizione annota: « Tra gli scritti originali del Galileo sopra la percossa, in un foglio separato, vi è, di mano dell'istesso Galileo, quanto qui ora si riferisce, che doveva essere inserito in questa sesta Giornata ». Le lin. 1 e seg., fino alla lin. 7 della pag. 344, si leggono, scritte di mano del VIVIANI e cassate con strisce trasversali, nel cod. B, a car. 16*r.-t.*, precedute da questa nota, di mano dello stesso VIVIANI: « Da un foglio originale del Galileo, di sua mano, tra le cose della percossa »; e di esse si ha un'altra copia, di mano del sec. XVII, a car. 19*r*. del T. II della Par. VI dei Mss. Galileiani. La copia del VIVIANI (*A*) e quella del T. II della Par. VI (*B*) presentano le seguenti varianti a confronto della prima edizione:

1. *deva,* A, B — 2. *siano,* A — *risguarda,* A, B — 3. *la quale,* A, B — 3-4. *alzarsi una pietra di mille libbre che una di,* A, B — 4. *cento etc.; l'altra,* A — 5. *per il quale,* A, B — 6. *lontana,* B — 6-7. *cinquanta. A queste,* B — 7. *gli due,* A — 8. *de i quali,* B — 9. *percotendo,* B — 9-10. *non moverà se,* A, B — 11. *per spazio,* A, B — 12. *con la sua,* A, B — 13. *percotendo,* A, B — 16. *muovere,* A, B — 17. *sì che,* A, B — 19. *cose considerate mi,* B — 20. *del Sig. Francesco sia,* A, B — 21-22. *agguagliare,* A, B — 23. *le azzioni,* A; *le azioni,* B — 24. *sì come,*

che sia nel cuneo BA, sarà mossa da qualunque percuziente C, ma per limitato intervallo, come tra i punti B, A; ma dal premente D non qualunque resistenza sia nel cuneo BA sarà spinta, ma una limitata e non maggiore del peso D; ma questa non sarà spinta per lo limitato intervallo tra i punti B, A, ma in infinito, essendo sempre eguale la resistenza nel medesimo mobile AB, come si dee supporre, non si facendo menzione in contrario nella proposta.

Il momento di un grave nell' atto della percossa altro non è che un composto ed aggregato di infiniti momenti, ciascuno di essi eguale al solo momento, o interno e naturale di sè medesimo (che è quello della propria gravità assoluta, che eternamente egli esercita posando sopra qualunque resistente), o estrinseco e violento, quale è quello della forza movente. Tali momenti nel tempo della mossa del grave si vanno accumulando di instante in instante con eguale additamento e conservando in esso, nel modo appunto che si va accrescendo la velocità di un grave cadente; chè siccome negl' infiniti instanti di un tempo, benchè minimo, si va sempre passando da un grave per nuovi ed eguali gradi di velocità, con ritener sempre gli acquistati nel tempo precorso, così anche nel mobile si vanno conservando di instante in instante e componendosi quei momenti, o naturali o violenti, conferitigli o dalla natura o dall' arte, etc.

La forza della percossa è di infinito momento, tuttavolta che ella si applichi in un momento ed in uno instante dal grave percuziente sopra materia non cedente; come si dimostrerà.

Il cedere di una materia percossa da un grave mosso con qualsivoglia velocità, non si può fare in uno instante, perchè altrimenti

A, B — 1, 3. *nel cugno BA,* A, B — 4-5. *per il limitato,* A, B — 5-6. *sempre egual resistenza,* A, B — 6. *deve,* A, B —

Avvertiamo pure che alle lin. 6-7 della presente pagina la stampa legge *non facendo,* che abbiamo corretto in *non si facendo,* come si ha nelle copie *A* e *B*.

Le lin. 8 e seg., fino alla lin. 19 della pag. 346, si leggono, scritte di mano moderna e forse del sec. XIX, nel T. III della Par. VI dei Mss. Galileiani, car. 37*r*.-41*r*., precedute da questa nota, della stessa mano: « Roba copiata da un esemplare del Galileo che si trova in mano del Sig. Vincenzio suo figliolo, di mano di questo, e tutto appresso del Sig. Cosimo ». Tale copia è molto scorretta; e trascurando gli evidenti strafalcioni dell' amanuense, ci limitiamo a notare le seguenti varianti che essa presenta a confronto della prima edizione:

13. *ne' tempi della mossa* — 21. *etc.* manca nella copia. — 23-24. *percuziente in gran*

si darebbe il moto instantaneo per uno spazio quanto, il che si prova impossibile. Se dunque si fa in tempo la cedenza nel luogo della percossa, in tempo ancora si farà l'applicazione di quei momenti acquistati nel moto dal percuziente; il qual tempo è bastante ad estinguere ed a smorzare in parte quell'aggregato de' sopraddetti momenti, i quali se in uno instante di tempo si esercitassero contro il resistente (il che seguirebbe quando le materie sì del percosso come del percuziente non cedessero nè meno un punto), assolutamente farebbero effetto ed operazione assai maggiore, in muoverlo e superarlo, che applicati in tempo benchè brevissimo: dico effetto maggiore, perchè pure qualche effetto faranno eglino contro il percosso, quantunque minima si sia la percossa e grandissima la cedenza; ma sarà forse impercettibile tale effetto a' nostri sensi, con tutto che realmente vi sia, il che a suo luogo dimostreremo. Ma pure ciò manifestamente si scorge dall'esperienza: poichè, se con un ben piccolo martello si anderà, con percosse uniformi, incontrando la testa di una grandissima trave che sia a giacere in terra, dopo molte e molte percosse si vedrà finalmente essersi mossa la trave per qualche spazio percettibile, segno evidentissimo che ogni percossa operò separatamente, per la sua parte, nello spingere la trave; poichè se la prima percossa non fusse a parte di tale effetto, tutte le altre susseguenti, come in luogo di prime, niente affatto opererebbero, la qual cosa è contraria all' esperienza, al senso ed alla dimostrazione che si apporterà, etc.

La forza della percossa è di infinito momento, perchè non vi è resistenza, benchè grandissima, che non venga superata da forza di percossa minimissima.

Colui che serra le porte di bronzo di S. Giovanni, invano tenterebbe di serrarle con una sola e semplice spinta; ma con impulso continuato va imprimendo in quel corpo mobile gravissimo forza tale, che quando arriva a percuotere ed urtare nella soglia, fa tremare tutta la chiesa. Da questo si veda come si imprima ne' mobili, e più ne' più gravi, ed in essi si moltiplichi e conservi, la forza che con qualche tempo gli si va comunicando, etc.

Simile effetto si vede in una grossa campana, che non con una

materia — 9. *operazione assaissimo maggiore* — 22. *cosa contraria* — 31. *si vede come* —

sola tirata di corda, nè quattro nè sei, si mette in moto gagliardo ed impetuoso, ma con molte e molte, le quali a lungo reiterate, le ultime vanno aggiugnendo forza sopra quella acquistata dalle prime e precedenti strappate: e quanto più grossa e grave sarà la campana, tanto maggiore forza ed impeto acquisterà, essendogli comunicato in più lungo tempo e da maggior numero di strappate che non si ricerca ad una piccola campana, che ben presto si mette in impeto, ma presto ancora le si toglie, non essendosi ella imbevuta (per così dire) di tanta forza quanto la più grossa.

Il simile accade ne' navigli ancora, i quali non alle prime vogate de' remi o a i primi impulsi del vento si mettono in furioso corso, ma dalle continue vogate e dalla continua impressione di forza che fa il vento nelle vele acquistano impeto grandissimo, atto a fracassare gl' istessi vascelli, mèntre, da quello portati, dessero d' urto in uno scoglio.

L' arco dolce, ma grande, d' una balestra farà talvolta maggior passata d' un altro assai più duro, ma di minor tratta, poichè quello, accompagnando per più tempo la palla, gli va continuamente imprimendo la forza, e questo tosto l' abbandona.

8. *ancora gli si* — 10. *ne' navicelli ancora* — 14. *gli stessi* —

Avvertiamo pure che in questo tratto, trascritto nel citato T. III della Par. VI dei Mss. Galileiani, abbiamo corretto le seguenti lezioni, che sono comuni così al manoscritto come alla prima edizione: pag. 344, lin. 12, *estrinseco o violento* in *estrinseco e violento;* lin. 14, *accumulando in instante* in *accumulando di instante in instante* (cfr. lin. 19-20); pag. 345, lin. 10, *applicato* in *applicati;* pag. 346, lin. 14, *portato* in *portati.*

SOPRA LE DEFINIZIONI DELLE PROPORZIONI D' EUCLIDE.

PRINCIPIO DI GIORNATA AGGIUNTA

AI

DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE.

[*GIORNATA QUINTA.*]

INTERLOCUTORI

SALVIATI, SAGREDO E SIMPLICIO.

Salv. Grandissima è la consolazione ch' io sento nel vedere, dopo l' interposizione di qualch' anno, rinnovata in questo giorno la nostra solita adunanza. So che l' ingegno vivace del Sig. Sagredo è tale che non sa stare in ozio: però mi persuado che egli non avrà mancato di fare, nel tempo della nostra lontananza, qualche reflessione sopra le dottrine del moto, le quali furon lette nell' ultima giornata de' nostri passati colloqui. Io, che dalla virtuosa conversazione di V. S., ed anco del nostro Sig. Simplicio, ò sempre raccolto frutti di non volgare erudizione, la prego a voler proporre qualche nuova considerazione sopra le cose del nostro Autore già lette da noi: così daremo principio a gli usati discorsi, per passar questa giornata nell' occupazione di virtuoso trattenimento.

Sagr. Non nego a V. S. che in questi anni mi sieno passati per la fantasia varî pensieri sopra le novità dimostrate da quel buon Vecchio intorno alla sua scienza del moto, sottoposta e ridotta da lui alle dimostrazioni della geometria. Ed ora, poichè ella così comanda, proccurerò di rammentarmi qualche cosa, e darò a lei occasione di beneficare il mio 'ntelletto co' suoi dotti ragionamenti.

Per cominciar dunque per ordine dal principio del trattato de' moti, proporrò a V. S. uno scrupolo mio antico, rinnovatomi nel considerare la dimo-

La prima edizione di questa scrittura (che è nel *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo, con nuov' ordine distesa e per la prima volta pubblicata da* Vincenzio Viviani, *ultimo suo Discepolo, aggiuntevi cose varie e del* Galileo *e del* Torricelli, ecc. In Firenze, alla Condotta, M. DC. LXXIV, pag. 61-77) porta il titolo seguente: *Principio della Quinta Giornata del Galileo. Da aggiugnersi all' altre quattro de' Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno alle due nuove scienze appartenenti alla meccanica ed a' movimenti locali.*

strazione che l'Autore apporta nella sua prima proposizione del moto equabile, la quale procede (come molte altre degli antichi e moderni scrittori) per via degli ugualmente multiplici. Questa è una certa ambiguità che io ò sempre avuta nella mente intorno alla quinta, o come altri vogliono sesta, difinizione del quinto libro d'Euclide. Stimo mia somma prosperità d'aver potuto incontrare occasione di conferir questo dubbio con V. S., del quale spero dover restar totalmente liberato.

Simp. Anzi che io ancora riconoscerò questo nuovo abboccamento con le SS. VV. per benefizio singolare della fortuna, se mi succederà di poter ricever qualche luce intorno a questo punto accennato dal Sig. Sagredo. Non ebbi mai il più duro ostacolo di questo in quella poca di geometria che io studiai già nelle scuole da giovanetto; però ella s'immagini quanto sia per dovermi esser caro, se dopo tanto tempo sentirò intorno a questo particolare qualche cosa di mia soddisfazione.

Sagr. Dico dunque, che avendo sentito, nel dimostrar la prima proposizione dell'Autore intorno al moto equabile, adoprarsi gli ugualmente multiplici conforme alla quinta, ovvero sesta, difinizione del V libro d'Euclide, ed avendo io un poco di dubbio già antiquato intorno a questa difinizione, non restai con quella chiarezza che io avrei desiderato nella predetta proposizione. Ora mi sarebbe pur caro il poter intender bene quel primo principio, per poter poi con altrettanta evidenza restar capace delle cose che seguono intorno alla dottrina del moto.

Salv. Proccurerò di soddisfare al desiderio di V. S., con addomesticare in qualche altra maniera quella difinizione d'Euclide e spianar la strada, per quanto mi sarà possibile, all'introduzione delle proporzionalità. In tanto sappia pure di aver avuto per compagni in questa ambiguità uomini di gran valore, i quali per lungo tempo sono stati con la medesima poca soddisfazione con la quale V. S. mi dice di ritrovarsi fino a questo giorno.

Quando e con qual occasione sovvenissero al Galileo queste speculazioni.

Io poi confesso che per qualche anno dopo aver istudiato il V libro d'Euclide, restai involto con la mente nella stessa caligine. Superai finalmente la difficultà, quando, nello studiare le maravigliose Spirali d'Archimede, incontrai nel bel principio del libro una dimostrazione simile alla predetta del nostro Autore. Quell'occasione mi fece andar pensando, se per fortuna ci fosse altra strada più agevole, per la quale si potesse arrivare al medesimo fine ed acquistare per me, ed anco per altri, qualche precisa cognizione nella materia delle proporzioni: però applicai allora l'animo con qualche attenzione a questo proposito, ed esporrò adesso quanto fu da me speculato in quell'opportunità, sottoponendo ogni mio progresso al purgatissimo giudizio delle SS. VV.

Supposizione.

Suppongasi primieramente (come le suppose anco Euclide, mentre le difinì) che le grandezze proporzionali si trovino: cioè, che date in qualunque modo tre grandezze, quella proporzione, o quel rispetto o quella relazione di quantità, che à la prima verso la seconda, la stessa possa averla una terza verso una quarta. Dico poi, che per dare una difinizione delle suddette grandezze proporzionali la quale produca nell' animo del lettore qualche concetto aggiustato alla natura di esse grandezze proporzionali, dovremmo prendere una delle loro passioni, ma però la più facile di tutte e quella per appunto che si stimi la più intelligibile anco dal volgo non introdotto nelle matematiche. Così fece Euclide stesso in molt' altri luoghi. Sovvengavi che egli non disse, il cerchio essere una figura piana, dentro la quale segandosi due linee rette, il rettangolo sotto le parti dell' una sia sempre uguale al rettangolo sotto le parti dell' altra; ovvero, dentro la quale tutti i quadrilateri abbiano gli angoli opposti uguali a due retti. Quand' anche così avesse detto, sarebbero state buone difinizioni: ma mentre egli sapeva un' altra passione del cerchio, più intelligibile della precedente e più facile da formarsene concetto, chi non s' accorge che egli fece assai meglio a mettere avanti quella più chiara e più evidente come difinizione, per cavar poi da essa quell' altre più recondite e dimostrarle come conclusioni?

Sagr. Per certo che così è: ed io credo che rari saranno gl' ingegni i quali totalmente s' acquetino a questa difinizione, se io con Euclide dirò così:

Allora quattro grandezze sono proporzionali, quando gli ugualmente multiplici della prima e della terza, presi secondo qualunque multiplicità, si accorderanno sempre nel superare, mancare o pareggiare gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta.

E chi è quello d' ingegno tanto felice, il quale abbia certezza che allora quando le quattro grandezze sono proporzionali, gli ugualmente multiplici s' accordino sempre? ovvero chi sa che quegli ugualmente multiplici non s' accordino sempre anco quando le grandezze non sieno proporzionali? Già Euclide nelle precedenti difinizioni aveva detto, la proporzione tra due grandezze essere un tal rispetto o relazione tra di loro, per quanto si appartiene alla quantità. Ora, avendo il lettore concepito già nell' intelletto che cosa sia la proporzione fra due grandezze, sarà difficil cosa che egli possa intendere che quel rispetto o relazione che è fra la prima e la seconda grandezza, allora sia simile al rispetto o relazione che si trova fra la terza e la quarta grandezza, quando quegli ugualmente multiplici della prima e della terza s' accordan sempre nella maniera predetta con gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta, nell' esser sempre maggiori, o minori, o uguali.

SALV. Comunque ciò sia, parmi questo d' Euclide più tosto un teorema da dimostrarsi, che una difinizione da premettersi. Però, avend' io 'ncontrato tanti ingegni i quali ànno arrenato in questo luogo, mi sforzerò di secondare con la difinizione delle proporzioni il concetto universale degli uomini anche ineruditi nella geometria, e procederò in questo modo.

Difinizione delle grandezze proporzionali, tra loro commensurabili.

Allora noi diremo quattro grandezze esser fra loro proporzionali, cioè aver la prima alla seconda la stessa proporzione che à la terza alla quarta, quando la prima sarà eguale alla seconda e la terza ancora sarà eguale alla quarta; ovvero quando la prima sarà tante volte multiplice della seconda, quante volte precisamente la terza è multiplice della quarta. Troverà dubbio alcuno il Sig. Simplicio nell' intender questo?

SIMP. Certo che no.

SALV. Ma perchè non sempre accaderà che fra le quattro grandezze si trovi per appunto la predetta egualità ovvero multiplicità precisa, procederemo più oltre, e domanderò al Sig. Simplicio: Intendete voi che le quattro grandezze allora sieno proporzionali, quando la prima contenga, per esempio, tre volte e mezzo la seconda, ed anco la terza contenga tre volte e mezzo la quarta?

SIMP. Intendo benissimo fin qui, ed ammetto che le quattro grandezze sieno proporzionali non solo nel caso esemplificato da V. S., ma ancora secondo qualsivoglia altra denominazione di multiplicità, o superparziente, o superparticolare.

SALV. Per raccoglier dunque ora in breve e con maggiore universalità tutto quello che si è detto ed esemplificato fin qui, diremo che:

Difinizione generale delle grandezze proporzionali, o commensurabili tra loro, o incommensurabili.

Allora noi intendiamo quattro grandezze esser proporzionali fra loro, quando l' eccesso della prima sopra la seconda (qualunque egli sia) sarà simile all' eccesso della terza sopra la quarta.

SIMP. Fin qui io non avrei difficultà: ma mi pare che V. S. in questa maniera non apporti la difinizione delle grandezze proporzionali se non quando le antecedenti saranno maggiori delle loro conseguenti, poichè ella suppone che la prima ecceda la seconda e che anco la terza ecceda similmente la quarta. Ma ora interrogo io: come dovrò governarmi quando le antecedenti sieno minori delle loro conseguenti?

SALV. Rispondo, che quando V. S. avrà le quattro grandezze in tal modo che la prima sia minor della seconda e la terza minor della quarta, allora sarà la seconda maggior della prima e la quarta maggior della terza: però V. S. le consideri con quest' ordine inverso, e s' immagini che la seconda sia prima e la quarta sia terza. Così avrà le antecedenti maggiori delle conseguenti, e non avrà bisogno di cercare allora difinizione diversa dalla già apportata da noi.

SAGR. Così è per appunto. Ma séguiti V. S. per grazia col presupposto già fatto, di considerare sempre le antecedenti maggiori delle loro conseguenti, il che mi pare che faciliti assai a lei il discorso ed a noi l'intelligenza.

SALV. Stabilita questa per difinizione, soggiugnerò anco in qual altro modo s'intendano quattro grandezze esser fra loro proporzionali; ed è questo. Quando la prima per avere alla seconda la medesima proporzione che la terza alla quarta non è punto nè maggiore nè minore di quello che ella dovrebbe essere, allora s'intende aver la prima alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta. Con questa occasione difinirei ancora la proporzione maggiore, e direi così:

Altro modo di difinire le grandezze proporzionali.

Ma quando la prima grandezza sarà alquanto più grande di quel che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la medesima proporzione che à la terza alla quarta, allora voglio che convenghiamo di dire che la prima abbia maggior proporzione alla seconda, di quella che à la terza alla quarta.

Difinizione delle grandezze non proporzionali, o commensurabili, o incommensurabili.

SIMP. Bene: ma quando la prima fosse minore di quel che ella dovrebbe esser per avere alla seconda quella medesima proporzione che à la terza alla quarta?

SALV. Mentre la prima sia minor di quel che si ricercherebbe per aver alla seconda quella medesima proporzione che à la terza alla quarta, sarà segno evidente che la terza è maggior del giusto per aver alla quarta quella tal proporzione che à la prima alla seconda: però in questo caso ancora V. S. si contenti di concepir l'ordine in altro modo, e s'immagini che quelle grandezze che erano terza e quarta diventino prima e seconda, e quell'altre che erano prima e seconda V. S. le riponga ne' luoghi della terza e della quarta.

SAGR. Fin ora intendo benissimo il concetto di V. S. e l'introduzione con la quale ella dà principio alla speculazione delle proporzionali. Parmi ora che ella si sia messa in obbligo di adempire una delle due cose: cioè, o di dimostrare con questi suoi principî tutto il quinto d'Euclide, ovvero di dedurre da queste due difinizioni, poste da V. S., quell'altre due che Euclide mette per quinta e per settima fra le difinizioni, sopra le quali poi egli fonda tutta la macchina del medesimo quinto libro. Se V. S. dimostrerà queste come conclusioni, non mi resterà più che desiderare intorno a questa materia.

SALV. Questa per appunto è l'intenzion mia: poichè quando si comprenda con evidenza, che date quattro grandezze proporzionali conforme alla medesima difinizione, gli ugualmente multiplici della prima e della terza s'accordano eternamente per necessità in pareggiare o mancare o

eccedere gli ugualmente multiplici della seconda e quarta, allora senz' altra scorta si può entrare nel quinto libro d' Euclide e si possono 'ntender con evidenza i teoremi delle grandezze proporzionali. Così ancora, se con la posta difinizione della proporzion maggiore dimostrerò che in qualche caso, presi gli ugualmente multiplici della prima e della terza ed anco della seconda e della quarta, quel della prima ecceda quel della seconda, ma quel della terza non ecceda quel della quarta, si potrà con questa dimostrazione scorrere gli altri teoremi delle grandezze sproporzionali, poichè questa nostra conclusione sarà per appunto la difinizione della quale, come per principio, si serve Euclide stesso.

SIMP. Quando io restassi persuaso di queste due passioni degli ugualmente multiplici, cioè che, mentre le quattro grandezze son proporzionali, quegli eternamente s' accordano nel pareggiare o eccedere o mancare, e che, quando le quattro grandezze non son proporzionali, quegli in qualche caso discordano, io per me non richiederei altra luce per intender con chiarezza tutto 'l quinto degli Elementi geometrici.

SALV. Ora ditemi, Sig. Simplicio: se noi supporremo che le quattro grandezze A, B, C, D sieno proporzionali, cioè che la prima A alla seconda B abbia la stessa proporzione che la terza C à verso la quarta D, intendete voi che anco due delle prime verso la seconda avranno la medesima proporzione che due delle terze verso la quarta?

Assioma.

A. B. C. D.

Il medesimo assioma più universalmente spiegato.

SIMP. Io l' intendo assai bene: imperciocchè mentre una prima alla seconda à la medesima proporzione che una terza alla quarta, non saprei immaginarmi per qual ragione due delle prime alla seconda debbano aver proporzion diversa da quella che ànno due delle terze alla quarta.

SALV. Adunque, mentre V. S. intende questo, intenderà ancora che quattro, o dieci, o cento, delle prime ad una seconda avranno la stessa proporzione che ànno quattro, o dieci, o cento, delle terze ad una quarta.

SIMP. Certo che sì; e purchè i numeri delle multiplicità sieno uguali, facilmente apprendo che la prima, presa due volte o dieci o cento, avrà la stessa proporzione verso la seconda, che à la terza, presa anch' essa due volte o dieci o cento, verso la quarta. Sarebbe ben difficile persuadermi il contrario.

SALV. Non è dunque ardua cosa il capire che il multiplice della prima abbia la stessa proporzione alla seconda, che à l' ugualmente multiplice della terza alla quarta, cioè che la prima, multiplicata quante volte ci pare, abbia alla seconda quella proporzione stessa che à la terza, multiplicata altrettante volte, verso la quarta. Ora tutto quello che io ò esemplificato fin qui con multiplicare le grandezze antecedenti, ma non già le conseguenti,

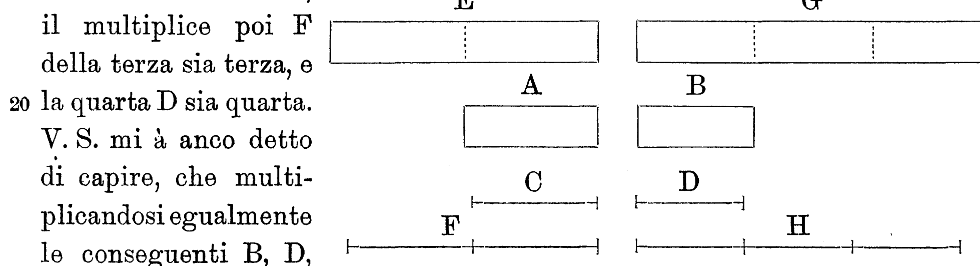
33. *dificile*, s —

immaginatevi che sia detto anco intorno al multiplicare le conseguenti solamente, senza punto alterare l' antecedenti, e ditemi: credete voi che date quattro grandezze proporzionali, la prima a due delle seconde abbia proporzion diversa da quella che à la terza a due delle quarte?

SIMP. Credo assolutamente di no; anzi quando una prima abbia ad una seconda la medesima proporzione che una terza à verso la quarta, intendo assai bene che quella stessa prima a due, o quattro, o dieci, delle seconde, avrà quella medesima proporzione che à la stessa terza verso due, o quattro, o dieci, delle quarte.

SALV. Ammettendo dunque voi questo, confessate di restar appagato e d' intender con facilità, che date quattro grandezze proporzionali A, B, C, D, e multiplicate egualmente la prima e la terza, quella proporzione che à il multiplice E della prima A alla seconda B, la stessa ancora abbia precisamente l' ugualmente multiplice F della terza C alla quarta D. Immaginatevi dunque che queste sieno le nostre quattro grandezze proporzionali, E, B, F, D, cioè il multiplice E della prima sia prima, la seconda stessa B sia seconda, il multiplice poi F della terza sia terza, e la quarta D sia quarta. V. S. mi à anco detto di capire, che multiplicandosi egualmente le conseguenti B, D, cioè la seconda e la quarta, senza alterar punto le antecedenti, la medesima proporzione avrà la prima al multiplicato della seconda, che la terza al multiplicato della quarta. Ma queste quattro grandezze saranno per appunto E, F, ugualmente multiplici della prima e della terza, e G, H, egualmente multiplici della seconda e della quarta.

PROP. I. che è la quarta del V. d' Euclide.



SAGR. Confesso che di ciò resto interamente appagato; ed ora intendo benissimo la necessità per la quale gli ugualmente multiplici delle quattro grandezze proporzionali eternamente s' accordano nell' essere o maggiori o minori o eguali, etc. Poichè, mentre presi gli ugualmente multiplici della prima e della terza e gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta, V. S. mi dimostra che il multiplice della prima al multiplice della seconda à la medesima proporzione che il multiplice della terza à verso il multiplice della quarta, scorgo manifestamente che quando il multiplice della prima sia maggiore del multiplice della seconda, allora il multiplice della terza dovrà necessariamente (per servar la proporzione) esser maggiore del multiplice della quarta; quando poi sia minore, ovvero uguale,

COROLL. che è il converso della difinizione del V. degli Elementi.

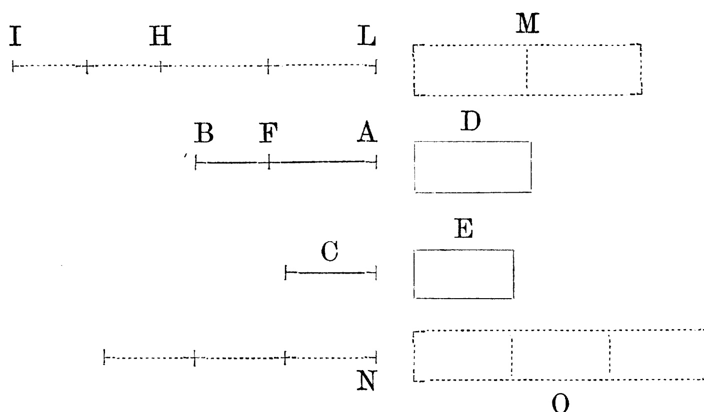
anche il multiplice della terza dovrà esser minore, ovvero uguale, al multiplice della quarta.

Simp. Io ancora non sento in ciò repugnanza veruna. Resto bene con desiderio d' intendere, come (supposte le quattro grandezze sproporzionali) sia vero che gli ugualmente multiplici non servino sempre quella concordanza, nell' esser maggiori o minori o uguali.

Salv. Io in questo ancora proccurerò che V. S. abbia compiuta soddisfazione.

Prop. II. che è il converso della 7ª difinizione del V. d'Euclide.

Ponghansi le quattro grandezze date AB, C, D, E, e sia la prima AB alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere per avere alla seconda C quella medesima proporzione che à la terza D alla quarta E: mostrerò, che presi in certa particolar maniera gli ugualmente multiplici della prima e della terza, e presi altri ugualmente multiplici della seconda e quarta, quello della prima si troverà maggiore di quello della seconda, ma quello della terza non sarà altrimenti maggiore di quello della quarta, anzi lo dimostrerò esser minore.



Intendasi dunque esser levato dalla prima grandezza AB quell' eccesso il quale la faceva maggiore di quanto ella dovrebbe essere acciò fosse precisamente proporzionale, e sia tale eccesso l' FB: resteranno ora dunque le quattro grandezze proporzionali, cioè la rimanente AF alla C avrà la medesima proporzione che à la D alla E.

Multiplichisi FB tante volte, ch' ella sia maggior della C, e sia questo multiplice il segnato HI; prendasi poi HL altrettante volte multiplice della AF, e la M della D, quante volte per appunto l' HI sarà stata presa multiplice della FB. Stante questo, non è dubbio alcuno che tante volte sarà multiplice la composta LI della composta AB, quante volte l' HI della FB, ovvero la M della D, è multiplice.

Prendasi ora la N multiplice della C con tal legge, che la stessa N sia prossimamente maggiore della LH; ed in ultimo, quanto sarà multiplice la N della C, altrettanto pongasi la O multiplice della E.

Ora, essendo la multiplice N prossimamente maggiore della LH, se noi

dalla N intenderemo esser levata una delle grandezze sue componenti (che sarà eguale alla C), resterà il residuo non maggiore della LH. Se dunque alla stessa N renderemo la grandezza eguale alla C (che intendemmo esser levata), ed alla LH, che è non minore di detto residuo, aggiugneremo la HI, che pure è maggiore dell' aggiunta alla N, sarà tutta la LI maggior della N.

Ecco dunque un caso nel quale il multiplice della prima supera il multiplice della seconda. Ma essendo le quattro grandezze AF, C, D, E fatte proporzionali da noi, ed essendosi presi gli ugualmente multiplici LH ed M della prima e della terza ed N ed O della seconda e della quarta, saranno essi (per le cose già stabilite di sopra) sempre concordi nell' esser maggiori o minori o uguali; però, essendo il multiplice LH della prima grandezza, minore del multiplice N della seconda, per la nostra construzione sarà anco il multiplice M della terza, minore necessariamente del multiplice O della quarta.

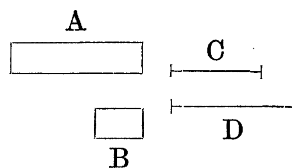
Si è per tanto provato, che mentre la prima grandezza sarà alquanto maggiore di quello che ella dovrebbe essere per avere alla seconda la stessa proporzione che à la terza alla quarta, allora sarà possibile di prendere in qualche modo gli ugualmente multiplici della prima e della terza ed altri ugualmente multiplici della seconda e della quarta, e dimostrare che il multiplice della prima eccede il multiplice della seconda, ma il multiplice della terza non eccede quel della quarta.

Sagr. Molto bene ò inteso quanto V. S. à dimostrato fin qui. Resta ora che ella da queste dimostrate premesse deduca come necessarie conclusioni le due controverse difinizioni d' Euclide; il che spero gli sarà facile, avendo di già dimostrati due teoremi conversi di quelle.

Salv. Facili per appunto riusciranno; e per dimostrare la 5ª difinizione io procederò così.

Prop. III. che è la difinizione 5ª del V. d' Euclide.

Se delle quattro grandezze A, B, C, D, gli ugualmente multiplici della prima e terza, presi secondo qualunque multiplicità, sempre si accorderanno nel pareggiare o mancare ovvero eccedere gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta respettivamente, io dico che le quattro grandezze son fra di loro proporzionali.



Imperciocchè sieno (se è possibile) non proporzionali: adunque una delle antecedenti sarà maggior di quello che ella dovrebbe essere per avere alla sua conseguente la stessa proporzione che à l' altra antecedente alla sua conseguente. Sia, per esempio, la segnata A; adunque, per le cose già dimostrate, pigliandosi gli ugualmente multiplici della A e della C in una tal maniera, e pigliandosi gli ugualmente multiplici delle B, D, nel modo che si è insegnato si mostrerà la multiplice di A maggior della

multiplice di B: ma la multiplice di C non sarà altrimenti maggiore, ma minore, della multiplice di D: che è contro al supposto fatto da noi.

Prop. IV. che è la 7ª difinizione del V. d' Euclide.

Per dimostrar la settima difinizione dirò così. Sieno le quattro grandezze A, B, C, D, e suppongasi che presi in qualche particolar maniera gli ugualmente multiplici delle due antecedenti, prima e terza, e gli ugualmente multiplici delle due conseguenti, seconda e quarta, suppongasi, dico, che si trovi un caso, nel quale il multiplice di A sia maggior del multiplice di B, ma il multiplice di C non sia maggior del multiplice di D: io dico che la A alla B avrà maggior proporzione che la C alla D, cioè che la A sarà alquanto maggiore di quel ch' ella dovrebbe essere per avere alla B la stessa proporzione che à la C alla D.

Se è possibile, non sia A maggior del giusto: sarà dunque precisamente proporzionale, ovvero minor del giusto per esser proporzionale. Quanto al primo, se ella fosse precisamente aggiustata e proporzionale, sarebbero, per le cose già provate, gli ugualmente multiplici della prima e della terza, presi in qualunque modo, sempre concordi nel pareggiare o mancare o eccedere gli ugualmente multiplici della seconda e della quarta: il che è contro alla supposizione. Se poi la prima fosse minor del giusto per esser proporzionale, questo è segno che la terza sarebbe maggiore del suo dovere per avere alla quarta quella proporzione che à la prima alla seconda. Allora io direi che si levasse dalla terza quell' eccesso che la fa esser maggior del giusto, e però la rimanente resterebbe poi per appunto proporzionale. Ora, considerando quei multiplici particolari supposti da principio, è manifesto che essendo il multiplice della prima maggior del multiplice della seconda, anco il multiplice della terza, cioè di quella rimanente, sarà maggior del multiplice della quarta; adunque, se in cambio di pigliar il multiplice di quella rimanente ripiglieremo l' egualmente multiplice di tutta la terza intera, questo sarà maggior che non era il multiplice di quella rimanente, e però sarà questo stesso molto maggiore di quel della quarta: il che è contro la supposizione.

Sagr. Resto soddisfattissimo di questa dilucidazione fattami da V. S. in materia nella quale io n' avevo già lungo tempo bisogno; nè saprei esprimere quale in me sia maggiore, o il gusto di questa cognizione nuovamente acquistata, o il rammarico di non averla io proccurata col chiederla a V. S. fin dal principio de' nostri primi abboccamenti, tanto più avendo io inteso che ella la conferiva a diversi amici, a' quali per la vicinanza era lecito di frequentar la sua villa. Ma seguitiamo, di grazia, i discorsi, quando però il Sig. Simplicio non abbia che replicare intorno alla materia fin qui considerata.

Simp. Io non saprei che soggiugnere, anzi resto interamente appagato del discorso, e capace delle dimostrazioni sentite.

Salv. Posti questi fondamenti, si potrebbe compendiare in parte e riordinare tutto il quinto d'Euclide, ma ciò sarebbe una digressione troppo lunga e troppo lontana dal nostro principale intento; oltre che io so che le SS. VV. averanno veduto di simili compendî stampati da altri autori.

Ora, essendosi considerate fin qui, a riquisizione delle SS. VV., le difinizioni quinta e settima del quinto libro, spero che esse concederanno volentieri a me il poter proporre adesso un'antica mia osservazione sovvenutami sopra un'altra difinizione d'Euclide medesimo. Il soggetto non sarà diverso dall'incominciato e non parrà alieno dal nostro proposito, essendo intorno alla proporzion composta, la quale vien maneggiata spesse volte dal nostro autore ne' suoi libri.

Trovasi fra le difinizioni del sesto libro d'Euclide la quinta della proporzion composta, la quale dice in questo modo:

Difinizione 5ª del sesto libro d'Euclide.

Allora una proporzione si dice comporsi di più proporzioni, quando le quantità di dette proporzioni multiplicate insieme avranno prodotto qualche proporzione.

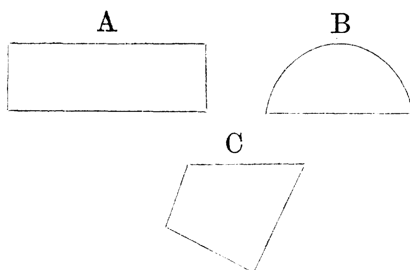
Osservo poi che nè il medesimo Euclide, nè alcun altro autore antico, si serve della stessa difinizione nel modo nel quale ell'è stata posta nel libro; onde ne seguono due inconvenienti, cioè al lettore difficultà d'intelligenza, ed allo scrittore nota di superfluità.

Sagr. Questo è verissimo; ma non mi par probabile che la suprema accuratezza d'Euclide abbia fra' suoi libri posta questa difinizione inconsideratamente ed in vano. Però non sarei affatto fuor di sospetto che ella vi fosse stata aggiunta da altri, o almeno alterata di tal sorte, che ella oggidì non si riconosca più, mentre dagli autori si pone in opera nel dimostrare i teoremi.

Simp. Che gli altri autori non se ne servano, io lo crederò alle SS. VV., non avendovi fatto molto studio: mi dispiacerebbe bene se da Euclide stesso, il quale viene stimato da voi altri per tanto puntuale nelle sue scritture, fosse stata posta indarno. Ma qui bisogna poi ch'io confessi come l'intelletto mio, il quale non si è mai più che mediocremente inoltrato nella matematica, à incontrato difficultà intorno a questa difinizione, forse non minore che nelle già spianate dal Sig. Salviati. Mi aiutai un tempo fa con legger lunghissimi comenti scritti sopra queste materie, ma, per dire il vero, non conobbi giammai che mi si sgombrassero quelle tenebre che mi tenevano offuscato l'intelletto. Però, se V. S. avesse qualche particolar considerazione che mi facilitasse questo ancora, l'assicuro che mi farebbe un favore molto segnalato.

Salv. Forse ella si presuppone che questa sia materia di profonde speculazioni, e pure troverà che non consiste in altro che in un semplicissimo avvertimento.

S' immagini V. S. le due grandezze A, B dello stesso genere; avrà la grandezza A alla B una tal proporzione; e dopo concepisca esser posta fra di loro un' altra grandezza C, pur dello stesso genere: si dice che quella tal proporzione che à la grandezza A alla B viene ad esser composta delle due proporzioni intermedie, cioè di quella che à la A alla C e di quella che à la C alla B. Questo è per appunto il senso secondo 'l quale Euclide si serve della predetta difinizione.



Simp. È vero che Euclide intende in questo modo la proporzione composta, ma però non intend' io come la grandezza A alla B abbia proporzion composta delle due proporzioni, cioè della A alla C e della C alla B.

Salv. Ora ditemi, Sig. Simplicio: intendete voi che la A alla B abbia qualche proporzione, qualunque ella sia?

Simp. Essendo esse del medesimo genere, Signor sì.

Salv. E che quella proporzione sia immutabile, e non possa mai essere altra o diversa da quella che ell' è?

Simp. Intendo questo ancora.

Difinizione da porsi in luogo della 5ª difinizione del VI. d'Euclide.

Salv. Vi soggiungo ora io, che nello stesso modo per appunto l'A alla C à una proporzione immutabile, e così anco la C alla B. La proporzione poi, che è fra le due estreme A e B, si chiama esser composta delle due proporzioni che mediano fra esse estreme, cioè di quella che à la A alla C e di quella che à la C alla B.

Aggiungo di più, che se V. S. fra queste grandezze A *e* B *s' immaginerà che sia frapposta non una grandezza sola, ma più d' una, come ella vede in*

A. C. D. B.

questi segni A, C, D, B, *s' intenderà pure, la proporzione della* A *alla* B *esser composta di tutte le proporzioni le quali sono intermedie fra di esse, cioè delle proporzioni che ànno la* A *alla* C, *la* C *alla* D *e la* D *alla* B; *e così se più fussero le grandezze, sempre la prima all' ultima à proporzion composta di tutte quelle proporzioni le quali mediano fra di esse.*

Avvertisco ora in quest' occasione, che quando le proporzioni componenti sieno uguali fra di loro, o per dir meglio sieno le stesse, allora la prima all' ultima avrà, come di sopra aviamo detto, una tal proporzione composta di tutte le proporzioni intermedie; ma perchè quelle proporzioni intermedie sono tutte uguali, potremo esprimere il medesimo nostro senso con dire, che la proporzione della prima all' ultima à una proporzione tanto multiplice della proporzione che à la prima alla seconda, quante per appunto saranno le proporzioni che si frappongono fra la prima e l' ultima. Come, per esempio, se fossero

tre termini, e che la medesima proporzione fosse fra la prima e la seconda che è fra la seconda e la terza, allora sarebbe vero che la prima alla terza avrebbe proporzion composta delle due proporzioni le quali sono fra la prima e la seconda e fra la seconda e la terza; ma perchè queste due proporzioni si suppongono uguali, cioè le stesse, potrà dirsi che la proporzione della prima alla terza è duplicata della proporzione che à la prima alla seconda. Così, quando le grandezze fossero quattro, si potrebbe dire che la proporzione della prima alla quarta è composta di quelle tre proporzioni intermedie, ed ancora che è triplicata della proporzione della prima alla seconda, venendo composta tal proporzione, che à la prima alla quarta, della proporzione della prima alla seconda tre volte presa, etc.

Ma qui finalmente non vanno contemplazioni nè dimostrazioni, imperciocchè è una semplice imposizione di nome. Quando a V. S. non piacesse il vocabolo di *composta,* chiamiamola incomposta, o impastata, o confusa, o in qualunque modo più aggrada a V. S.; solo accordiamoci in questo, che quando poi avremo tre grandezze dello stesso genere, ed io nominerò la proporzione incomposta, o impastata, o confusa, vorrò intendere la proporzione che ànno l' estreme di quelle grandezze, e non altro.

SAGR. Tutto questo intendo benissimo: anzi ò più d' una volta osservato l' artifizio d' Euclide nella proposizione dove ei dimostra che i parallelogrammi equiangoli ànno la proporzione composta delle proporzioni de' lati. Egli si trova in quel caso aver le due proporzioni componenti in quattro termini, che sono i quattro lati de' paralellogrammi: però comanda che quelle due proporzioni si mettano in tre termini solamente, sicchè una di quelle proporzioni sia fra 'l primo termine e 'l secondo, l' altra sia fra 'l secondo e 'l terzo; nella dimostrazione poi non fa altro se non che e' dimostra che l' un paralellogrammo all' altro è come 'l primo termine al terzo, cioè à la proporzione composta di due proporzioni, di quella che à il primo termine al secondo e dell' altra che à il secondo al terzo, le quali sono quelle due proporzioni che prima egli aveva disgiunte ne' quattro lati de' paralellogrammi.

SALV. V. S. discorre benissimo. Ora intesa e stabilita la difinizione della proporzione composta in questo modo (la quale non consiste in altro fuori che nell' accordarsi che sorta di roba noi intendiamo sotto quel nome), si può dimostrare la proposizion ventitrè del sesto libro d' Euclide come la dimostra egli stesso, perchè quivi ei non suppone la difinizione nel modo nel quale ell' è divulgata, ma ben sì nel modo detto sopra da noi. Dopo la nominata proposizione 23 io soggiugnerei, come corollario di essa, la divulgata difinizione quinta del sesto libro della proporzion composta, tramutandola però in un teorema.

PROP. V. che è la 5ª difinizione del VI. d'Euclide.

Ponganisi due proporzioui, una delle quali sia ne' termini A, B, l'altra ne' termini C, D. Dice la difinizione vulgata, che la proporzione composta di queste due proporzioni si avrà se noi multiplicheremo fra di loro le quantità di esse proporzioni. Io concorro col Sig. Simplicio nel credere che questa sia una proposta difficile da capirsi e bisognosa di prova; però con poca fatica noi la dimostreremo così.

Qui si suppone, sapersi quali sieno le quantità delle proporzioni, e come s'intenda il multiplicarle fra loro; ma il tutto meglio apparisce dal construire e dimostrare la presente proposizione.

Se li quattro termini delle due proporzioni non fossero in linee, ma in altre grandezze, immaginiamoci che e' sieno posti in linee rette. Facciasi poi delle due antecedenti A, C un rettangolo, siccome delle due conseguenti B, D un altro rettangolo: è chiaro, per la 23 del sesto d'Euclide, che il rettangolo fatto dalle A, C, al rettangolo dalle B, D, avrà quella proporzione che è composta delle due proporzioni A verso B e C verso D, le quali son quelle due che ponemmo da principio a fine di ritrovare qual fosse la proporzione che risultava dalla composizione di esse. Essendo dunque la proporzione composta delle proporzioni A verso B e C verso D quella che à il rettangolo AC al rettangolo BD, per la suddetta proposizion 23 del sesto, io domando al Sig. Simplicio come abbiamo noi fatto per ritrovare questi due termini, ne' quali consiste la proporzione che si cercava da noi?

SIMP. Io non credo che si sia fatt' altro, se non formar due rettangoli con quelle quattro linee poste da principio; uno, cioè, con le antecedenti A, C, e l'altro con le conseguenti B, D.

SALV. Ma la formazione de' rettangoli nelle linee della geometria corrisponde per appunto alla multiplicazione de' numeri nell'arimmetica, come sa ogni matematico anche principiante; e le cose che noi abbiamo multiplicate sono state le linee A, C e le linee B, D, cioè i termini omologhi delle poste proporzioni. Ecco dunque come, multiplicando insieme le quantità o le valute delle date proporzioni semplici, si produce la quantità o la valuta della proporzione la quale poi si chiama composta di quelle.

9–11. *antecedenti A, B un rettangolo, siccome delle due conseguenti C, D un altro,* s — 18. *dalla comparazione di,* s —

FRAMMENTI

ATTENENTI

AI DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE

INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE.

Essendo per varii emergenti, ed in particolare per la morte dell' Imperatore, tagliato il disegno d' intitolare la mia opera a Sua Maestà, ho fatto pensiero che l' Illustrissimo Sig. Conte di Novailles, tanto mio antico e benigno padrone, occorrendo, dica che, nel passar da queste parti e nell' abboccamento che ebbe meco, io gli consegnassi queste opere, perchè le tenesse appresso di sè e ne lasciasse copia in qualche libreria famosa, acciò non se ne perdesse del tutto la memoria. Mi figuro poi che, in qualche modo a me incognito, ne sia pervenuta copia in mano a gli Elzevirii, i quali l' abbino stampata spontaneamente, ma, come cosa mia, mi chiegghino adesso la dedicatoria e l' intitolazione. Alla qual richiesta io risponderei, significandoli come mi è giunto nuovo ed inaspettato il sentire che, senza alcuna mia saputa, sieno stampate opere mie ; ed insieme risolverei di far comparir un' altra lettera, scritta da me al Sig. Conte di Noailles, molto dubbia circa il rallegrarmi o contristarmi che, senza esserne io consapevole, queste mie opere eschino alla stampa, avendo qualche giusta cagione di temere che i miei vigilantissimi nimici siano per procurarmene qualche disgusto, e che però, sendo questo proceduto da troppo affetto del Sig. Conte verso di me, che a lui si conveniva il comportarne le pene : sì che il desiderio mio era che l' opera fusse dedicata alla sua protezzione [1].

---

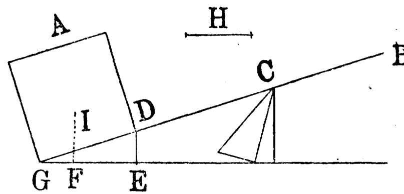
[1] Cod. A, car. 30r., del medesimo carattere di cui sono i manoscritti, citati a pag. 43 e 45, della Dedicatoria e della Prefazione ai *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze.* In capo a questo frammento, e della stessa mano, si legge l' indicazione : « Copia ». — Cfr. pag. 43.

Se sia un solido sopra l'orizonte e questo si deva alzare, è cosa chiara, che se piglieremo una lieva che abbia il suo sostegno, ch'a volerlo equilibrare, bisognerà, volendo prima sollevarlo, mettere dall'altra parte della lieva potenza tale, che abbia al peso assoluto di detto solido la medesima proporzione che hanno tra loro le parti di detta lieva, ma contrariamente prese. Ma se ci contenteremo d'alzarne una parte, e che il rimanente si posi in terra, in questo caso, mentre si comincia ad alzarne una parte, sempre va scemando il peso sopra la lieva e va crescendo in terra: però si dimostrerà che detto peso alla potenza che deve equilibrarlo, in qualsivoglia sito che sarà detto solido, abbi proporzione composta di quella che hanno tra di loro le parti della lieva, cioè quella ch'è dal fulcimento verso la potenza a quella ch'è dal fulcimento verso il solido, e di quella ch'ha la linea parallela all'orizonte, compresa tra la perpendicolare che casca dove tocca la lieva nel solido e dove tocca il solido in terra, a quella ch'è compresa tra la perpendicolare che casca a detta linea dal centro della gravità di detto solido e dove tocca detto solido la detta linea orizontale.

Sia il solido A, il quale sia equilibrato dalla lieva BD sostenuta nel punto C, e che posi in terra nel punto G: dico che il peso assoluto di detto solido, in qualsivogli sito, ha alla potenza posta in B una proporzione composta di quella che ha la BC alla CD e di quella di EG alla GF. Facciasi come la EG alla GF, così CD ad un' altra, che sia H; e tirisi IF dal centro della gravità del solido, perpendicolare alla GE orizontale. Perchè dunque la potenza che sostiene il solido A

nel punto D alla potenza che sostiene il medesimo nel punto G ha la proporzione che ha la linea GI alla ID, sendo detto solido sostenuto nelli due punti D, G, sarà, componendo, tutte a due le potenze, cioè il peso assoluto del solido A, ch' è l' istesso, alla potenza D come EG alla GF, cioè come CD alla H: ma la potenza di D a quella di B è come BC alla CD: adunque, *ex aequali* in proporzion perturbata, il peso A alla potenza B ha la proporzione di BC alla H, che è composta di quella che ha la BC alla CD e di quella di CD alla H, cioè EG alla GF: che è quello etc.

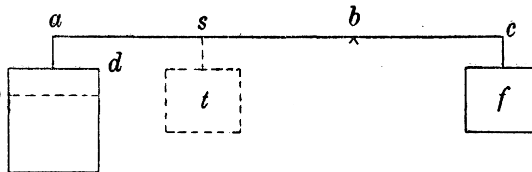
prop. 2ª, lib. 6.



Per voler poi trovare la quantità, multiplichisi insieme le dua antecedenti, cioè la BC per la EG e la CD per la GF; e così sarà nota che potenza ci bisogni in qualsivoglia sito [1].

Ponderum in libra suspensorum momenta habent rationem compositam ex ratione ipsorum ponderum et ex ratione distantiarum.

Pendeant pondera *de, f* ex distantiis *ab, bc:* dico, momentum ponderis *de* ad momentum ponderis *f* habere rationem compositam ex rationibus ponderis *de* ad pondus *f* et distantiae *ab* ad distantiam *bc.* Ut enim *ab* ad *bc,* ita fiat pondus *f* ad pondus *do:* cum ergo pondera *f* et *do* habeant rationem distantiarum *ab, bc* permutatam, erit momentum ponderis *f* aequale momento ponderis *de.* Cum igitur sint 3 pondera utcumque *ed, f* et *do,* erit ratio ponderis *ed* ad *do* composita ex rationibus *ed* ad *f* et *f* ad *do*: ut autem pondus *ed* ad pondus *do,* ita momentum *ed* ad momentum *do;* pendent enim ex eodem puncto: igitur, cum momentum *do* sit aequale momento *f,* ratio momenti *ed* ad momentum *f* erit composita ex rationibus ponderis *ed* ad pondus *f* et ponderis *f* ad pondus *do.* Factum est autem pondus *f* ad pondus *do* ut distantia *ab* ad distantiam *bc:* ergo patet, momentum



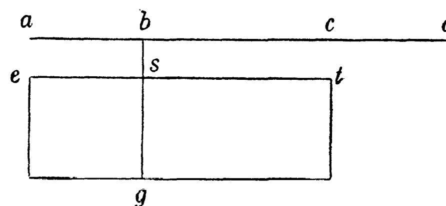
[1] Cod. A, car. 27*r.* e *t.,* di mano del sec. XVII. — Se ne hanno copie del sec. XIX nel cod. 85, car. 19*r.* e *t.,* della Biblioteca di S. A. R. il Duca di Genova in Torino (già della biblioteca di Cesare Saluzzo), e nel cod. 562 della Universitaria di Pavia, car. 54*r.*

ponderis *ed* ad momentum ponderis *f* habere rationem compositam ex rationibus ponderum *ed, f* et distantiarum *ab, bc.*

Quod si suspendatur ex puncto *s,* facta distantia *bs* aequali distantiae *bc,* pondus *t* aequale ponderi *f,* erit eius momentum momento *f* aequale; et similiter ponderum *ed* et *t* momenta habebunt rationem compositam ex ponderibus *ed, t* et ex distantiis *ab, bs.*

Sit modo cylindrus *egt,* respondens librae *abcd,* utcumque sectum in *sg:* dico, momentum totius cylindri pendentis ex *c* ad momentum partis *eg* pendentis ex *b* esse ut □ *dca* ad □ *dba.*

Ex demonstratis enim, momentum ponderis *egt* ad momentum ponderis *eg* habet rationem compositam ex pondere *egt* ad pondus *eg* e distantiae *cd* ad distantiam *db:* pondus autem *egt* ad pondus *eg* est ut linea *ac* ad *ab:* ergo momentum ponderis *egt* ad momentum ponderis *eg* habet rationem compositam ex *cd* ad *db* et ex *ca* ad *ab,* quae est □ *dca* ad □ *dba* (1).



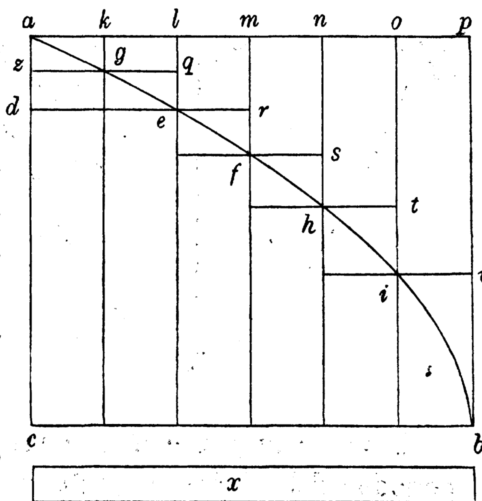
Sit parabola *cba* parallelogrammo *cp* inscripta: dico, parallelogrammum parabolae esse sexquialterum; hoc est, esse triplum reliqui spacii *apb* extra parabolam.

Si enim non sit, aut erit maius aut minus. Sit, primo, maius: excessus autem quo spacium *pc* maius est quam triplum spacii *apb,* vocetur *x;* divisoque parallelogrammo continue in spacia aequalia per lineas ipsis *ac, pb* parallelas, deveniemus ad spacia, quorum unum ipso *x* erit minus, quale sit *ob,* et per puncta ubi reliquae parallelae lineam parabolae secant, ducantur aequidistantes ipsi *ap,* donec figura quaedam spacio relicto extra parabolam circumscribatur, constans ex parallelogrammis *ag, ke, lf, mh, ni, ob,* quae figura spacium *apb* extra

11-12. *compositam ex ex pondere* —
20-21. Le parole da *hoc est* a *parabolam* sono aggiunte in margine, e richiamate dopo *sexquialterum* con un segno di croce. — 22-23. *maius : excessus* è sostituito a *minus : defectus,* che leggesi cancellato. — 23. In luogo di « *maius* . . . apb » leggevasi prima *minus* [?] *est quam sexquialterum parabolae* apb. — 27-28. *figura quedam spacio.* — 29. Dopo « ag » leggesi, cancellato, « ge, ef ». —

(1) Cod. A, car. 40^c *r.* e 40^b *r.* Autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 176.

parabolam minori quantitate superabit quam sit *x*, cum superet idem quantitate adhuc minori parallelogrammo *ob*. Ergo idem parallelogrammum *cp* maius erit quam triplum dictae figurae circumscriptae: quod est impossibile. Nam est illa minus quam triplum: nam cum *da* ad *az* sit ut □ *de* ad □ *zg*; ut autem *da* ad *az*, ita parallelogrammum *dk*, seu *ke*, ad parallelogrammum *kz*; ergo ut □ *zg* ad □ *de*, idest □ *ak* ad □ *al*, ita parallelogrammum *ag* ad parallelogrammum *ke*. Similiter ostendemus, reliqua parallelogramma *lf*, *mh*, *ni*, *ob* esse inter se ut □[a] linearum *ak*, *al*, *am*, *an*, *ao*, *ap*, sese aequaliter excedentium et quarum excessus minimae *ak* est aequalis. Cum itaque sint huiusmodi spacia ut □ linearum sese aequaliter excedentium, quarum excessus minimae est aequalis; sintque alia, totidem numero, magnitudine vero unumquodque maximo *ob* aequalia, parallelogrammum nempe *cp* componentia; constat, haec ad spacia sese aequaliter excedentium linearum minora esse quam tripla.



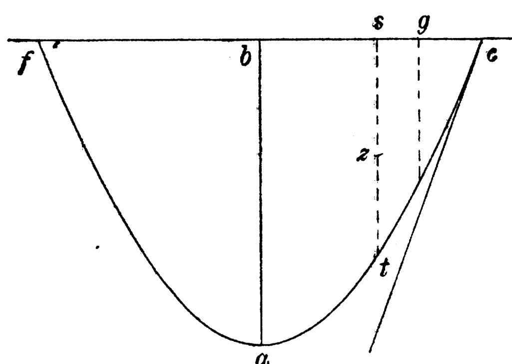
Dico praeterea, non esse minus parallelogrammum *cp* quam triplum ad idem spacium *apb*. Si enim quis dicat esse minus, sit defectus *x*, et figura similiter inscribatur, constans ex parallelogrammis *kq*, *lr*, *ms*, *nt*, *ov*, quae sunt ut □[a] linearum sese aequaliter excedentium etc., quae deficiat a dicto spacio minori quantitate quam sit *x*, cum deficiat per minorem quam sit *ob*, quae erit adhuc maior quam 3[a] pars parallelogrammi *cp*; quod pariter est falsum, cum sit minor [(1)].

Passi la catenella per i punti *f*, *c*, e, dato lo scopo *z*, tira tanto la catena, che passi per *z*, e troverai la distanza *sc* e l' angolo della

10. Dopo *ergo ut* leggesi, cancellato, « ed *ad* gz, *seu* la *ad* ak, *ita* ». — 20-21. Le parole *constat, haec* sono scritte in margine, e ad esse segue *quae*, cancellato. — 21. *esse* è sostituito a *sunt*, che leggesi cancellato. — 23. *triplum* è sostituito a *sexquialterum*, che leggesi cancellato. — 27 *spacio mini* [sic] *quantitate* —

(1) Cod. A, car. 102*t*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 181-184.

elevazione etc. dimostrasi che sì come è impossibile tirar la catena in retto, così essere impossibile che'l proietto vadia mai per dritto se non nella perpendicolare in su, come anco la catena a piombo si stende in retto.



Sì come la parabola del proietto è descritta da 2 moti, orizontale e perpendicolare, così la catenella risulta da 2 forze: orizontale, da chi la tira nell'estremità, e perpendicolare *deorsum*, da proprio peso.

il grave in *g* preme con manco forza che in *s*, secondo la proporzione del □ *fgc* al □ *fsc* (1).

9-10. *forze: oriz.^{la}, da* —

(1) Cod. A, car. 43r., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 185.

Distantia, per quam mobile motu recto naturaliter movetur, *perpendiculus,* seu *perpendicularis linea,* dicatur.

Horizontalis linea, seu *planum horizontale*, appello lineam rectam, seu planum, cui perpendiculus ad rectos angulos incidit.

Quae vero cum linea horizontali inaequales angulos constituunt, *lineae* seu *plana inclinata* dicantur [1].

Contempletur quod, quemadmodum gravia omnia super orizonte quiescunt, licet maxima vel minima, ita in lineis inclinatis eadem velocitate moventur, quemadmodum et in ipso quoque perpendiculo; quod bonum erit demonstrare, dicendo quod, si gravius velocius, sequeretur quod gravius tardius, iunctis gravibus inaequalibus, etc.

Movebuntur autem eadem celeritate non solum gravia inaequalia et homogenea, sed etiam eterogenea, ut lignum et plumbum. Cum enim antea ostensum fuerit, magna et parva homogenea aequaliter moveri, dicas: Sit *b* sphaera lignea et *a* plumbea, adeo magna, ut, cum in medio habeat cavitatem pro *b*, sit tamen gravior quam sphaera solida lignea ipsi *a* aequalis, ita ut per adversarium velocius moveatur quam *b:* ergo si

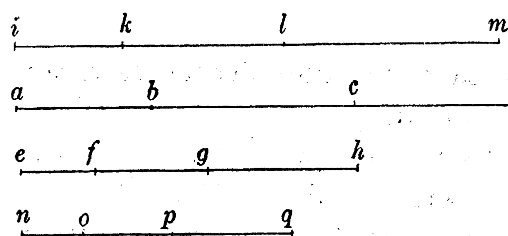
2. *dicatur* fu corretto in luogo di *ducatur*, che prima si leggeva. —
8-9. *eadem volicate moventur* — 10-11. *sequaeretur* — 13. *homogena* — 15. *Sit* b *spera* — 18. *velocius movatur* —

[1] Cod. A, car. 63*r*., di mano del Guiducci.

in cavitate *i* ponatur *b*, tardius movebitur *a* quam cum erat levior; quod est absurdum [1].

Si fuerint quotlibet spacia, et alia illis multitudine paria, quae bina sumpta eandem habeant rationem, et per ipsa duo moveantur mobilia, ita ut in binis quibusque spaciis sibi respondentibus lationes sint aequales et aequabiles, erunt ut omnia antecedentia spatia ad omnia consequentia, ita tempora lationum omnium antecedentium ad tempora lationum omnium consequentium spaciorum.

Sint *ab, bc, cd* spacia quotcumque, et alia multitudine aequalia *ef, fg, gh;* et sit ut *ab* ad *ef,* ita *bc* ad *fg* et *cd* ad *gh:* duo autem mobilia eodem motu et aequabili ferantur per duo spacia *ab, ef,* et tempora lationum sint *ik, no; kl* vero et *op* sint tempora lationum quarumcumque aliarum aequalium et aequabilium per *bc, fg;* tempora vero *lm, pq* sint aliarum lationum aequalium inter se et aequabilium per *cd, gh:* dico, ut totum spacium *ad* ad totum spacium *eh,* ita esse tempus totum *im* ad tempus *nq.*



Cum enim motus per duo spacia *ab, ef* sint aequales et aequabiles, erit, ex praecedenti, ut spacium *ab* ad *ef,* ita tempus *ik* ad *no;* et similiter demonstrabitur, ut *bc* ad *fg,* ita *kl* ad *op,* et ut *cd* ad *gh,* ita *lm* ad *pq:* et quia est ut *ab* ad *ef,* ita *bc* ad *fg* et *cd* ad *gh,* erit ut *ik* ad *no,* ita *kl* ad *op* et *lm* ad *pq.* Cumque rursus sit ut *ab* ad *ef,* ita *bc* ad *fg* et *cd* ad *gh,* erit ut unum *ab* ad unum *ef,* ita omnia *ad* ad omnia *eh;* et similiter concludetur, ut unum *ik* ad unum *no,* ita esse omnia *im* ad omnia *nq:* est autem ut unum *ab* ad unum *ef,* ita *ik* ad *no:* ergo ut totum spacium *ad* ad totum spacium *eh,* ita tempus *im* ad tempus *nq:* quod erat ostendendum [2].

---

6. Dapprima aveva scritto *sint aequabiles,* poi corresse *sint aequabiles et aeque celeres,* e da ultimo corresse *sint aequales et aequabiles.* — 11-12. *eodem motu et aequabili* è stato corretto in luogo di *eadem celeritate et motu aequabili,* che prima si leggeva. —

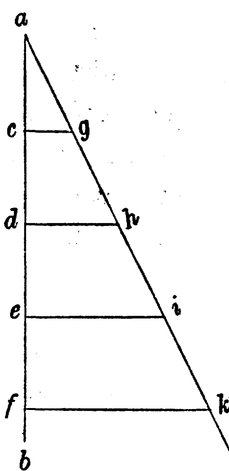
---

[1] Cod. A, car. 147*r.*, autografo di GALILEO. In calce al frammento si legge, di mano dello stesso GALILEO, l'indicazione: « Paralogismus ». — Cfr. pag. 107 e seg.

[2] Cod. A, car. 138*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 192.

Io suppongo (e forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine onde si partì: come, v. g., partendosi il grave dal punto *a* e cadendo per la linea *ab,* suppongo che il grado di velocità nel punto *d* sia tanto maggiore che il grado di velocità in *c,* quanto la distanza *da* è maggiore della *ca,* e così il grado di velocità in *e* esser al grado di velocità in *d* come *ea* a *da,* e così in ogni punto della linea *ab* trovarsi con gradi di velocità proporzionali alle distanze de i medesimi punti dal termine *a.* Questo principio mi par molto naturale, e che risponda a tutte le esperienze che veggiamo negli strumenti e machine che operano percotendo, dove il percuziente fa tanto maggiore effetto, quanto da più grande altezza casca: e supposto questo principio, dimostrerò il resto.

Faccia la linea *ak* qualunque angolo con la *af,* e per li punti *c, d, e, f* siano tirate le parallele *cg, dh, ei, fk:* e perchè le linee *fk, ei, dh, cg* sono tra di loro come le *fa, ea, da, ca,* adunque le velocità ne i punti *f, e, d, c* sono come le linee *fk, ei, dh, cg.* Vanno dunque continuatamente crescendo i gradi di velocità in tutti i punti della linea *af* secondo l'incremento delle parallele tirate da tutti i medesimi punti. In oltre, perchè la velocità con la quale il mobile è venuto da *a* in *d* è composta di tutti i gradi di velocità auti in tutti i punti della linea *ad,* e la velocità con che ha passata la linea *ac* è composta di tutti i gradi di velocità che ha auti in tutti i punti della linea *ac,* adunque la velocità con che ha passata la linea *ad,* alla velocità con che ha passata la linea *ac,* ha quella proporzione che hanno tutte le linee parallele tirate da tutti i punti della linea *ad* sino alla *ah,* a tutte le parallele tirate da tutti i punti della linea *ac* sino alla *ag;* e questa proporzione è quella che ha il triangolo *adh* al triangolo *acg,* ciò è il □° *ad* al □° *ac.* Adunque la velocità con che si è passata la linea *ad,* alla velocità con che si è passata la linea *ac,* ha doppia proporzione di quella che ha *da* a *ca.* E perchè la velocità alla velocità ha contraria proporzione di quella che ha il tempo al



26. *auti* è corretto in luogo di *auto,* che prima si leggeva. — 29. *tutte linee* —

tempo (imperò che il medesimo è crescere la velocità che sciemare il tempo), adunque il tempo del moto in *ad* al tempo del moto in *ac* ha subduplicata proporzione di quella che ha la distanza *ad* alla distanza *ac*. Le distanze dunque dal principio del moto sono come i quadrati de i tempi, e, dividendo, gli spazii passati in tempi eguali sono come i numeri impari *ab unitate:* che risponde a quello che ho sempre detto e con esperienze osservato; e così tutti i veri si rispondono.

E se queste cose son vere, io dimostro che la velocità nel moto violento va decrescendo con la medesima proporzione con la quale, nella medesima linea retta, cresce nel moto naturale. Imperò che sia il principio del moto violento il punto *b*, ed il fine il termine *a*. E perchè il proietto non passa il termine *a*, adunque l'impeto che ha auto in *b* fu tanto, quanto poteva cacciarlo sino al termine *a;* e l'impeto che il medesimo proietto ha in *f* è tanto, quanto può cacciarlo al medesimo termine *a;* e sendo il medesimo proietto in *e, d, c,* si trova congiunto con impeti potenti a spingerlo al medesimo termine *a*, nè più nè meno: adunque l'impeto va giustamente calando secondo che sciema la distanza del mobile dal termine *a*. Ma secondo la medesima proporzione delle distanze dal termine *a* va crescendo la velocità quando il medesimo grave caderà dal punto *a*, come di sopra si è supposto e confrontato con le altre prime nostre osservazioni e dimostrazioni: adunque è manifesto quello che volevamo provare [1].

---

dato tempore per *ab, de,* quaeritur tempus per *cb*. Si tempus per *ab* esset *ab*, tempus per *ac* esset *af*, media inter *ba, ac,* et *fb* esset tempus per *cb:* sed tempus per *ab* non est *ab*, sed *de:* fac igitur ut *ab* ad *fb*, ita *de* ad *eo*, et erit *eo* tempus per *cb*. Igitur primum cape mediam inter *ba, ac,* nempe *af*, et ut tota *ab* ad excessum *bf*, ita *de* ad *eo*, et habebis *oe* tempus per *cb* [2].

---

2. Tra *adunque* e *il tempo* leggesi, cancellato, *la linea*. — 7. *si rispondano* — 18-19. *la medesima delle distanze* —
27. Tra «*per* cb» ed *Igitur* leggesi, cancellato, *Fac.* —

---

[1] Cod. A, car. 128*r*. e *t*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 198 e seg.

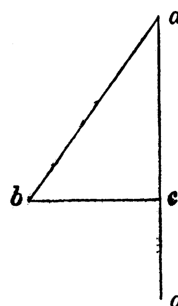
[2] Cod. A, car. 73*r*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 214.

Sit *ab* tempus per *ab,* et posita *cd* aequali eidem *ab,* quaeratur tempus per *cd.* Sit *ae* media inter *ca, ab,* et *af* media inter *da, ab:* et quia *ab* est tempus per *ab,* erit *ae* tempus per *ac;* et quia *af* est media inter *da, ab,* erit *af* tempus per totam *ad:* fuit autem *ae* tempus per *ac:* ergo *ef* est tempus per *cd.*



sit *ab* 8
cd 8
bc 10
ac 18
ad 26
ae 12
af 14 $^1/_2$
ef 1 $^1/_2$ (1).

Mirandum. Numquid motus per perpendiculum *ad* velocior sit quam per inclinationem *ab?* Videtur esse; nam aequalia spacia citius conficiuntur per *ad* quam per *ab:* attamen videtur etiam non esse; nam, ducta orizontali *bc,* tempus per *ab* ad tempus per *ac* est ut *ab* ad *ac;* ergo eadem momenta velocitatis per *ab* et per *ac:* est enim una eademque velocitas illa quae, temporibus inaequalibus, spacia transit inaequalia, eandem quam tempora rationem habentia (2).



---

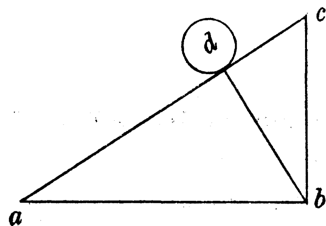
3. Tra « *per* ac » ed *et quia* leggesi, cancellato, *et* be *tempus per* be. —

(1) Cod. A, car. 161*r*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 214.

(2) Cod. A, car. 164*t*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 215 e seg.

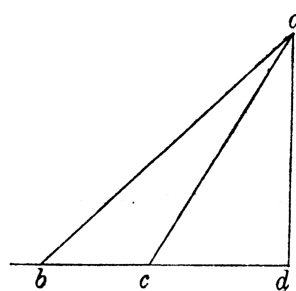
Momenta gravitatis eiusdem mobilis super plano inclinato et in perpendiculo permutatim respondent longitudini et elevationi eiusdem plani.

Sit ad orizontem *ab* planum inclinatum *ca,* in quo sumatur quodcumque punctum *c,* et demissa perpendicularis ad orizontem *cb* sit plani *ca* altitudo seu elevatio: dico, momentum gravitatis mobilis *d* super plano *ca* ad totale suum momentum in perpendiculo *cb* esse ut altitudo *cb* ad eiusdem plani longitudinem *ca.* Id autem in mecanicis probatum est.



Momenta gravitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes habent inter se permutatim eandem rationem, quam eorumdem planorum longitudines, dum eidem elevationi respondeant.

Sint diversae planorum inclinationes *ab, ac,* quae eidem elevationi *ad* respondeant: dico, momentum gravitatis eiusdem mobilis super *ab* ad momentum gravitatis super *ac* eandem habere rationem, quam longitudo *ac* habet ad longitudinem *ab.* Ex praecedenti, enim, momentum gravitatis super *ab* ad totale momentum in perpendiculo *ad* est ut *ad* ad *ab:* totale vero momentum per *ad* ad momentum per *ac* est ut *ca* ad *ad*: ergo, ex



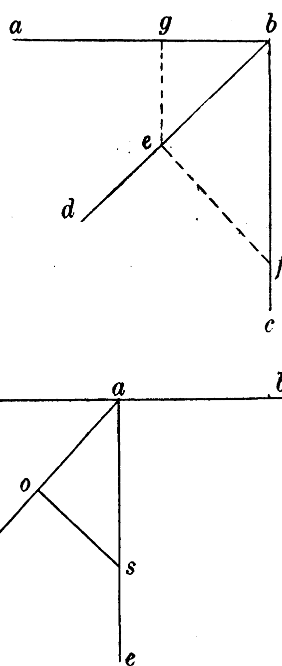
1. *super planum inclinatum,* Arr. — 2. *longitudini et elevationis.* Anche l'Arrighetti, copiando, scrisse *elevationis,* e la *s* finale fu poi cancellata. — 4. Tra « *inclinatum* ca » e *in quo* leggesi, cancellato, *cuius.* — 16. *dico, mementum gravitatis* —

aequali in analogia perturbata, momentum per *ab* ad momentum per *ac* erit ut longitudo *ca* ad longitudinem *ab*. Quod erat demonstrandum [1].

Cum in planis inclinatis decrescat impetus mobilis, prout inclinatio minus participat de directione, et, quod consequens est, plus detrahat de gravitate mobili, consideretur num in mediis gravioribus, detrahentibus de gravitate mobilis, decrescat pariter impetus pro ratione gravitatis; ita ut in medio detrahente, v. g., dimidium gravitatis, impetus sit idem atque in inclinatione similiter detrahente gravitatis dimidium [2].

Sit ad orizontem *ab* perpendicularis *bc* et inclinata *bd*, in qua sumatur *be*, et ex *e* ad *bd* perpendicularis agatur *ef*, ipsi *bc* occurrens in *f*: demonstrandum sit, tempus per *be* aequari tempori per *bf*.

Ducatur ex *e* perpendicularis ad *ab*, quae sit *eg*: et quia impetus per *bd* ad impetum per *bc* est ut *eg* ad *be* (ut infra demonstratur); ut autem *eg* ad *be*, ita *be* ad *bf*, ob similitudinem triangulorum *geb*, *bef*; ergo ut *bf* spacium ad spacium *be*, ita impetus per *bf* ad impetum per *be*: ergo eodem tempore fiet motus per *bf* et per *be* [3].



Advertas cur cadentia ex *a* sint semper una in locis sibi respondentibus, ut *o*, *s*, ita ut ∠ *aos* sit aequalis angulo *bas* [4].

---

16. *infra demontratur* —

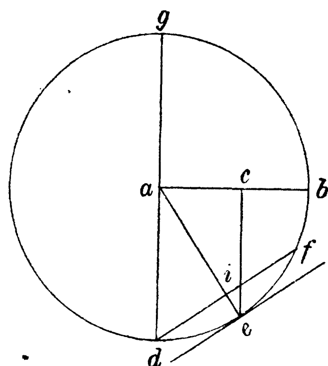
(1) Cod. A, car. 179*t*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 45*r*., 46*r*. Nell'autografo le due parti di questo frammento sono scritte su due strisce di carta, che furono incollate l'una sotto l'altra, sul *tergo* della car. 179, probabilmente da GALILEO stesso.

(2) Cod. A, car. 66*r*., di mano del GUIDUCCI. — Cfr. pag. 119.

(3) Cod. A, car. 147*t*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 57*r*. In calce alla copia è la seguente avvertenza, scritta pure di mano dell'ARRIGHETTI, ma con inchiostro diverso: « haec prima propositio est iam demonstrata, et ideo, ut dupla, demictatur »; e in capo alla copia leggesi, di pugno di GALILEO: « Da notarsi ». — Cfr. pag. 221.

(4) Cod. A, car. 147*t*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 57*t*. La copia termina con una virgola e contiene anche un'altra figura, il che può far sospettare che ad « angulo *bas* » dovesse seguire qualche altra cosa.

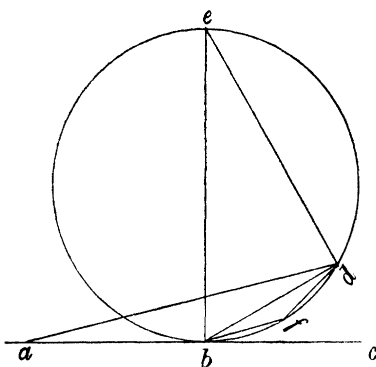
Sit *gd* erecta ad orizontem, *df* vero inclinata: dico, eodem tempore fieri motum ex *g* in *d* et ex *f* in *d*.



Momentum enim super *fd* est idem ac super contingente in *e*, quae ipsi *fd* esset parallela; ergo momentum super *fd* ad totale momentum erit ut *ca* ad *ab*, idest *ae*: verum ut *ca* ad *ae*, ita *id* ad *da* et dupla *fd* ad duplam *dg*; ergo momentum super *fd* ad totale momentum, scilicet per *gd*, est ut *fd* ad *gd*: ergo eodem tempore fiet motus per *fd* et *gd* [1].

Sit planum orizzontis secundum lineam *abc*, ad quam sint duo plana inclinata secundum lineas *db*, *da*: dico, idem mobile tardius moveri per *da* quam per *db* secundum rationem longitudinis *da* ad longitudinem *db*.

Erigatur enim ex *b* perpendicularis ad orizontem, quae sit *be*, ex *d* vero ipsi *bd* perpendicularis *de*, occurrens *be* in *e*, et circa *bde* triangulum circulus describatur, qui tanget *ac* in puncto *b*, ex quo ipsi *ad* parallela ducatur *bf*, et connettatur *fd*. Patet, tarditatem per *fb* esse consimilem tarditati per *da*; quia vero tempore eodem movetur mobile per *db* et *fb*, patet, velocitates per *db* ad velocitates per *fb* esse ut *db* ad *fb*, ita ut semper iisdem temporibus duo mobilia, ex punctis *d*, *f* venientia, linearum *db*, *fb* partes integris lineis *db*, *fb* proportione respondentes peregerint. Cum vero angulus *bfd* in portione angulo *dba* ad tangentem sit aequalis, angulus vero *dbf* alterno *bda*, aequiangula erunt triangula *bfd*, *abd*, et ut *bd* ad *bf*, ita *ad* ad *db*: ergo ut *ad* ad *db*, ita velocitas per *db* ad velocitatem per *da*, et, ex opposito, tarditas per *da* ad tarditatem per *db*.



27. Tra *proportione* e *respondentes*, corretto in luogo di *respondent* che prima era stato scritto, leggesi, cancellato, *conficiantur*. —

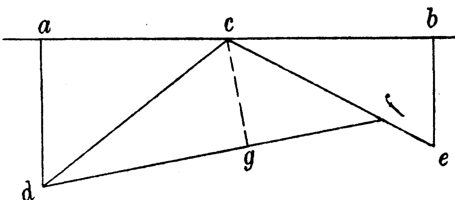
---

[1] Cod. A, car. 151*r*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 221.

Si hoc sumatur, reliqua demonstrari possent. Ponatur igitur, augeri vel imminui motus velocitatem secundum proportionem qua augentur vel minuuntur gravitatis momenta; et cum constet, eiusdem mobilis momenta gravitatis super plano *db* ad momenta super plano *da* esse ut longitudo *da* ad longitudinem *db,* idcirco velocitatem per *db* ad velocitatem per *da* esse ut *ad* ad *db* [1].

Infra orizontem *ab* ex eodem puncto *c* duae rectae aequales utcumque inclinentur *cd, ce,* et ex terminis *d, e* ad orizontem perpendiculares agantur *da, eb,* et lineae *cd* in puncto *d* constituatur ∠ *cdf* ∠ *bce* aequalis: dico, ut *da* ad *be* ita esse *dc* ad *cf.*

Ducatur perpendicularis *cg:* et quia *cdf* aequatur angulo *bce,* et rectus *g* recto *b,* erit ut *dc* ad *cg,* ita *ce* ad *eb:* est autem *cd* ipsi *ce* aequalis: ergo *cg* aequatur *be.* Et cum angulus *cdf* angulo *bce* sit aequalis, et ∠ *fcd* communis, reliquus ad duos rectos *dfc* reliquo *dca* aequabitur, et anguli ad *a* et *g* sunt recti; ergo △ *adc* △° *cgf* est simile: quare ut *ad* ad *dc,* ita *cg* ad *cf,* et, permutando, ut *ad* ad *cg,* hoc est ad *be,* ita *dc* ad *cf:* quod erat probandum.



Cum autem impetus per *cd* ad impetum per *cf* sit ut perpendiculus *ad* ad perpendiculum *be,* constat, motus per *cd* et *cf* eodem tempore absolvi. Itaque distantiae quae in diversis inclinationibus eodem tempore conficiuntur, determinantur per lineam quae (ut facit *df*) lineis inclinatis occurrit secundum angulos aequales illis quos inclinatae ad orizontem constituunt, permutatim sumptos [2].

---

9. *lineae* cd *constituatur,* ARR. — 11. *et quia angulus* cdf *aequatur,* ARR. — 20. *quod est probandum,* ARR. —

[1] Cod. A, car. 172*t.*, autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 34*r.* — Cfr. pag. 226.

[2] Cod. A, car. 147*t.*, autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 57*r.*: in capo alla copia leggesi, scritto di mano di GALILEO: « Da notarsi ». — Cfr. pag. 227.

Postea quam ostensum fuerit, tempora per *ab, ac* esse aequalia, demonstrabitur, tempus per *ad* ad tempus per *ae* esse ut *da* ad mediam inter *da, ae.* Nam tempus per *da* ad tempus per *ac* est ut *da* ad *ac* lineam; tempus autem per *ac,* idest per *ab,* ad tempus *ae* est ut linea *ba* ad *ae,* hoc est ut *sa* ad *ad:* ergo, ex aequali in analogia perturbata, tempus per *ad* ad tempus per *ae* est ut linea *sa* ad lineam *ac.* Cumque *ac,* ex demonstratis, sit media inter *sa, ab,* et ut *sa* ad *ab,* ita *da* ad *ae,* ergo tempus per *ad* ad tempus per *ae* est ut *da* ad mediam inter *da, ae:* quod erat probandum [1].

Momenta velocitatum cadentis ex subblimi sunt inter se ut radices distantiarum peractarum, nempe in subduplicata ratione illarum [2].

Si in linea naturalis descensus a principio lationis sumantur duae distantiae inaequales, momenta velocitatis cum quibus mobile permeat illas distantias sunt inter se in duplicata proportione ipsarum distantiarum.

Sit linea naturalis descensus *ab,* in qua ex principio lationis *a* sumantur duae distantiae *ac, ad:* dico, momenta velocitatis cum quibus mobile permeat *ad,* ad momenta velocitatis cum quibus permeat *ac,* esse in duplicata proportione distantiarum *ad, ac.* Ponatur linea *ae* ad *ab* quemlibet angulum continens...[3]

Sint ad orizontem *db* quotcumque lineae ex eadem altitudine *a* demissae *ab, ac, ad,* et sumpto quolibet puncto *g,* per ipsum orizonti parallela sit *gfe,* sitque media inter *ba, ag* ipsa *ar,* et per *r* altera pa-

19-20. Tra *ex* e *principio* leggesi, cancellato, *termino.* — 22-23. Tra *esse* ed *in* leggesi, cancellato, *ut.* —
25. *lineae ab eadem,* Arr. —

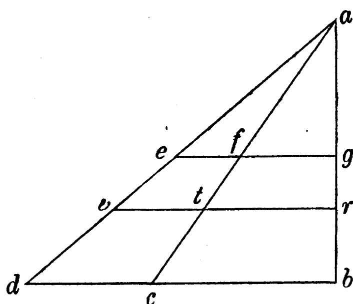
---

[1] Cod. A, car. 147*r.*, autografo di Galileo.

[2] Cod. A, car. 164*t.*, autografo di Galileo.

[3] Cod. A, car. 179*t.*, autografo di Galileo. Questo frammento mutilo è coperto da due strisce di carta, su cui è scritto ciò che abbiamo pubblicato a pag. 376, lin. 1 — pag. 377, lin. 2.

rallela *rtv*: constat, lineas *at*, *av* esse medias inter *ca*, *af* et *da*, *ae*. Dico, quod si assumatur *ab* esse tempus quo mobile cadit ex *a* in *b*, tempus *rb* esse illud quo conficitur *gb*, *tc* vero esse tempus ipsius *cf*, et *vd* ipsius *ed*. Id autem constat: nam, cum *ar* sit media inter *ba*, *ag*, sitque *ba* tempus casus totius *ab*, tempus *ar* erit tempus casus per *ag*; ergo reliquum temporis *rb* erit tempus casus per *gb* post *ag*; et idem dicetur de aliis temporibus *tc*, *vd* et lineis *fc*, *ed*. Patet insuper, tempora casuum per *gb*, *fc*, *ed* esse ut lineas *gb*, *fc*, *ed*; non tamen a magnitudinibus ipsarum linearum *gb*, *fc*, *ed* esse determinandas eorumdem temporum quantitates, si temporis mensura ponatur *ab*, in quo tempore conficiatur linea *ab*, sed desumendas esse a lineis *rb*, *tc*, *vd* [1].



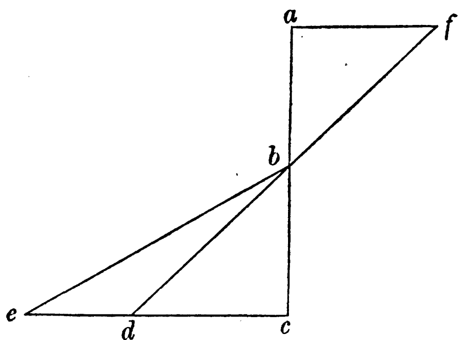
linea *ab* ad *ac*.

tempus *ba* ad *ac*.

ut tempus per *ab* ad tempus per *ag*, ita linea *ab* ad lineam *ar*; ergo, dividendo, ut tempus per *bc* ad tempus per *ag*, ita linea *br* ad *rg*.

ut tempus *da* ad tempus *ab*, ita linea *da* ad lineam *ab* [2].

Sit *ac* perpendicularis ad orizontem *cde*, ponaturque inclinata *bd*, fiatque motus ex *a* per *abc* et per *abd*: dico, tempus per *bc* post casum *ab* ad tempus per *bd* post eumdem casum *ab* esse ut linea *bc* ad *bd*. Ducatur *af* parallela *dc* et protrahatur *db* ad *f*; erit iam tempus casus per *fbd* ad tempus casus per *abc* ut *fd* linea ad lineam *ac*: est autem tempus casus per *fb* ad tempus casus per *ab* ut linea *fb* ad lineam *ab*: ergo tempus casus reliquae *bc* post *ab* ad tempus casus reliquae *bd* post *fb* erit ut reliqua *bc* ad reliquam *bd*. Sed tempus casus per *bd* post *fb* est idem



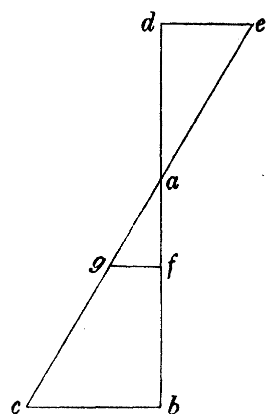
(1) Cod. A, car. 164*r*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 178*r*.

(2) Cod. A, car. 174*r*., autografo di GALILEO. È qui ripetuta la figura relativa al frammento precedente.

cum tempore per *bd* post *ab*, cum *af* orizonti aequidistans sit: ergo patet propositum.

Colligitur autem ex hoc, quod tempora casuum per *bc* et *bd*, sive fiat principium motus ex termino *b*, sive praecedat motus, ex eadem tamen altitudine, eandem inter se servant rationem, nempe eam quae est lineae *bc* ad *bd* [1].

Tempora casuum in planis quorum eadem sit altitudo, eamdem inter se servant rationem, sive illis idem impetus praecedat, sive ex quiete incipiant.



Sint plana *ab*, *ac*, quorum eadem altitudo; extenso autem *ba* utcumque in *d*, fiat casus ex *d* per ambo *ac*, *ab*: dico, tempus per *ac* ad tempus per *ab* esse in eadem ratione ac si principium casus foret in *a*. Sit enim ipsarum *bd*, *da* media *df*, et ducta parallela ex *f* ipsi *bc*, quae sit *fg*, erit *ge* media inter *ce*, *ea*. Facto igitur principio lationis ex *d*, tempora casuum per *ac*, *ab* erunt inter se ut *ag*, *af*: quod si casus incipiat ex *a*, erunt tempora per *ac*, *ab* inter se ut *ac*, *ab* lineae: ergo patet propositum [2].

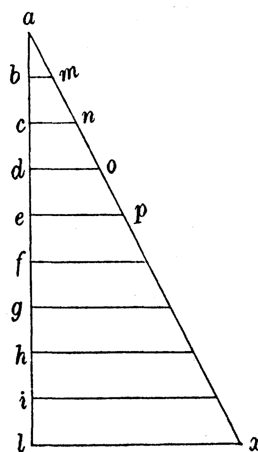
---

[1] Cod. A, car. 164*r*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 228.

[2] Cod. A, car. 38*r*., di mano del GUIDUCCI. — Cfr. pag. 228-229.

Assumo, eam esse cadentis mobilis per lineam *al* accelerationem, ut pro ratione spacii peracti crescat velocitas ita, ut velocitas in *c* ad velocitatem in *b* sit ut spacium *ca* ad spacium *ba,* etc.

Cum autem haec ita se habeant, ponatur *ax* cum *al* angulum continens, sumptisque partibus *ab, bc, cd, de* etc. aequalibus, protrahantur *bm, cn, do, ep* etc. Si itaque cadentis per *al* velocitates in *b, c, d, e* locis se habent ut distantiae *ab, ac, ad, ae* etc., ergo se quoque habebunt ut lineae *bm, cn, do, ep.*



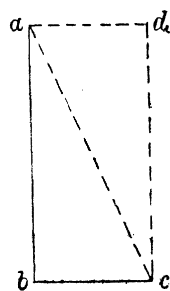
Quia vero velocitas augetur consequenter in omnibus punctis lineae *ae,* et non tantum in adnotatis *b, c, d,* ergo velocitates illae omnes sese respicient ut lineae quae ab omnibus dictis punctis lineae *ae* ipsis *bm, cn, do* aequidistanter producuntur. Istae autem infinitae sunt, et constituunt triangulum *aep:* ergo velocitates in omnibus punctis lineae *ab* ad velocitates in omnibus punctis lineae *ac* ita se habent ut triangulus *abm* ad triangulum *acn,* et sic de reliquis, hoc est in duplicata proportione linearum *ab, ac.*

Quia vero pro ratione incrementi accelerationis tempora quibus motus ipsi fiunt debent imminui, ergo tempus quo mobile permeat *ab* ad tempus quo permeat *ac* erit ut *ab* linea ad eam quae inter *ab, ac* media proportionalis existit [1].

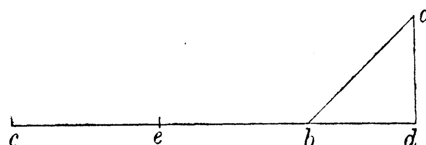
Factus sit motus ex *a* in *b* naturaliter acceleratus: dico, quod si velocitas in omnibus punctis *ab* fuisset eadem ac reperitur in puncto *b,*

7-8. *distantia* —

[1] Cod. A, car. 85*t.*, di mano del GUIDUCCI. Tutto questo frammento è stato cancellato mediante due linee in croce. — Cfr. pag. 203.



duplo citius fuisset peractum spacium *ab;* quia velocitates omnes in singulis punctis *ab* lineae, ad totidem velocitates quarum unaquaeque esset aequalis velocitati *bc,* eam habent rationem quam triangulus *abc* ad rectangulum *abcd.* Sequitur ex hoc, quod si ad orizontem *cd* fuerit planum *ba* elevatum, sitque *bc* dupla ad *ba,* mobile ex *a* in *b,* et successive ex *b* in *c,* temporibus aequalibus esse pervencturum: nam postquam est in *b,* per reliquam *bc* uniformi velocitate et eadem movetur, qua in ipsomet termino *b* post casum *ab.* Patet rursus, totum tempus per *abe* ad tempus per *ab* esse sesquialterum.



Si post casum per aliquod planum inclinatum sequatur motus per planum orizontis, erit tempus casus per planum inclinatum ad tempus motus per quamlibet lineam orizontis ut dupla longitudo plani inclinati ad lineam acceptam orizontis. Sit linea orizontis *cb,* planum inclinatum *ab,* et post casum per *ab* sequatur motus per orizontem, in quo sumatur quaelibet linea *bd:* dico, tempus casus per *ab* ad tempus motus per *bd* esse ut dupla *ab* ad *bd.* Sumpta enim *bc* ipsius *ab* dupla, constat ex praedemonstratis, tempus casus per *ab* aequari tempori motus per *bc:* sed tempus motus per *bc* ad tempus motus per *bd* est ut linea *cb* ad lineam *bd:* ergo tempus motus per *ab* ad tempus motus per *bd* est ut dupla *ab* linea ad lineam *bd* (1).

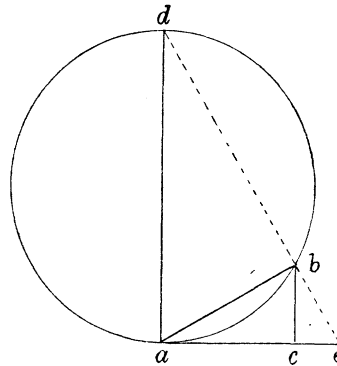
Tempus casus per planum inclinatum ad tempus casus per lineam suae altitudinis est ut eiusdem plani longitudo ad longitudinem suae altitudinis.

Sit planum inclinatum *ba* ad lineam orizontis *ac,* sitque linea altitudinis perpendicularis *bc:* dico, tempus casus quo mobile movetur

22. Prima aveva scritto « *sed motus per* bc *ad motum per* bd », e poi corresse « *sed tempus motus per* bc *ad tempus motus per* bd ». —

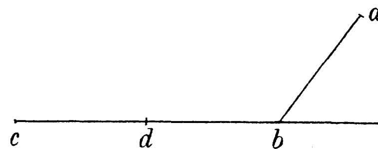
(1) Cod. A, car. 163*t.*, autografo di GALILEO. Delle lin. 24-25 della pag. 383 e delle lin. 1-13 della presente pagina si ha, a car. 181*r.*, una copia di pugno dell'ARRIGHETTI, in calce alla quale si legge, di mano dello stesso ARRIGHETTI, la seguente osservazione: « huic demonstrationi necessarium mihi videtur ostendisse antea, motum orizontalem uniformiter progredi in infinitum ». — Cfr. pag. 208.

per *ba* ad tempus in quo cadit per *bc* esse ut *ba* ad *bc*. Erigatur perpendicularis ad orizontem ex *a*, quae sit *ad*, cui occurrat in *d* perpendicularis ad *ab* ducta ex *b*, quae sit *bd*, et circa triangulum *abd* circulus describatur: et quia *da*, *bc* ambae sunt ad orizontem perpendiculares, constat, tempus casus per *da* ad tempus casus per *bc* esse ut media inter *da* et *bc* ad ipsam *bc*. Tempus autem casus per *da* aequatur tempori casus per *ba*: media vero inter *da* et *bc* est ipsa *ba*: ergo patet propositum.



Corollarium.

Ex hoc sequitur, casuum tempora per plana inclinata quorum eadem sit altitudo, esse inter se ut eorumdem planorum longitudines. Si enim fuerit aliud planum inclinatum *be*, tempus casus per *ba* ad tempus casus per *bc* est ut *ba* linea ad *bc*: tempus vero per *bc* ad tempus casus per *be* ut *bc* ad *be*: ergo, ex aequali, patet propositum [1].



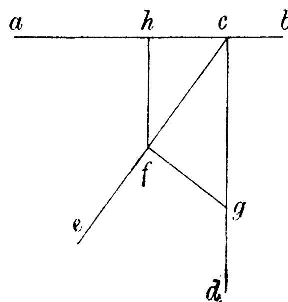
Si ex eodem puncto orizontis ducantur perpendiculus et planum inclinatum, et in plano inclinato sumatur quodlibet punctum, a quo ipsi plano perpendicularis linea usque ad perpendiculum protrahatur, lationes in parte perpendiculi inter orizontem et occursum perpendicularis intercepta, et in parte plani inclinati inter eandem perpendicularem et orizontem intercepta, eodem tempore absolventur.

Sint ex eodem puncto *c* orizontis *ab* perpendiculus *cd* et planum inclinatum *ce*, et in *ce* sumpto quolibet puncto *f*, ex eo ad *ec* perpendicularis agatur *fg*, occurrens perpendiculo in puncto *g*: dico, lationes per *cg* et per *cf* eodem tempore confici.

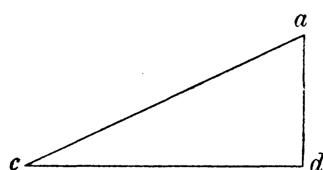
---

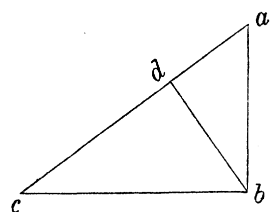
[1] Cod. A, car. 163*t*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano dell'ARRIGHETTI, a car. 60*r*.

Demittatur ex eodem puncto *f* perpendicularis ad orizontem *fh*, quae erit perpendiculo *cd* parallela, et angulus *hfc* coalterno *fcg* aequalis, et rectus *chf* recto *cfg:* quare aequiangula erunt triangula *chf, cfg,* et ut *hf* ad *fc*, ita *fc* ad *cg*. Ut autem *hf, fc*, ita momentum gravitatis mobilis in plano *ce* ad totale suum momentum in perpendiculo *cd*. Habet igitur dixtantia *cf* ad distantiam *cg* eandem rationem quam gravitatis momentum super plano *ce* ad totale momentum per perpendiculum *cg;* quare eodem tempore conficientur lationes per *cf* et *cg* [1].



Velocitates mobilium quae inaequali momento incipiunt motum, sunt semper inter se in eadem proportione ac si aequabili motu progrederentur: ut, verbi gratia, mobile per *ac* incipit motum cum momento ad momentum per *ad* ut *da* ad *ac;* si aequabili motu progrederetur, tempus per *ac* ad tempus per *ad* esset ut *ac* ad *ad*, quod in accelerato dubito quidem; et ideo demonstra....





Aliter sic:

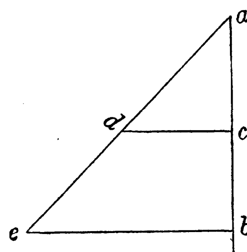
Tempus per *ac* ad tempus per *ab*, ex praecedentibus, est ut linea *ac* ad lineam *ab;* sed etiam ad tempus *ad* habet eamdem rationem, cum *ab* sit media inter *ac, ad;* ergo tempora *ad, ab* erunt aequalia [2].

---

(1) Cod. A, car. 180*r*., autografo di GALILEO.

(2) Cod. A, car. 177*r*., di mano dell'ARRIGHETTI, il quale in testa al frammento scrisse: « addere hanc propositionem ad praecedentem existimo », e poi cancellò la prima parola « addere », sostituendovi « necessariam ». Le lin. 12-19, che contengono lo squarcio mutilo, sono state cancellate con linee trasversali.

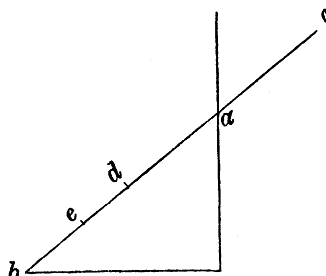
Spatia motus accelerati ex quiete et spatia motuum aequabilium ad motus acceleratos consequentia, et temporibus iisdem confecta, eandem inter se retinent rationem: sunt enim haec spatia dupla illorum. Tempora vero et gradus velocitatum acquisitarum eandem inter se habent rationem: haec tamen ratio subdupla est rationis spatiorum dictorum.



Spatia motus accelerati *ab, ac* et motuum aequabilium consequentium *be, cd* eandem cum illis habent rationem: sunt enim dupla illorum. Tempora per *ab, ac* sunt inter se ut gradus velocitatis in *b* et in *c*: ratio vero haec subdupla est rationis *ba* ad *ac* vel *be* ad *cd* [1].

---

si tempus per *ab* est *ab*, posita *cd* aequali *ab*, tempus per *cd* erit *cd*, et per totam *cb* erit *ce* [2].



Si in perpendiculo et in plano inclinato, quorum eadem sit altitudo, feratur idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut plani inclinati et perpendiculi longitudines.

Sint ad planum orizontis *cb* perpendiculus *ab* et planum inclinatum *ac*, quorum eadem sit altitudo, nempe ipsa perpendicularis *ab*, et

2. Le parole *et temporibus iisdem confecta* sono aggiunte in margine. — 8. *accelerati* ab, ac *motuum* —
16. Tra *inclinato* e *quorum* leggesi, cancellato, *feratur*. —

(1) Cod. A, car. 79*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 209.

(2) Cod. A, car. 73*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 214.

per ipsa descendat idem mobile: dico, tempus lationis per *ab* ad tempus lationis per *ac* esse ut longitudo *ab* ad longitudinem *ac*.

Cum enim assumptum sit, in naturali descensu velocitatis momenta eadem semper reperiri in punctis aequaliter ab orizonte distantibus iuxta perpendiculares distantias, constat quod, producta linea orizontali *am,* quae ipsi *bc* erit parallela, sumptisque in perpendiculo *ab* quotcumque punctis *e, g, i, l,* et per ipsa ductis parallelis orizonti *ed, gf, ih, lk,* erit mobilis per *ab* momentum seu gradus velocitatis in puncto *e* idem cum gradu velocitatis lati per *ac* in puncto *d,* cum punctorum *e, d* eadem sit distantia perpendicularis ab orizonte *am:* et similiter concludetur, in puntis *f, g* idem esse velocitatis momentum, et rursus in punctis *h, i,* et *k, l* et *c, b.*

Sunt igitur in linea *ab* quasi innumera quaedam spaciola, quibus multitudine quidem aequalia, et bina sumpta secundum eandem rationem respondentia, alia signantur in *ac* per lineas innumeras parallelas ex punctis lineae *ab* ad lineam *ac* extensas (intercepta enim spacia *ad, df, fh,* etc. ad spacia *ae, eg, gi,* etc. respondent singula singulis secundum rationem *ac* ad *ab*); suntque in singulis binis sibi respondentibus iidem velocitatis gradus.

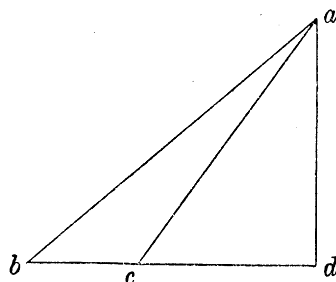
Ergo, ex praecedenti, tempora omnia simul sumpta lationum omnium per *ab,* ad tempora omnia similiter accepta lationum omnium per *ac,* eandem habebunt rationem quam spacia omnia lineae *ab* ad spacia omnia lineae *ac;* hoc autem idem est, ac tempus casus per *ab* ad tempus casus per *ac* esse ut linea *ab* ad *ac:* quod erat demonstrandum [1].

4-6. Da *eadem* a *distantias* è scritto in margine, in sostituzione a *continue augeri secundum rationem elongationis perpendicularis a linea orizontali, in qua fuit lationis initium,* che prima GALILEO aveva scritto, e poi non cancellò, ma solamente sottolineò. — 13-14. *distanzia* — 16. Dopo « *et* c, b. » segue: *Et quia velocitas semper intenditur pro ratione elongationis a termino* a, *constat, in latione* ab *tot esse velocitatis gradus seu momenta diversa, quot sunt in eadem linea* ab *puncta magis ac magis a termino* a *distantia; quibus totidem in linea* ac *respendent* [sic], *et per parallelas lineas determinantur, in quibus iidem sunt gradus velocitatis.* Questo tratto non è cancellato, ma solamente sottolineato. — 18. *bina sumpta* è aggiunto in margine. — 20. *ad linam* ac — 20-22. Il contenuto nella parentesi è scritto in margine. — 27. *omnia linae* ac —

[1] Cod. A, car. 179*r.*, autografo di GALILEO. A car. 88*t.* e *r.* se ne ha copia di mano dell'ARRIGHETTI, il quale di fronte alle lin. 7-16 postillò, in margine:

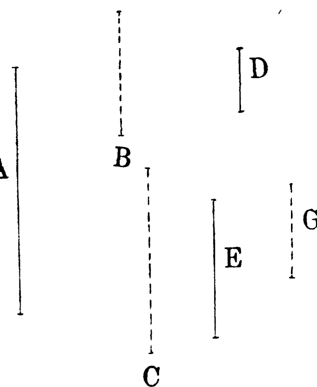
Tempora lationum per diversas lineas inclinatas, quarum eadem sit altitudo perpendicularis, sunt inter se ut earumdem linearum longitudines.

Sint ad orizontem *bd* diversa plana inclinata *ab, ac,* quorum eadem sit altitudo *ad* perpendicularis: dico, tempus căsus per *ab* ad tempus casus per *ac* esse ut *ab* longitudo ad longitudinem *ac*.



Ex antecedenti enim, tempus casus per *ab* ad tempus casus per perpendiculum *ad* est ut *ab* linea ad lineam *ad,* et, per eandem, ut *ad* linea ad ipsam *ac,* ita tempus casus per *ad* ad tempus casus per *ac:* ergo, ex aequali, ut longitudo *ab* ad longitudinem *ac,* ita tempus casus per *ab* ad tempus casus *ac:* quod erat probandum [1].

Lemma. Sint tres lineae utcumque *a, d, e,* et inter *a, d* media proportionalis sit *b;* inter *a, e* media proportionalis sit *c;* inter *e, d* tandem media sit *g:* dico, ut *c* ad *b,* ita esse *g* ad *d*.



Quia enim *b* est media inter *a, d,* erit quadratum *b* aequale rettangulo *ad;* similiter quadratum *c* aequale rettangulo *ae;* igitur, ut rectangulum *ae* ad rectangulum *ad,* ita quadratum *c* ad quadratum *b*. Ut autem rectangulum *ae* ad rectangulum *ad,* ita linea *e* ad *d;* ut vero linea *e* ad lineam *d,* ita quadratum *g* ad quadratum *d;* ergo, ut quadratum *c* ad quadratum *b,* ita quadratum *g* ad quadratum *d,* et ut *c* ad *b,* ita *g* ad *d* [2].

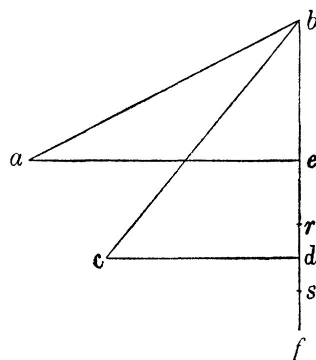
« credo esse utile, si non necessarium, demonstrasse, mobile in *d* esse eiusdem momenti quam in *c* [*sic*] »; ed in fine della copia annotò: « hanc propositionem non arbitror veram, et credo ita debere proponi et demonstrari. Si in perpendiculo et in plano inclinato, quorum eadem sit longitudo, feratur idem mobile, tempora lationum erunt inter se ut planum inclinatum et pars perpendiculi, altitudinis ipsius plani ». Tanto quella postilla quanto questa annotazione sono state cassate. — Cfr. pag. 215.

(1) Cod. A, car. 179*t.*, autografo di GALILEO.

(2) Cod. A, car. 37*r.*, di mano del GUIDUCCI.

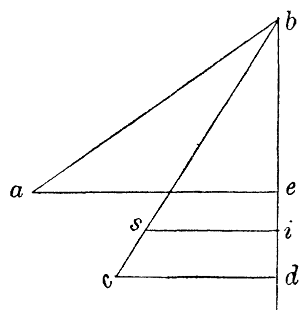
Sint plana aequalia *ab, cb* inaequaliter inclinata, et altitudo inclinationis plani *ab* sit *be,* ipsius vero *bc* sit *bd:* dico, tempus casus super *ba* ad tempus casus per *bc* esse ut media proportionalis inter *db, be* ad ipsam *be.*

Accipiatur *fb* ipsis *cb, ab* aequalis, et ipsarum *bf, bd* media sit *bs;* ipsarum vero *fb, be* media sit *br:* et quia tempus casus *bf* ad tempus casus *bd* est ut *sb* ad *bd,* tempus vero casus *bd* ad tempus casus *bc* ut *bd* ad *bc,* ergo, ex aequali, tempus casus *bf* ad tempus casus *bc* ut *sb* ad *bc,* et, convertendo, tempus casus *bc* ad tempus casus *bf* ut *bc* ad *bs.* Similiter autem demonstrabitur, ut tempus casus *bf* ad tempus casus *ba,* ita linea *rb* ad *ba* vel *bc;* ergo, ex aequali in analogia perturbata, ut tempus casus *bc* ad tempus casus *ba,* ita *rb* ad *sb,* et, conversim, ut tempus casus *ba* ad tempus casus *bc,* ita *sb* ad *br.* Ex lemmate vero antecedenti, ut *sb* ad *br,* ita media inter *db, be* ad ipsam *be:* quare patet propositum.



Aliter, absque lemmate:

Sit *bi* media inter *bd, be,* et *is* parallela ad *dc:* et quia ut tempus per *ba* ad tempus per *be,* ita linea *ba* ad lineam *be;* ut autem tempus *be* ad tempus *bd,* ita linea *be* ad *bi;* ut autem tempus *bd* ad tempus *bc,* ita linea *bd* ad *bc,* hoc est *bi* ad *bs;* ergo, ex aequali, ut tempus per *ba* ad tempus per *bc,* ita linea *ab,* seu *cb,* ad *bs,* hoc est *db* ad *bi,* seu *ib* ad *be:* quod erat probandum [1].



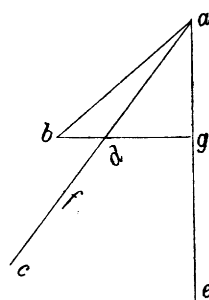
Tempora lationum in planis aequalibus, sed inaequaliter inclinatis, sunt inter se in subdupla ratione elevationum ipsorum planorum permutatim assumpta [2].

---

(1) Cod. A, car. 37*r.* e *t.*, di mano del Guiducci.

(2) Cod. A, car. 37*t.*, autografo di Galileo. — Cfr. pag. 219.

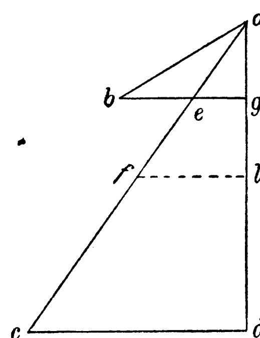
Sint plana quaecumque inclinata *ab, ac,* et perpendiculus *ae,* cui ad rectos angulos *bg,* et sit inter *ca, ad* media *af:* dico, tempus per *ab* ad tempus per *ac* esse ut *ba* ad *af.*



Nam tempus per *ab* ad tempus per *ad* est ut *ab* ad *ad:* tempus vero per *ad* ad tempus per *ac* est ut *ad* ad *af:* ergo, ex aequali, tempus per *ab* ad tempus per *ac* est ut *ab* ad *af:* quod erat ostendendum [1].

Tempo per *ac* al tempo per *ab* è come 10 a 8.

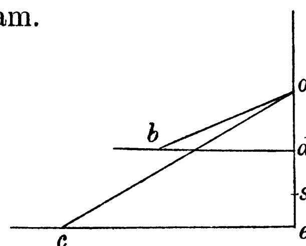
□ *ac* — 400 —	4		*eg* - 3
□ *ab* — 64 —	16		*ga* - 4
	64		*ae* - 5
	64		*af* - 10
	96		*ac* - 20
1600	1024		*cd* - 12
10	8		*ad* - 16
12800	10240	20 - 2	*ba* - 8
		8 - 4	
		40 - 10	
		32 - 8	



Ratio temporum lationum super planis, quorum diversae sint inclinationes et longitudines, nec non elevationes inaequales, componitur ex ratione longitudinum ipsorum et ex subdupla ratione elevationum eorumdem permutatim accepta [2].

In duobus planis quomodocumque inclinatis tempora casuum habent ipsorum planorum proportionem subduplicatam.

		tempora
ac -	9 —	9
ad -	4 —	6
ab -	10 —	15
ac -	18 —	18



9-16. Ai dati registrati nella colonna a destra precedono i seguenti, che leggonsi cancellati: « ab - 6, ae - 4, af - 8, ac - 16 ». — 20. *lationum* è aggiunta interlineare. — Tra *planis* e *quorum* leggesi, cancellato, *inaequalibus.* —

[1] Cod. A, car. 58*r.*, di mano del Guiducci. — Cfr. pag. 220.

[2] Cod. A, car. 35*t.*, autografo di Galileo. — Cfr. pag. 220.

tempus per *ac* ad tempus per *ab* habet rationem compositam ex *ca*, *ab* et *da* ad *as*.

longitudines	tempora
ac - 20 —	20
ab - 12 —	18
ae - 9 —	9
ad - 4 —	6 [1]

ratio temporis *ac* ad tempus *ab* componitur ex ratione *ac* ad *ab* et altitudinis *ad* ad mediam inter altitudines *ad*, *ae*, quae ratio est eadem cum ratione *ba* ad *ac*. Quadratum enim *ab* ad □um *ac* est ut *ad* ad *ae*, nempe ut □ *fad* ad □ *fae*: sed ratio composita ex *ca* ad *ab* et ex *ab* ad *ca* est ratio aequalitatis: ergo patet propositum [2].

Si in circulo ad orizontem erecto a puncto sublimi quotcumque ducantur lineae rectae usque ad circumferentiam, per quas cadant gravia quotcumque, omnia temporibus aequalibus ad terminos suos pervenient.

Sit enim circumferentia ad orizontem erecta *abc*, punctum sublime *a*, a quo lineae quotcumque ad circumferentiam usque protrahantur *ac*, *ab*, et per ipsas cadant mobilia: dico, temporibus aequalibus ea perventura esse ad terminos *c*, *b*.

9. Tra *ex ratione* ed « ac » si legge, cancellato, *quadrati;* e tra « ac *ad* » ed « ab » si legge, cancellato, *quadratum*. — 9-15. Da *ad mediam* a *propositum* è scritto di mano di GALILEO e sostituito a quanto appresso, che prima era stato scritto dall'ARRIGHETTI e poi fu cancellato da GALILEO: *ad altitudinem* ae, *quae est ratio solidi ex* ad *in quadratum* ac *ad solidum ex* ae *in quadratum* ab: *haec autem solida sunt aequalia, quia quadratum* ca *ad quadratum* ab *est ut linea* ea *ad* ad, *nempe ut rettangulum* fae *ad rettangulum* fad. —

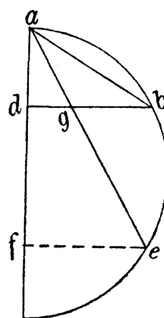
16. Le parole *ad orizontem erecto* sono aggiunte sopra la riga. — 22. Tra *mobilia* e *dico* leggesi, cancellato, *aequalium momentorum*. — 22-23. *aequalibus illa perventura*, GUID. Si avverta che *illa* è scritto sopra *ea*, cancellato. —

---

[1] Cod. A, car. 189*t.*, autografo di GALILEO. Le lin. 25-26 della pag. 391 sono state cancellate, probabilmente dallo stesso GALILEO, con strisce trasversali. — Cfr. pag. 220.

[2] Cod. A, car. 35*r.*, di mano dell'ARRIGHETTI fino alle parole « *altitudinis* ad » (lin. 9), e poi autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 220.

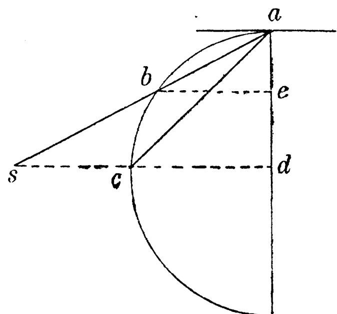
Sit enim *ac* per centrum ducta, cui ex *b* perpendicularis sit *bd:* patet, *ab* mediam esse proportionalem inter *ca, ad;* quare, ex demonstratis, tempus quo mobile ex *a* cadit in *c* ad tempus casus ex *a* in *d* est ut linea *ba* ad *ad*. Verum, similiter, ex demonstratis, tempus casus ex *a* in *b* ad tempus casus ex *a* in *d* est ut *ba* ad *ad:* ergo tempora casuum *ab, ac* erunt aequalia, cum eandem ad idem tempus casus *ad* habeant rationem. Et similiter de reliquis omnibus motibus demonstrabitur: ergo patet propositum.



Ex his colligitur, gravia eodem tempore pertransire plana inaequalia et inaequaliter inclinata, dum, quam proportionem habet longitudo maioris plani ad longitudinem alterius, eandem duplicatam habeat perpendicularis maioris plani ad perpendicularem minoris. Cum enim □ *ae* sit aequale □ *caf*, □ vero *ba* □ *cad;* □ vero *caf* ad □ *cad* est ut *fa* ad *ad;* ergo *fa* ad *ad* est ut □ *ea* ad □ *ba:* ratio igitur perpendicularis *fa* ad perpendicularem *da* dupla est rationis *ea* ad *ab* [1].

---

postea quam ostensum fuerit, tempora per *ab, ac* esse aequalia, demonstrabitur, tempus per *ad* ad tempus per *ae* esse ut *da* ad mediam inter *da, ae.* Nam tempus per *da* ad tempus per *ac* est ut *da* ad *ac* lineam: tempus autem per *ac,* id est per *ab,* ad tempus *ae* est ut linea *ba* ad *ae,* hoc est ut *sa* ad *ad:* ergo, ex aequali in analogia perturbata, tempus per *ad* ad tempus per *ae* est ut linea *sa* ad lineam *ac*. Cumque *ac,* ex demonstratis, sit media inter *sa, ab,* et ut *sa* ad *ab* ita *da* ad *ae,* ergo tempus per *ad* ad tempus per *ae* est ut *da* ad mediam inter *da, ae:* quod erat probandum [2].



---

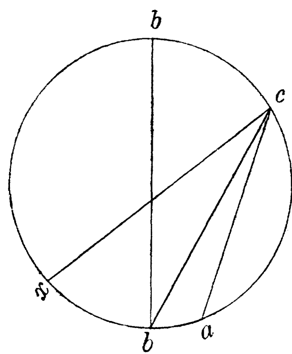
4. Tra « d » ed *est* nella copia del GUIDUCCI si legge, cancellato, *esse.* — *ad lineam* ad, GUID. — 7-8. *casus habeant,* GUID. — 13. *duplicatam* è aggiunto fra le righe. — 13-14. La parola *perpendicularem* è scritta fra le righe in sostituzione di *eam quae inter hanc et perpendicularem,* che leggesi cancellato. — 14. Dopo *minoris* segue, cancellato, *plani sit media proportionalis.* — 17. *ad* ab *etc.,* GUID. —

(1) Cod. A, car. 172*r.*, autografo di GALILEO. A car. 48*r.* se ne ha una copia di mano del GUIDUCCI. — Cfr. pag. 221.

(2) Cod. A, car. 50*r.*, di mano dell'ARRIGHETTI. — Cfr. pag. 222.

Si in semicirculo . . . . .[(1)] quae cum perpendiculo non habeat terminum communem, motus per illam citius absolvitur quam per diametrum perpendicularem.

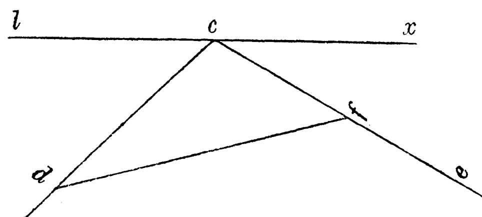
Si enim *bb* fuerit perpendiculus, ducta quaelibet linea *ca* in semicirculo non terminetur ad *b:* patet quod, si connectatur linea *cb,* erit *ca* ipsa *cb* brevior et minus inclinata; ex quo patet propositum.



Si in circulo, cuius diameter sit ad perpendiculum, ducatur linea quae a diametro secetur, motus per ipsam tardius absolvetur quam per diametrum perpendicularem.

In praecedenti enim figura sit linea quaelibet; et quia ipsa erit longior quam *cb* et magis inclinata, propositum fit manifestum[(2)].

Ex puncto *c* horizontalis lineae *lcx* duo plana utcumque inflectantur *cd, ce,* quae secentur recta quadam *df,* ita ut anguli *cdf, dfc* angulis *xce, lcd* permutatim sumptis sint aequales: dico, tempora descensuum per *cd, cf* esse aequalia (fient autem anguli permutatim aequales, si unus angulorum, verbigratia *cdf,* aequalis fiat angulo *xce* ad . . . . aliam partem posito, reliquus *cfd* reliquo *dcl* aequalis erit; nam, cum tres anguli trianguli *dcf* aequales sint tribus *lcd, dcf, fcx,* utpote duobus rectis aequales, si dematur comunis *dcf,* erunt duo *cdf, dfc* duobus *xce, lcd* aequales, ac propterea, cum fecerimus angulum *cdf* angulo *xce* aequalem, habebimus quoque angulum *cfd* aequalem angulo *lcd*). Ponatur . . .[(3)]



---

2. *per illam cicius* — 9. *linea que a* —
21-22. Tra *ad* e *aliam* è stato lasciato uno spazio bianco di più righe. —

---

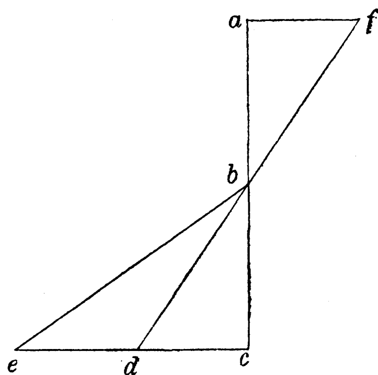
(1) Per un taglio della carta su cui è scritto questo frammento, sono andate perdute alcune parole dopo *semicirculo* e la parte superiore della figura.

(2) Cod. A, car. 164*t.*, autografo di Galileo. — Cfr. pag. 226.

(3) Cod. A, car. 194*r.*, autografo di Galileo. — Cfr. pag. 227.

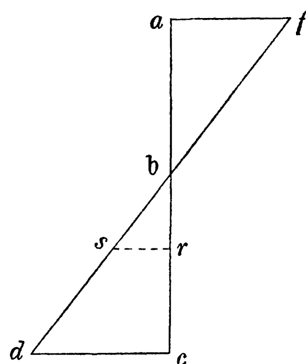
Sit *ac* perpendicularis ad horizontem *cde,* ponaturque inclinata *bd,* fiatque motus ex *a* per *abc* et per *abd:* dico, tempus per *bc,* post casum *ab,* ad tempus per *bd,* post eumdem casum *ab,* esse ut linea *bc* ad *bd.*

Ducatur *af* parallela *dc,* et protrahatur *db* ad *f;* erit iam tempus casus per *fbd* ad tempus casus per *abc* ut *fd* linea ad lineam *ac:* est autem tempus casus per *fb* ad tempus casus per *ab* ut linea *fb* ad lineam *ab:* ergo tempus casus reliquae *bc* post *ab* ad tempus casus reliquae *bd* post *fb* erit ut reliqua *bc* ad reliquam *bd.* Sed tempus casus per *bd* post *fb* est idem cum tempore per *bd* post *ab,* cum *af* sit horizonti aequidistans: ergo patet propositum.



Colligitur autem ex hoc, quod tempora casuum per *bc* et *bd,* sive fiat principium motus ex termino *b,* sive praecedat motus, ex eadem tamen altitudine, eamdem inter se servant rationem, nempe eam quae est lineae *bc* ad *bd* [(1)].

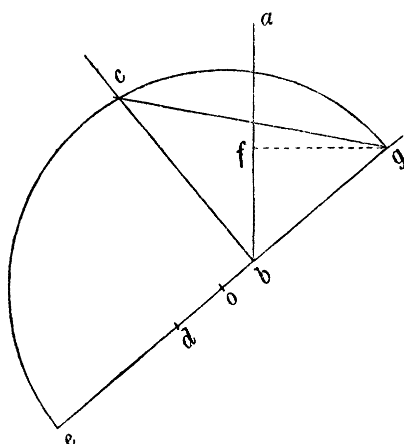
Fiat motus per *abc* et per duas *abd,* sitque *ra* media inter *ca, ab,* et ipsi *dc* parallela ducatur *rs:* dico iam, tempus per *abc* ad tempus per *abd* esse ut linea *ac* ad *ar* cum *sd.* Si enim protrahatur *db* usque ad occursum cum *af,* orizonti *dc* parallela, erit *fs* media inter *df, fb;* et ut *ca* ad *ar,* ita tempus per *ca* ad tempus per *ab;* ita ut, si ponatur *ac* tempus per *ac,* erit *ar* tempus per *ab,* et *rc* tempus per *bc;* et similiter *sd* demonstrabitur esse tempus per *bd* post casum ex *f,* vel ex *a:* ex quo patet, tempus per totam *ac* ad tempus per duas *abd* esse ut *ar* cum *rc* ad *ar* cum *sd* [(2)].



19. *duas* ab, bd, *sitque,* GUID. — 21-22. *linea* ac *ad lineam* ar, GUID. — 30. Dopo « *cum* sd » segue, cancellato, « *Demonstrabitur autem, eandem esse rationem* abr *ad* abs ». —

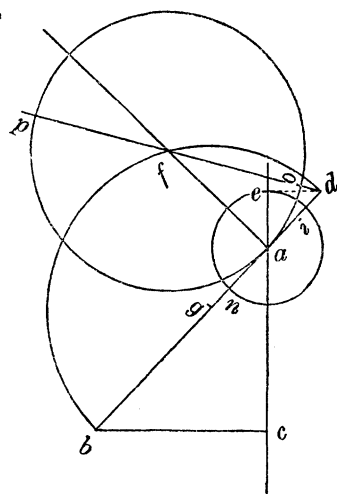
(1) Cod. A, car. 68*r*., di mano del GUIDUCCI. — Cfr. pag. 228.

(2) Cod. A, car. 169*t*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 56*r*. — Cfr. pag. 228.



Dato perpendiculo *ab* et inflexa *ebg*, cui perpendicularis sit *bc*, oportet semicirculum per *e* describere, ita ut excessus mediae inter *eg*, *gb*, quae est *gc* seu *gd*, super *gb* una cum perpendiculo *bf*, secto a perpendiculari *gf*, sint aequales mediae inter *eb*, *bg*, nempe *bc*. Sit factum.

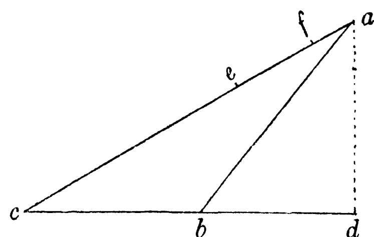
Si *cb* aequatur *dbf*, posita communi *bg*, 2 *cb*, *bg* erunt aequales duabus *dg*, *bf*, idest *cg*, *bf* [1].



Si excessus *od* aequatur *di*, □ *pdo*, idest □ *da*, ad □ *ndi*, idest ad □ *de*, erit ut linea *pd* ad *dn*; □ autem *da* ad □ *de* est ut □ *ab* ad □ *bc*; ergo faciendum est ut *pd* ad *nd* sit ut □ *ab* ad □ *bc*: *pd* autem componitur ex duabus mediis *df*, *fa*, et *nd* constat ex duabus *ead*, ut 2 *dfa* ad duas *dae* sint ut □ *ab* ad □ *bc*.

Si *ea* cum *ag* aequantur *af*, excessus *da* super *ae* est aequalis excessui *df* super *fa*, et *fa*, *ad* aequantur *fd*, *ea*.

ut tempus per *eab* sit aequale tempori per *ab*, faciendum est ut *ca* cum *ag* sint aequales *af* [2].



Sint plana *ab*, *ac*, quorum eadem sit elevatio *ad*, longius tamen sit *ac*: dico, motum versus inferiores partes plani *ac* velociorem esse quam per *ab*. Accipiatur *ec* aequale *ab*, et ut *ca* ad *ae*, ita sit *ea* ad *af*; intelligatur *ab* esse tempus

5. Le parole « *super* gb » sono aggiunte in margine; e nel contesto tra « *seu* gd » e *una cum* leggesi, cancellato, « *excessus autem* bd ». —

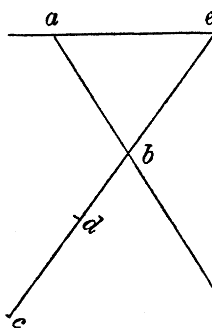
---

[1] Cod. A, car. 97*t*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 228.

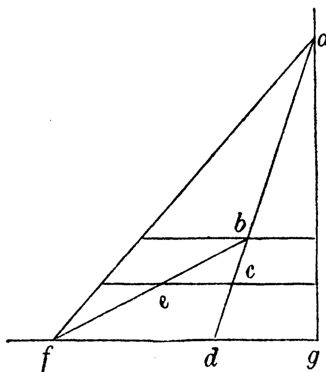
[2] Cod. A, car. 99*r*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 228.

per *ab:* erit *ac* tempus per *ac,* et *ae* erit tempus per *af,* *ec* vero tempus per reliquum *fc:* est autem *fc* maius quam *ab,* et conficitur tempore aequali [1].

Fiat latio per plana inflexa *ab, bc,* et invenienda sit ratio temporis casus per *ab* ad tempus casus per *bc* post casum *ab.*



Ducatur horizon *ae,* cui *cb* producta occurrat in *e,* et ipsarum *ce, eb* media sit *ed:* dico, tempus per *ab* ad tempus per *bc* esse ut *ab* ad *bd.* Tempus enim per *ab* ad tempus per *eb* est ut *ab* ad *eb:* tempus vero per *eb* ad tempus per *bc* est ut *eb* ad *bd:* ergo tempus per *ab* ad tempus per *bc* est ut *ab* ad *bd:* quod etc. [2]



Sit *fg* orizon, et ex sublimi *a* fiat motus per *abf,* et protracta *ab* usque ad *d,* sit media inter *da, ab* ipsa *ac,* et orizonti aequidistans sit *ce:* dico, tempus per *ab* ad tempus per *bf* esse ut *ab* ad *be.* Nam tempus per *ab* ad tempus per *bd* est ut *ab* ad *bc:* tempus vero per *bd* post *ab* ad tempus per *bf* post *ab* est ut *bd* ad *bf,* idest *bc* ad *be:* ergo, ex aequali, tempus per *ab* ad tempus per *bf* est ut *ab* ad *be* [3].

---

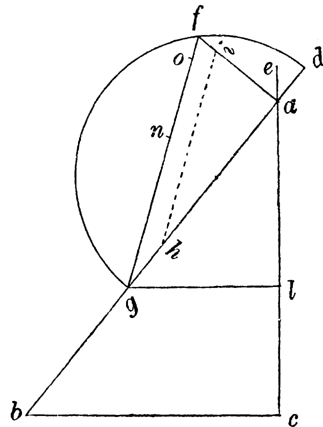
3. Dopo *aequali,* segue, cancellato: *Constat autem, spatium quod conficitur in* ac, *tempore descensus per* ab, *esse medium inter* ca, ab. —

---

[1] Cod. A, car. 87*r*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 228-229.

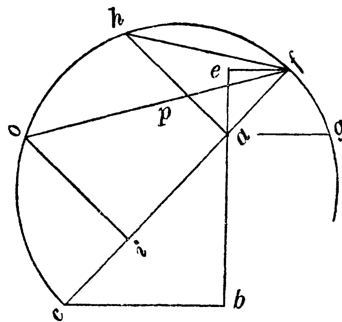
[2] Cod. A, car. 49*r*., di mano del GUIDUCCI. Nella stessa carta seguono, autografi di GALILEO, l'enunciato e la prima parte della Proposizione XI della Giornata terza (cfr. pag. 229, lin. 18-30), preceduti da questa annotazione di GALILEO: « Hic premittenda videtur sequens propositio ». — Cfr. pag. 229.

[3] Cod. A, car. 126*r*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 229.



. . . . . ut tempus per *eag* sit idem cum tempore per *ag,* posito quod tempus per *ag* sit *ag,* tempus per *al* erit *al,* et *fg* erit tempus per *dg,* et excessus *gf* super *fa, ng* erit tempus per *ag* post *da,* et *ia,* media inter *la, ae,* erit tempus per *ea.* Oportet igitur facere ut *ai* cum *ng* sint aequales *ag:* hoc erit cum excessus mediae *fa* super mediam *ai* sit aequalis excessui *gf* super *ag,* secta *go* aequali *ga* [1].

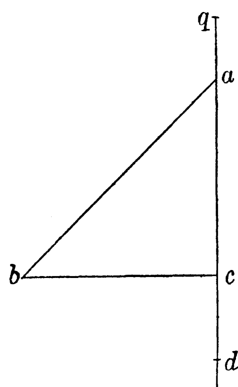
Sit factum: et sit tempus per *eac* ex *e* idem cum tempore per *ac* ex quiete in *a.* Sit *ea* tempus per *ea;* erit *fa* tempus per *fa,* et per totam *fc* erit *fh,* seu *fi,* et per reliquam *ac* ex *f* erit *ai:* per ambas igitur *eac* erit tempus *eai,* quod debet esse aequale tempori per *ac* ex quiete in *a.* Et quia *fa* est tempus per *fa,* tempus per *ac* ex quiete in *a* erit *ah,* media nempe inter *fa, ac:* faciendum itaque est ut *ah* sit aequalis utrisque *eai,* nempe protrahendae sunt *ba, ca,* ita ut (ducta orizontali *fe*) *ea* cum excessu mediae inter *cf, fa* super *fa* (quod sit *ai*) sint aequales mediae inter *ac, af,* nempe ipsi *ah.* Quod si ponatur, *ca* esse tempus per *ca,* erit *ba* tempus per *ab,* et *ag* per *ea;* et posita *fi* aequali *ac,* erit *fi* tempus per *fi,* et *fo* tempus per totam *fc;* et *oi,* media inter *if, fa* (est enim *fa* aequalis *ic*), erit tempus per *fa,* et *pf* (excessus mediae *of* super mediam *oi*) erit tempus per *ac* ex *f.* Faciendum itaque est ut *pf* cum *ag* sint aequales ipsi *ac* [2].



---

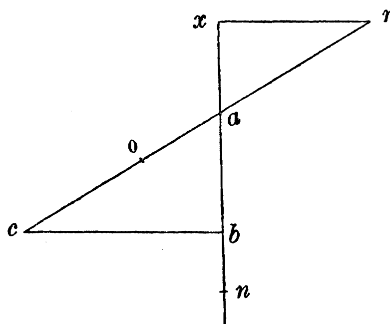
[1] Cod. A, car. 94*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 230.

[2] Cod. A, car. 96*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 230.



Pro inveniendo tempore minimo in quo conficiantur *qab*, attende numquid, posita *ad* aequali *ab*, faciendum forte sit ut *ad* cum *dc* ad *cd*, ita *ba* ad *aq* (1).

fiat ut *ca* ad *ab*, ita *ab* ad *bn*, et ut *na* cum *ab* ad *ab*, ita *ca* ad *ax*; erit *ax* quaesitum.



Ponatur *ao* aequalis *ax;* oportet, *or* esse mediam inter *cr, ra,* et ut *co* ad *oa,* ita esse *cr* ad *ro,* et □ *co* ad □ *oa* ut *cr* ad *ra,* seu *bx* ad *xa:* sed ut *bx* ad *xa,* ita □ *bxa* ad □ *xa,* seu *ao:* ergo □ *co* debet aequari □° *bxa,* et *co* esse mediam inter *bx, xa* (2).

Dato perpendiculo et plano ad eum inclinato, partem in perpendiculo reperire, quae conficiatur tempore eodem ac planum post ipsam.

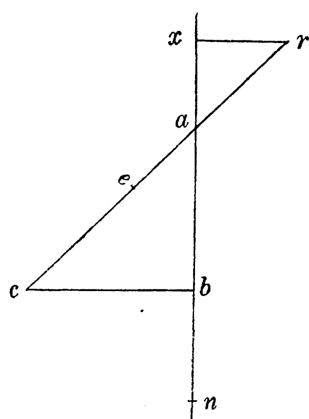
Fiat ut *ca* ad *ab,* ita *ab* ad *bn,* et ut *na* cum *ab* ad *ab,* ita *ca* ad *ae,* et ut *nb* ad *ba,* seu *ba* ad *ac,* ita *ea* ad *ar,* et ab *r* ducatur ad *ba* productam perpendicularis *rx:* dico, *ax* esse quod quaeritur.

Quia enim ut *na* cum *ab* ad *ab,* ita est *ca* ad *ae,* erit, dividendo, ut *na* ad *ab,* ita *ce* ad *ea;* et quia ut *nb* ad *ba,* ita *ea* ad *ar,* componendo erit ut *na* ad *ab,* idest *ce* ad *ea,* ita *er* ad *ra,* et omnia antecedentia ad omnia consequentia, *cr* ad *re.* Sunt igitur *cr, er, ar* con-

14. L'autografo comincia con le seguenti parole, che si leggono cancellate: « *Quia* ca *ad* ab *est ut* ba *ad* bn, *et ut* na *cum* ab *ad* ab, *ita* ca *ad* ae, *erit, dividendo,* na *ad* ab *ut* ce *ad* ea. *Fiat modo ut* nb *ad* be, *ita* ea *ad* ar: *erit, componendo, ut* na *ad* ab, *idest* ec *ad* ea, *ita* er *ad* ra, *et omnes antecedentes ad omnes consequentes, nempe* cr *ad* re ». A questo tratto cancellato segue l'enunciato della proposizione, che è stato scritto posteriormente, in un piccolo spazio bianco ch'èra rimasto fra il tratto ora cancellato e *Fiat ut* ecc. (lin. 17). — *eum inclinatum, partem* — 16. Tra *ut* e « na » si legge, cancellato, « nb ». — *ita ita* ca — 17. Le parole « *seu* ba *ad* ac » sono aggiunte in margine. — 18. *quod queritur*. Dopo *queritur* è segnata una croce, con la quale sembra sia richiamato a questo punto il tratto cancellato precedente l'enunciato. —

(1) Cod. A, car. 72*r*., autografo di Galileo.

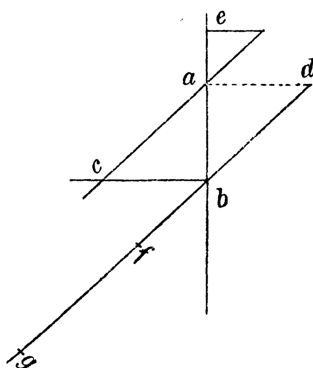
(2) Cod. A, car. 72*r*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 232.



tinue proportionales. Rursus, quia ut *ba* ad *ac,* ita *ea* ad *ar;* ut autem *ba* ad *ac,* ita *xa* ad *ar;* ergo utraque *ea, ax* ad *ar* eandem habent rationem: sunt ergo aequales.

Modo si intelligamus, tempus per *ra* esse ut *ra,* tempus per *rc* erit *re,* media inter *cr, ra,* et *ae* erit tempus per *ac* post *ra:* verum tempus per *xa* est *xa,* dum *ra* est tempus per *ra;* ostensum autem est, *xa* esse aequalem *ae:* ergo factum est quod facere oportebat [1].

Fiat ut *ba* cum dupla *ac* ad *ac,* ita *ca* ad *ae,* et ut *ba* cum *ac* ad *ac,* ita *ea* ad *ar,* et ab *r* ducatur perpendicularis *rx:* et quia ut *ba* cum dupla *ac* ad *ac,* ita *ca* ad *ae,* dividendo erit ut *ba* cum *ac* ad *ac,* ita *ce* ad *ea.* Et quia ut *ba* ad *ac* ita *ea* ad *ar,* erit, componendo, ut *ba* cum *ac* ad *ac,* ita *er* ad *ra:* sed ut *ba* cum *ac* ad *ac,* ita est *ce* ad *ea:* ergo ut *ce* ad *ea,* ita *er* ad *ra,* et ambo antecedentia ad ambo consequentia, nempe *cr* ad *re.* Sunt itaque *cr, re, ra* proportionales. Amplius, quia ut *ba* ad *ac,* ita positum est *ea* ad *ar;* et propter similitudinem triangulorum, ut *ba* ad *ac,* ita *xa* ad *ar;* ergo ut *ea* ad *ar,* ita *xa* ad *ar:* sunt itaque *ea, xa* aequales [2].

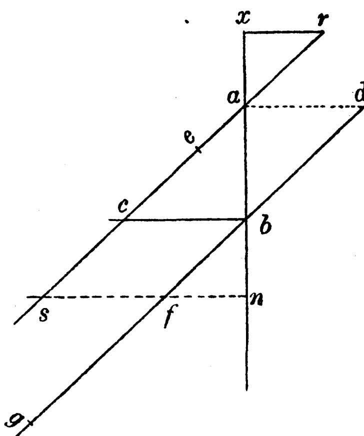


Data *ac,* quaeritur *ae.* Posita *bf* aequali *ab,* fiat ut *bd* ad *df* (idest ut *ca* ad *cab*) ita *fd* ad *dg* (idest ita *cab* ad aliam *dg*); erit etiam ut *db* ad *df,* ita *bf* ad *fg* (idest ut *ca* ad *cab,* ita *ba,* seu *bf,* ad *fg*): haec autem *gf* cum *fb* conficitur eodem tempore ac *ab:* quare si fiat ut *gb* ad *ba,* ita *ca* ad *ae,* erit *ae* quod quaeritur.

1. Le parole « ba *ad* ac » sono scritte fra le righe, e sostituite a « nb *ad* ba » cancellate. — 2. Dopo « ea *ad* ar » segue, cancellato, *ut autem* nb *ad* ba, *ita* ba *ad* ac, *erit ut* ba *ad* ac, *ita* ea *ad* ar; *verum.* —
19. *est* ea *ad* ar; *epropte similitudinem* —
22. bf *equali* —

[1] Cod. A, car. 64*r.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 232.

[2] Cod. A, car. 69*r.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 232.

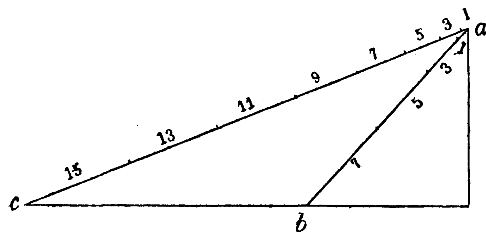


fiat ut *ca* ad *cab,* ita *bf* ad *fg,* et ut *gb* ad *ba,* ita *ca* ad *ae:* habebimus *bg,* quae peragitur tempore *ab* post *ab.*

[fiat ut *ca* ad *cab,*] [1] ita *ab* ad aliam *gf,* cui addatur *ab;* et fiat postea ut *gb* ad *ba,* ita *ca* ad *ae,* et erit *ae* quaesitum.

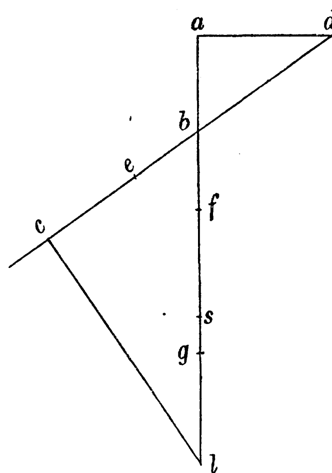
Posita *cs* aequali *ab,* fiat ut *ca* ad *as,* ita *ba* ad *an,* et ut *ba* cum *an* ad *ab,* ita *ca* ad *ae.*

Vel fiat ut *ca* ad *ab,* ita *ab* ad *bn,* et ut *ab* cum *an* ad *ab,* ita *ca* ad *ae* [2].



Invenienda est in *ac* pars aequalis ipsi *ab,* quae conficiatur eodem tempore quo ipsa *ab* [3].

Esset problema pulcrum, in *ac* partem ipsi *ab* aequalem signare, quae conficiatur ex quiete in *a* tempore aequali tempori per *ab* ex quiete in *a* [4].



ab - 25
bc - 40
bd - 53
dc - 93
be - $17\,^{1}/_{5}$
af - $42\,^{1}/_{5}$
ag - $71\,^{1}/_{13}$
bg - $46\,^{1}/_{13}$
fg
ad - $46\,^{2}/_{3}$
bl - $84\,^{4}/_{5}$

[1] Le linee 1–5 sono disposte, nell'autografo, in maniera tale, che le parole « *fiat ut* ca *ad* cab » vengono a trovarsi a sinistra di « *ita* bf *ad* fg » e sopra « *ita* ab *ad aliam* gf »; così che si può intendere che abbiano relazione e a quelle e a queste, sebbene siano scritte una sola volta. Noi credemmo opportuno ripeterle nel secondo luogo.

[2] Cod. A, car. 71*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 232.

[3] Cod. A, car. 78*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 232.

[4] Cod. A, car. 87*r.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 232.

Dum tempus per *ab* sit 25, per *db* est 53, et per *dc* erit media inter *bd, dc,* nempe *de,* quae est $70\,{}^1/_5$; *be* vero, quae est $17\,{}^1/_5$, erit tempus per *bc*. Cum autem *ba,* 25, sit tempus per *ab,* posita in perpendiculo *bf* aequali *be,* cuius partis perpendiculi erit tota *af* tempus? Sume ipsarum *ba, af* 3^{am} proportionalem *ag,* quae est $71\,{}^1/_{13}$. Pro invenienda igitur *bg,* sumenda est *de* media inter *bd, dc;* postea faciendum est, ut *ba* ad duplam *ab* cum *be,* ita *be* ad *bg,* seu, permutando, ut *ab* ad *be,* ita dupla *ba* cum *be* ad *bg;* et erit *bg* quod quaeritur.

Facilius et clarius:

Dato perpendiculo *ab* et plano ad ipsum inflexo *bc,* oportet in perpendiculo partem infra reperire, quae cum *ab* conficiatur tempore eodem, ac *bc* cum eadem *ba*. Ducta horizontali *ad,* extendatur *cb* in *d,* et sit *de* media *bdc,* cui ponatur aequalis *bf;* et *ba, af* 3^a sit *ag:* erit *bg* quod quaeritur. Posito enim *db* tempore per *db,* erit *ab* tempus per *ab:* et *de* sit media *bdc;* erit *be* tempus *bc* post *db,* idest post *ab:* sed eadem *be,* idest *bf,* est tempus *bg* post *ab:* ergo....

Si ex puncto *b* sumantur *bc, bl,* quae conficiantur tempore eodem, dico, ex quolibet puncto sublimi, ut *a,* citius confici *abc* quam *abl;* sed si ponatur *bs* aequalis *bc,* citius *abs* quam *abc*. Potest tamen sumi *a* adeo altum, ut ex eo citius conficiatur *bc* cum eo quam alia maior quam *bs,* licet minimum quid.

Esse autem *bf* semper maiorem quam *be,* sic probatur. Quia □ *lbe* aequatur □° *cbd,* est autem *lb* maior *cb,* ergo *bd* maior *ba:* media autem inter *cbd* est aequalis mediae *lba:* ergo, dempta *ba* a media *lba:* reliqua *bf* erit maior reliqua *be,* residuum mediae *cbd,* dempta *bd*.

Adverte melius quid sequatur si mediae non sint minores ipsis *db* [*sic*]. Dubito de paralogismo [(1)].

---

ab - 77
ae - 19
ag - $38\,{}^1/_4$
eg - $21\,{}^1/_4$
cd - 67

20. *eo* che segue a *cum* è di lettura incerta. —

---

(1) Cod. A, car. 76*r*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 233.

de - 38
df - $50\,{}^1/_3$
fe - $12\,{}^1/_3$

$\square^{um}$ *bae* superat $\square^{um}$ *bea* $\square^{o}$ *ea*; $\square^{um}$ *cde* superat $\square^{um}$ *ced* $\square^{o}$ *ed*: sed $\square$ *bea* aequatur $\square^{o}$ *ced*: excessus ergo $\square^{i}$ *cde*, idest $\square^{i}$ *fd*, super $\square^{o}$ *bae*, seu $\square^{o}$ *ag*, est idem cum excessu $\square^{i}$ *ed* super $\square^{o}$ *ae*. $\square$ vero *ed* superat $\square$ *ea* $\square^{o}$ *ad*: ergo $\square$ *fd* superat $\square$ *ga* $\square^{o}$ *ad*. Sed quadratum quoque *dg* superat quadratum *ga* $\square^{o}$ *ad*: ergo $\square$ *gd* aequatur $\square^{o}$ *df*, et linea *dg* lineae *df*, et angulus *dgf* angulo *dfg*: ergo angulus *f* maior angulo *fge*, et latus *eg* latere *ef*.

Probatum est, tempus perpendiculi sub *e* post *a* per totam *eb* longius esse tempore per *ec*, idest partem perpendiculi quae conficitur tempore eodem cum *ec*, minorem esse quam *eb*, maiorem tamen quam *ec*: probandum restat, quanta vero sit. Determinatur, posita *en* aequali *ef* et sumpta 3ª proportionali post *ea*, *an*, quae 3ª probandum restat quanto sit (dempta *ae*) maior quam *ec* [1].

---

erit *bl* media *mb*, *be*, et *el* media *meb*; et quia *ne* aequatur *hl*, erit *hb* excessus *ne* super *bl*: verum *hb* est etiam excessus *ne* super *nba*, cum sit excessus *be* super *ba*: ergo 2 *nb*, *ba* aequantur *bl* [2].

---

(1) Cod. A, car. 95*t*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 234.

(2) Cod. A, car. 94*r*., autografo di GALILEO.

ab longa 4; *bc* 8; tempus per *ab* 4; ergo *abc* longitudo 12 conficitur in tempore 8.

Sit *db* 9; erit eius tempus 6, et ex *d* conficietur *db* 9 cum *bce* 18 tempore 12, nempe 27 in tempore 12. Sed si *be* conficitur (cum sit 18) tempore 6, *bc* conficietur tempore $2\,{}^2/_3$, et tota *dbc* in tempore $8\,{}^2/_3$: conficiuntur ergo citius *abc* quam *dbc*.

sit *bd* 8; conficietur tempore radicis 32, idest $5\,{}^1/_2$, et erit *be* 16, et *dbc* conficietur tempore $8\,{}^1/_4$ (1).

---

cum *ab* sit dimidia *bc*, et sit eadem *ab* tempus per *ab*, erit tota *bc* tempus per ambas *abc*. Accipiatur *be*, et sit *bo* media inter *eb*, *ba*, et erit *ob* tempus per *eb* et per duplam ipsius *bd*. Quod si *db* conficitur tempore *bo*, *cb* quo tempore conficietur? fiat igitur ut *db* ad *bo*, ita *cb* ad aliam, quae sit, vgr., *bn*, et ostendatur, 2as *ob*, *bn* maiores esse ipsa *bc*, et habebitur intentum.

Redacta est res ad hoc lemma: sit *eb* utcumque secta in *a*, et inter *eb*, *ba* media sit *bo*, et ut *eb* ad *ba*, ita sit *ob* ad *bn*; dico, *eb*, *bo*, *ba*, *bn* esse continue proportionales. Quia enim ut *eb* ad *bo*, ita *bo* ad *ba*, ratio *eb* ad *ba* erit dupla rationis *ob* ad *ba*: et quia ut *eb* ad *ba*, ita *ob* ad *bn*, est autem ratio *be* ad *ba* dupla rationis *ob* ad *ba*, erit quoque ratio *ob* ad *bn* dupla rationis *bo* ad *ba*. Verum ipsa ratio *ob* ad *bn* componitur ex rationibus *ob* ad *ba* et *ab* ad *bn*: ergo ratio *ab* ad *bn* est eadem cum ratione *ob* ad *ba*: ergo patet propositum (2).

---

12. Fra *tempore* ed $8\,{}^1/_4$ leggesi, cancellato, $8\,{}^1/_4$, $7\,{}^3/_4$. —
24. Dopo *dico* leggesi, cancellato, *non esse plus quam dupla ad* ba. *Ostende,* oa *maiorem esse quam* an; ob, bn *esse plus quam dupla ad* ab. —

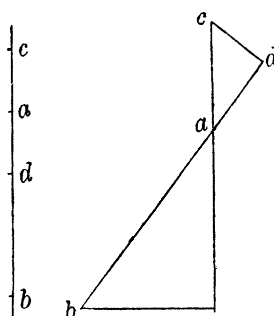
---

(1) Cod. A, car. 78*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 249.

(2) Cod. A, car. 62*r.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 250.

Dato quolibet plano non ascendente, perpendiculum ei adiungere, quod conficiatur eodem tempore ac ipsum planum datum post casum in perpendiculo. Constat autem, quod si datum planum fuerit orizontale, perpendiculum additum erit plani dimidium; si vero datum fuerit perpendiculare, adiunctum perpendiculum erit pars 3ª. De horizontali demonstratum iam est, tempus quo talia 2 spatia conficiuntur esse omnium brevissimum.

Sit datum planum, primo, perpendiculare *ab*, cui oporteat addere partem, quae ex quiete conficiatur tempore eodem ac perpendiculum *ab* post ipsam additum. Si tempus *ca* debet esse aequale tempori *ab*, ergo totum tempus *cb* erit duplum temporis *ca*: sed tempus per *bc* ad tempus per *ca* est ut media inter *bc, ca*: ergo media inter *bc, ca* debet esse dupla *ac*. Posito igitur quod *cd* sit media inter *bc*, *ca*, cum sit ut *bc* ad *cd*, ita *dc* ad *ca*, erit etiam ita *bd* ad *da*; ergo *bd* debet esse dupla *da*. Posita ergo *bd* dupla *da* et *dc* dupla *ca*, idest *ac* aequali *ad*, factum erit etc.

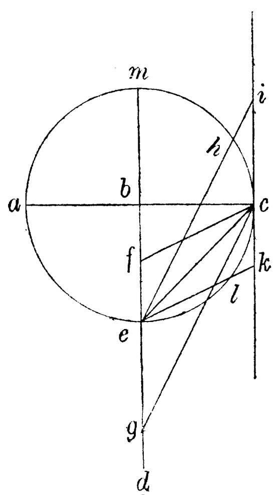


Modo non sit *ab* perpendicularis, sed inclinata: constat similiter, tempus per *cab* futurum esse duplum temporis per *ca*, seu per *ab* post *ca* [1].

Sit linea orizontis *ac*, perpendiculum vero *bd*, et in *ac* accipiatur quodcumque punctum *c*: dico, quod si mobile debet ex *c* ad lineam perpendiculi naturaliter per unicam lineam rectam moveri, ad eam perveniet tempore brevissimo si veniat per *ce*, quae lineam *be*, ipsi *bc* aequalem, adsumit. Centro enim *b*, intervallo *be*, circulus describatur, ductisque *cf* et *cg* utcumque, patebit, motum per *ce* citius absolvi

1. Tra *ascendente* e *perpendiculum* leggesi, cancellato, *post.* — *ei adiugere* — 9. *partem, que ex* — 10. Tra *additum* e *Si* leggesi, cancellato, *faciendum.* — 14. Tra « ac » e *Posito* leggesi, cancellato, *sed si.* — 15. Tra *media* ed *inter* leggesi, cancellato, *et dupla.* — 17. Tra *esse* e *dupla* leggesi, cancellato, *media.* — 21. Dopo « *post* ca » leggesi, cancellato: *ponatur* ad *pars* 3ª ab, *et perpendicularis* dc *occurrat* ac: *tempus* da *aequatur tempori* ab; *sed tempus quoque per* ca *aequatur tempori per* da. —
24. Le parole *per unicam lineam rectam moveri* sono aggiunte in margine. —

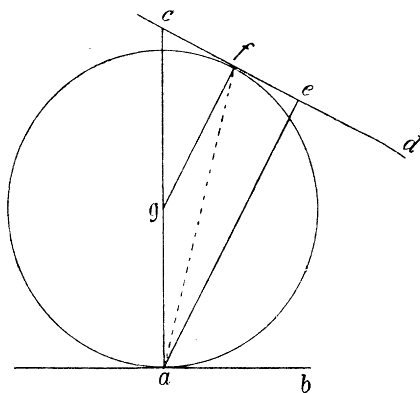
[1] Cod. A, car. 75*r*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 251.



quam per *cf* aut *cg*. Si enim ducatur tangens circulum *ick*, et ipsi *cf* parallela *elk*, erit *le* brevior quam *cf*: sed tempus per *ce* aequatur tempori per *le*. Similiter, ducta *ehi* ipsi *cg* parallela et aequali, constat, *cg* longiorem esse *he*: at tempus per *ce* aequatur tempori per *he*. Ergo patet propositum.

Si ex aliquo puncto in orizontali sumpto descendat perpendiculum, ex alio vero puncto eiusdem orizontis ducendum sit usque ad perpendiculum planum per quod brevissimo tempore mobile de scendat, tale planum erit illud quod de perpendiculo abscindit partem aequalem distantiae puncti accepti in orizonte a primo puncto perpendiculi [1].

Sit ad orizontem *ab* linea *cd* utcumque inclinata, et in ipso orizonte quodlibet punctum notatum *a*: oportet in linea *cd* punctum invenire, a quo in linea recta usque ad *a* protracta brevissimo tempore fiat motus. Erigatur ex *a* perpendicularis ad orizontem *ac*, et ex eodem demittatur perpendicularis ad *cd*, quae sit *ae*, et angulus *cae* bifariam secetur per *fa*: dico, ex omnibus lineis quae a puncto *a* ad lineam *cd* protrahuntur, *fa* esse illam per quam motus brevissimo tempore absolvitur. Ducatur enim *fg* ipsi *ea* parallela; erit $\angle$ *gfa* $\angle^{\circ}$ alterno *fae* aequalis: sed $\angle$ *fae* ipsi *fag* aequatur, cum totus *cae* sit bifariam sectus: ergo *gaf*, *gfa* aequales erunt, quare et latera *gf*, *ga*. Si itaque, centro *g*, intervallo *gf*, circulus describatur, tanget ambas lineas *cd*, *ab*



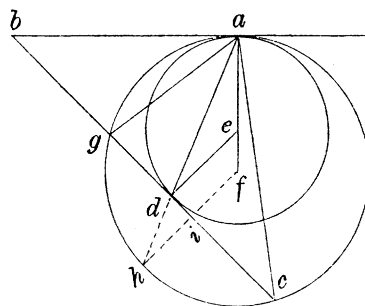
4. Fra *ducta* ed « ehi » leggesi, cancellato, « cg ». — 14. *distantiae pucti* — 19-20. *perpendicularis* ac *ad horizontem, et,* Guid. — 24. *protrahantur,* Guid. — 27. Tra $\angle^{\circ}$ ed *alterno* leggesi, cancellato, « gaf ». —

[1] Le lin. 22 e seg. della pag. 405, fino alla lin. 7 di questa pag. 406, sono autografe di Galileo nel cod. A, car. 140*r*. Se ne ha copia, di mano dell'Arrighetti, a car. 53*r*., e nella copia Galileo aggiunse, in uno spazio rimasto bianco, le lin. 8-14 della presente pagina. — Cfr. pag. 251-252.

in punctis *f, a,* eritque casus per *fa* brevioris temporis quam per rectas quascumque alias ex *a* ad quaecumque punta lineae *cd* productas.

Si linea recta supra orizontalem fuerit utcumque inclinata, planum a dato puncto in orizontali usque ad inclinatam extensum, in quo descensus fit tempore omnium brevissimo, est illud quod bifariam dividit angulum contenctum a duabus perpendicularibus a dato puncto extensis, una ad orizontalem lineam, altera ad inclinatam [1].

Si duo circuli se intus tangant, et linea recta interiorem circulum contingat et alterum secet, tres lineae a contactu circulorum ad tria puncta tangentis et secantis lineae productae angulos duos aequales continebunt.



Assumpta praesenti figura, protrahatur *ad* usque ad *h* et iungatur *hf,* secans *gc* in *i:* et quia anguli in centris *e, f* sunt aequales, cum similibus circumferentiis sectis a linea *adh* insistant, erit linea *fih* ipsi *ed* parallela. Cumque *ed* sit perpendicularis ad *gc,* ipsa quoque *fih* ex centro *f* ad lineam *cg* perpendicularis erit, et, quod consequens est, arcum *ghc* bifariam dividet, et angulus *gah* angulo *hac* erit aequalis, etc.[2]

Motuum qui a dato puncto usque ad datam lineam per rectas lineas conficiuntur, ille brevissimo tempore absolvitur, qui in recta fit abscindens de data linea partem aequalem ei parti lineae orizon-

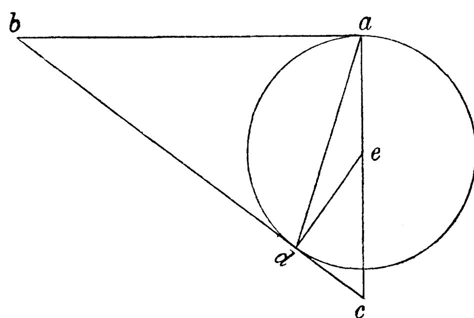
4. *Si liea recta* — 4–5. Tra *planum* ed *a* leggesi, cancellato, *per quod.* — 25. Tra *parti* e *lineae* leggesi, cancellato, *de.* —

[1] Le lin. 15-30 della pag. 406 e le lin. 1-3 di questa pag. 407 sono autografe di GALILEO nel cod. A, car. 127*t*. Se ne ha copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 52*r*., in calce alla quale GALILEO aggiunse le lin. 4-8 della presente pagina. — Cfr. pag. 252.

[2] Cod. A, car. 168*r*., autografo di GALILEO. Se ne ha copia, di mano del GUIDUCCI, a car. 33*r*., dove, questo frammento essendo trascritto dopo la Proposizione che nella stampa è la XXXII^a^ della Giornata terza, ad esso è premessa l'indicazione: « Lemma pro antecedenti ». In fine poi, in luogo di « etc. » nella copia si legge: « quod erat probandum ». — Cfr. pag. 252.

talis, quae per datum punctum usque ad datam lineam producitur, quae inter datum punctum et occursum intercipitur.

Sit datum punctum *a* et linea quaecumque *bdc*, et per *a* orizonti aequidistans *ab*, quae lineae *db* in *b* occurrat, et interceptae *ab* ponatur aequalis *bd:* dico, motum per *ad* absolvi tempore breviori, quam per quamcumque aliam lineam ex puncto *a* ad quodcumque punctum lineae *bdc* productam.



Ducatur ad *ba* perpendicularis *ac,* et ex *d* ad ipsam *bc* perpendicularis *de,* occurrens *ac* in *e:* et quia in △ aequicruri *abd* anguli *bad, bda* sunt aequales, ergo reliqui ad rectos, nempe *ead, eda,* aequales pariter erunt, et linea *ea* aequalis ipsi *ed.* Si itaque, centro *e,* intervallo *ea,* circulus describatur, transibit per *d,* ubi lineam *bdc* tanget: quare lineae omnes quae supra vel infra *ad* usque ad lineam *bc* producentur, ultra circumferentiam circuli extendentur. Ex quo patet propositum [1].

Dato perpendiculo et plano ad ipsum inclinato, quorum eadem sit altitudo idemque terminus sublimis, punctum in perpendiculo supra terminum communem reperire, ex quo si demittatur grave, quod postea convertatur per planum inclinatum, ipsum planum inclinatum conficiat eodem tempore, quo ipsum perpendiculum ex quiete conficeret.

Sint perpendiculus et planum inclinatum, quorum eadem sit altitudo, *ab, ac:* oportet, in perpendiculo *ba* producto ex *a,* punctum invenire, ex quo demissum mobile conficiat spacium *ac* eodem tempore, quo conficit perpendiculum *ab* ex quiete in *a.* Ponatur *dce* ad angulos rectos ad *ac,* et secetur *cd* aequalis *ab,* et iungatur *ad,* quae maior erit ipsa *dc,* et angulus *adc* maior angulo *cad* (est enim *ca* maior quam *cd,*

5. *tempore breviori ori* [sic], *quam* — 8. *productam* è sostituito a *productae,* che prima era stato scritto. — 14. *rectos* ead eda, Guid. —
30. Da *est* a « *seu* ab » (pag. 409, lin. 1) è aggiunto in margine, di mano di Galileo. —

---

[1] Cod. A, car. 127*t.*, autografo di Galileo, che in capo al foglio notò: « Serva ». Se ne ha copia, di mano del Guiducci, a car. 182*t.;* ma nella copia manca, in séguito ad un taglio della carta, parte delle cinque ultime linee. — Cfr. pag. 253.

seu *ab*): fiat angulus *dae* aequalis angulo *ade*, et ad ipsam *ae* perpendicularis sit *ef*, plano inclinato et extenso occurrens in *f*, et utraque *ai*, *ag* ponatur ipsi *cf* aequalis, et per *g* horizonti aequidistans *gh*: dico, *h* esse punctum quod quaeritur. Intelligatur enim tempus casus per perpendiculum *ab* esse *ab*; erit tempus per *ac* ex *a* ipsa *ac*: cumque in triangulo rectangulo *aef* ab angulo recto *e* perpendicularis ad basim *af* sit acta *ec*, erit *ae* media inter *fa*, *ac*, et *ce* media inter *ac*, *cf*, hoc est inter *ca*, *ai*; et cum ipsius *ac* tempus ex *a* sit *ac*, erit *ae* tempus totius *af*, et *ec* tempus ipsius *ai*. Quia vero in triangulo aequicruri *aed* latus *ae* est aequale lateri *ed*, erit *ed* tempus per *af*: et est *ec* tempus per *ai*: ergo *cd*, hoc est *ab*, erit tempus per *if* ex quiete in *a*; quod idem est ac si dicamus, *ab* esse tempus per *ac* ex *g*, seu ex *h*: quod erat demonstrandum [1].

---

reperiatur altitudo *n* ex qua conficiantur *nab* et *ab* sola tempore eodem; manifestum est quod ex omnibus punctis inter *n*, *a* tempus per ambas lineas est brevius: quaeratur num tempus brevissimum sit in medio lineae *na*. Videtur respondere [2].

---

ec - 50
ea - 30
ed - 42
dc - 92

---

[1] Cod. A, car. 36*r*., di mano del GUIDUCCI. — Cfr. pag. 254.

[2] Cod. A, car. 77*t*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 255.

media *df* - $62\,^1/_2$
ei - *ef* - $20\,^1/_2$
al - 85
el - 55
eb - 70
ab - 100

ut *ea* ad *ai,* ita *ei* ad *il;* et ut *ed* ad *df,* ita *cf* ad *fe.*

probandum est, *li* ad *ie* maiorem habere rationem quam *cf* ad *fe.* Est autem *li* ad *ie* ut *ia* ad *ae; cf* autem ad *fe* ut *fd* ad *de:* probare igitur debes, *ia* ad *ae* maiorem habere rationem quam *fd* ad *de,* et, dividendo, *ie* ad *ea* maiorem habere rationem quam *fe* ad *ed.* Hoc autem manifestum est: nam eadem maiorem habet rationem ad minorem. Componitur ergo demonstratio sic. Quia *ea* minor est *ed, ie* ad *ea* maiorem rationem habet quam *fe* ad *ed,* et, componendo, *ia* ad *ae* maiorem rationem habet quam *fd* ad *de:* verum ut *ia* ad *ae,* ita est *li* ad *ie;* ut autem *fd* ad *de,* ita *cf* ad *fe:* ergo *li* ad *ie* maiorem rationem habet quam *cf* ad *fe,* et, componendo, *le* ad *ei* maiorem habet rationem quam *ce* ad *ef:* sunt autem *ef, ei* aequales: ergo *le* maior est quam *ce.*

[In pla]no inclinato [assum]pta in *eb* par[te] maiori quam *ec* et minori quam *eb,* punctum sublime reperire, ex quo cadens tempore [aeq]uali conficiat *ec* et *el.* [Qu]od autem oporteat, assumptam in *eb* [ma]iorem esse quam *ec,* declaratur sic. [Duc]atur *es* aequalis *ec* et sumptis [med]iis *sae cde, ai, df,* non esset ... aequalis *ef,* ut est necessarium: nam, si id esset, foret quoque *si* aequalis *cf;* et cum sit ut *cf* ad *fe,* ita *fd* ad *de* et *ia* ad *ae,* esset, dividendo, *fe* ad *ed* ut *ie* ... *fc* ad *ea,* et esset *ea* aequalis *ed,* quod est falsum. Quod autem oporteat, assumptam minorem esse quam *be,* sic ostenditur. Nam si *fe* aequatur *ei,* anguli *efi, eif* erunt aequales, et $\vee$ *fid* maior $\vee^{o}$ *f,* et latus *fd* maius latere *di,* et $\square^{um}$ *fd* maius $\square^{is}$ *iad,* et $\square$ *cde* maius $\square^{o}$ *bae* cum $\square^{o}$ *ad,* et $\square$ *ced*

7. Fra « ai » ed « *ita* ei » leggesi, cancellato, « *ita* li *ad* ie ». — 11-12. de, *ed dividendo* — 14. Fra *eadem* e *maiorem* leggesi, cancellato, *maior ad quam eadem habet minorem ratione* [sic]. —

cum □° *ed* maius □° *bea* cum □^{is} *ead*, et demptis tribus □^{is} *ead*, □ *ced* maius □° *bea*, quod est falsum, cum angulus *c* sit rectus.

Data igitur *el* maiori *es* et minori *eb*, quaeratur *ea*, ex qua cadens temporibus aequalibus conficiat *aec* et *ael*, sive *ec* et *el* post *ae:* quod erit dum *ef*, *ei* sint aequales, positis *ai*, *df* mediis *lae*, *cde*.

Attende. Quo vicinius fuerit *l*, *s*, eo punctum *a* remotius esse oportet, et quo vicinius fuerit *l*, *b*, eo *a* propius . . . contingit puncto *e;* adeo ut, posito *l* in *s*, distantia *ae* est infinita, et posito *l* in *b*, *a* recidit in *e*. Insuper, dum *l* sit in *s*, puncta *f*, *i* sunt in medio linearum *ec*, *es;* dum vero *l* sit in *b*, puncta *f*, *i* sunt in *e* (1).

Duplici aggressione possum progredi.

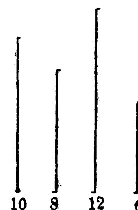
Prima:

Si *ac* sit tempus per *ac*, erit *bi* tempus per *xa*, et *ab* tempus per *ab*, et *bs* tempus per *rb*, et tempus per *ab* post *ra* erit excessus *bs* super *sa*, cui oportet ostendere aequari *ai;* ut verum est.

Secunda:

Si *xa* sit tempus per *xa*, erit *ar* tempus per *ra*, et *as* tempus per *ab* ex quiete in *a*, et *rs* tempus per totam *rb*, et excessus *rs* super *ra* (puta *ao*) erit tempus per *ab* post *ra*. Ostendendum ergo est, *xa* cum *ao* aequari *as*, ut verum est: quia ut *ba* ad *ar*, ita *ca* ad *ax*, idest *na* ad *as;* erit etiam *bn* ad *sr* ut *ba* ad *ar*. Restat ostendendum, *bn* ad *rt* esse quoque ut *ba* ad *ar*. Ponatur *bv* aequalis *ba:* iam erit ut *bv* ad *vs*, ita *st* ad *tr*.

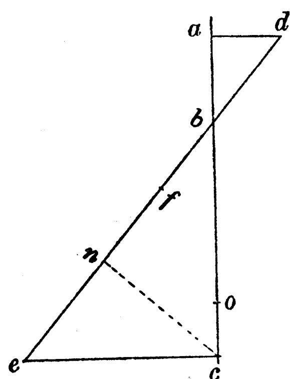
Si fuerint 4 lineae, quarum prima et 2^{a} simul sumptae sint aequales 3^{ae} et 4^{ae} simul sumptis, sint autem prima et 2^{a} minus inter se differentes quam 3^{a} et 4^{a}, □ primae et 2^{ae} superat □ 3^{ae} et 4^{ae} □° contento ab excessu 3^{ae} super primam in excessu primae super 4^{am} (2).



13. *Dupli aggressione* — 26. Prima di *Si fuerint* leggesi, cancellato: *Si 4 lineae, quarum prima et 2^{a} sint aequales 3^{ae} et 4^{ae} simul sumptis, prima tamen.* — 27. *aequales 3^{e} et 4^{e}* — 29. *et 2^{e}* — *excessu 3^{e}* —

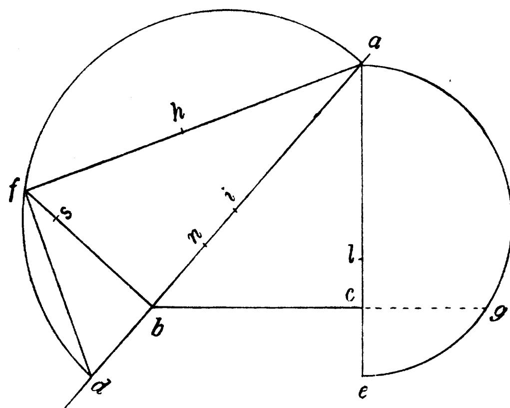
(1) Cod. A, car. 61*r*., autografo di GALILEO. Il manoscritto presenta in più luoghi, per guasti della carta, delle lacune, alle quali abbiamo supplito tra parentesi quadre, o le abbiamo indicate con puntolini. In capo al frammento si legge, pur di mano di GALILEO: « Attinentia ad motum ». — Cfr. pag. 255.

(2) Cod. A, car. 61*t*., autografo di GALILEO.



si fiat ut *eb* ad *ebc,* ita *ebc* ad aliam *bs,* erit excessus huius super *ebc* ad *bc* ut *ebc* ad *eb.* Fiat igitur ut *ebc* ad *eb,* ita alia ad *bc* (hoc autem fit ducta perpendiculari *cn;* erit enim *nbc* ad *bc* ut *cbe* ad *be*), quae alia *cbn* cum *bc* est ea quae conficitur eodem tempore post *bc* ac ipsa *bc:* quare si fiat ut haec alia cum *bc* ad *bc,* ita *cb* ad *ab,* erit *ab* quaesitum [1].

Productis lateribus *ab, ac* versus *d, e,* et erectis perpendicularibus *cg, bf,* ponatur *an* aequalis *ac,* et ut *ab* ad *bn,* ita fiat *al* ad *lc,* et ipsi *al* secetur aequalis *ai,* ipsarumque *ac, ib* tertia proportionalis sit *ce;* et diametro *ae* semicirculus ducatur, secans *cg* in *g,* ductaque per *e* parallela *ed,* occurrenti *ab* protractae in *d,* alter semicirculus describatur, secans perpendicularem *bf* in *f,* et iungatur *fa:* constat iam, ut *ab* ad *bd,* ita esse *ac* ad *ce,* et mediam *bf* ad mediam *cg* ut *ab* ad *ac,* et insuper *ib* esse aequalem *cg.* Cumque *fb* maior sit *cg,* ponatur *bs* ipsi *cg* aequalis: et quia ut *ba* ad *ac,* seu *an,* ita *fb* ad *cg,* seu *bs,* erit ut *ab* ad *bn,* hoc est *al* ad *lc,* ita *bf* ad *fs,* et □ sub *fb, lc* erit aequale □° sub *al, fs,* seu sub *ai, fs* [2].



□ª aequalia sunt, unum, quod continetur ab *bf* et ab excessu *ac* super *ah,* qui sit *lc;* alterum est quod continetur ab *ah,* vel *ai,* vel *al,* et ab excessu *fb* super *bi,* vel super *cg:* ergo ut *al* ad *lc,* ita *bf* ad *fs,* nempe media *bf* ad excessum sui super mediam *cg.* Sed *fb* ad *cg* est ut *ab* ad *ac:* posita igitur *an* aequali *ac,* erit ut *ab* ad *bn,* ita *al* ad *lc.*

3-5. Da *hoc* a « *ad* be » è aggiunto in margine. — 15. Dopo « cg » si legge, cancellato, *hanc autem aequalem esse* bi. — 17. *aequalis: e quia* — 20. *equalia* — 26-27. Tra « *ad* fs » e *nempe* si leggono le seguenti parole, le quali sono sottolineate: *et, per conversionem rationis, ut* fb *ad* bs, *idest ut* fb *ad* cg, *idest ut* ab *ad* ac. —

---

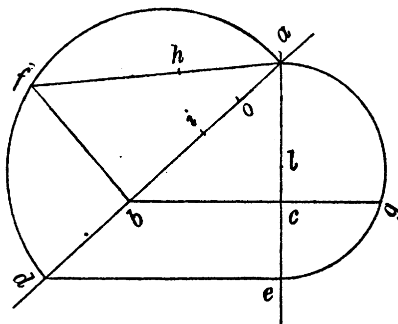
(1) Cod. A, car. 71*r.*, autografo di GALILEO.

(2) Cod. A, car. 55*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 255-257.

Totum opus tale videtur esse. Secetur *an* aequalis *ac*, et ut *ab* ad *bn*, ita fiat *al* ad *lc*, et ponatur *ai* aequalis *al*, et ut *ac* ad *ib*, ita fiat *ib* ad *ce*: erit *ce* linea quaesita, nempe pars superior perpendiculi, ex qua mobile conficiet ipsam cum *ab* tempore eodem ac solam *ab* (1).

Si *ha* aequatur *ai*, et *hf*, *fb*, et □ *fa* □^{is} *fba*, demptis □^{is} *fh*, *ha*, *fb*, *ia*, □ bis sub *fh*, *ha* aequabitur □ bis sub *ai*, *ib* et □ *ib*.

2 □^{a} *ahf* aequantur duabus *aib*, *fb*, *ac*; est enim □ *abi* aequale □^{o} *fb*, *ac*, cum sit ut *ac* ad *cg*, seu *bi*, ita *ab* ad *bf*: oportet igitur ut excessus □^{i} *ahf* super □^{o} *aib*, seu *ah*, *ib*, sit aequalis excessui □^{i} *fb*, *ac* super □^{o} *fha*. Excessus autem □^{i} *ahf* super □^{o} *aib*, seu *ah*, *cg*, est □ contentum a *gc* et ab excessu *fh*, seu *fb*, super *cg* et ab ipsa *gc*. Excessus vero □^{i} *acbf* super □^{o} *ahf* est aequalis □^{o} contencto ab excessu *ac* super *ah*, seu *ai*, et ab ipsa *fh*. Si igitur ponatur *al* aequalis *ai*, iste excessus erit □ *fh*, *lc*, cui debet esse aequalis alter excessus □^{i} *ahf* super □^{o} *aib*, nempe (posita *bo* aequali *fb*) □ *aio* (2).



□ lineae aequalis duabus *haf* superat □ *hf* □^{lo} ex linea aequali tribus *fhaf* et ex excessu duarum *haf* super *hf*, quod in nostro casu debet esse *ae*: faciendum itaque est, quod □ trium *fhaf* in *ea* cum □^{o}

3. *linea quesita* —
6. Dopo « *et* □ ib » segue, cancellato: □ fa *aequatur* □^{is} ab, bf; *ergo* □ dab *aequatur* □^{o} ba *et* □^{o} abd: *sed* □^{o} ba *aequantur* □^{a} bc, ca: *ergo* □ dab *superat* □^{a} ac, cb □^{o} abd. *Protrahenda est igitur* ab, *donec* □ dab *superet* □^{a} bca □^{o} abd. — 7-8. Da *est enim* a « *ita* ab *ad* bf » è aggiunto in margine. — 10-11. Dopo « *super* □^{o} fha » segue, cancellato: *sed* □^{um} ahf *superat* □^{um} ahib *ut linea* fh *superat* bi; □ *vero* fb, ac *superat* □ fha *ut linea* ac *superat lineam* ah; *ergo oportet, excessum lineae* ac *super* ah *esse aequalem excessui* fh *super* bi; *ergo oportet, lineas* ac, ib, *seu* ac, cg, *esse aequales lineae* af. *Protraendae itaque sunt lineae* ab, ac *in* d, e, *adeo ut media inter* dab *si* [sic] *aequalis duabus* ac *et mediae inter* ac, ce. — 15. *equalis* —

---

(1) Cod. A, car. 54*r*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 255-257.

(2) Cod. A, car. 99*t*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 255-257.

hf sint aequalia □° ex linea aequali duabus *haf;* seu dicas, faciendum esse ut tria □ª trium laterum trianguli *haf* in *ae* cum duobus □ⁱˢ *ha, af* sint aequalia □° ex *haf* tanquam e una linea.

faciendum est ut □ *fa* ad □ *fe* sit ut duae *fha* ad duas *fae* (1).

---

tempus per *ab, ab;* tempus per *be* ex *a, bf,* posita *df* media inter *ed, db;* ergo tempora per *abe* erunt *abf.*

ponatur media inter *eb, bd* ipsa *bh;* erit *bh* tempus *be* ex *b:* oportet igitur facere ut *bh* sit aequalis duabus *abf,* hoc est ut *ab* sit aequalis ipsi *fh.*

factum sit ut tempus per 2 *abe* sit aequale tempori per solam *be.* Divisa *de* bifariam, semicirculus describatur, et ducatur perpendicularis *bn,* et iungatur *dn:* erit *dn* media inter *ed, db,* et *bn* inter *ebd.* Et existente *ab* tempore per *ab,* et *db* per *db,* secetur *df* aequalis *dn;* erit *bf* tempus per *be* post *db,* seu *ab:* unde tempus per 2 *abe* erit *abf*; tempus vero per *be* ex *b* erit *bn,* cum sit media inter *db, be:* ergo *bn* aequatur duabus *abf.*

Posita communi *bd,* erunt 3 *db, bf, ba,* hoc est 2 *dn, ba,* aequales duabus *nb, bd;* et ablatis aequalibus *db, dr* et *bs, ba,* reliqua *rn* reliquae *ns* erit aequalis (2).

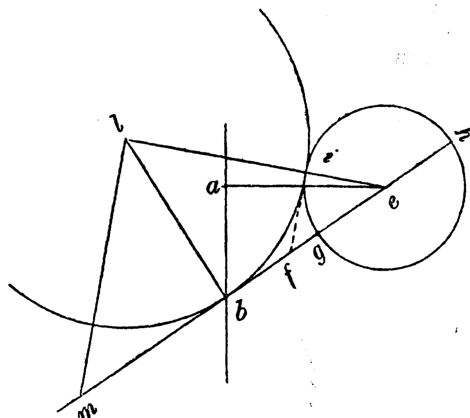
---

18. *erit* din *media* —

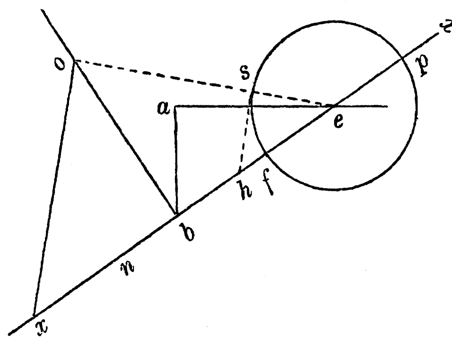
(1) Cod. A, car. 99*t.*, autografo di GALILEO.

(2) Cod. A, car. 144*r.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 258.

□ *bg* aequatur $\square^{is}$ *bf, fg* et 2 ▭ *bfg:* pro $\square^{o}$ *bf* sume ▭ *hfg;* erit □ *bg* aequale duobus ▭ *bfg,* $\square^{o}$ *fg* et ▭^{o} *hfg,* idest ▭ *hgf* cum $\square^{o}$ *fg:* id autem idem est ac si dicas, □ *bg* esse aequale 2 ▭ *bfg,* 2 ▭ *egf* et 2 □ *fg.* Ex $\square^{o}$ *bg* deme 2 ▭ *bfg* et 1 □ *gf;* remanet □ *bf* aequale 2 ▭ *egf* minus 1 □ *gf,* quod est ▭ *hfg* aequale $\square^{o}$ *bf* (1).



posito *ab* esse tempus per *ab,* erit *eb* tempus per *eb,* et tempus per futuram *bx* ex quiete in *b* erit media inter *eb, bx;* et ideo erigitur perpendicularis *bo,* ut in ea notetur media. Tempus vero per totam *ebx* futurum est media inter *xe, eb,* quae erit *eo,* cuius excessus super *eb* erit tempus per *bx* post *eb,* qui excessus cum *ba* (tempora scilicet per *abx*) debent aequari mediae *bo.* Cum autem hoc fuerit (nempe excessum mediae *oe,* seu *en,* super *eb* una cum *ab,* dico *nba,* esse aequales ipsi *bo*), posita communi *be,* erunt 2 *ne,* idest *oe, ab,* aequales duabus *ob, be:* auferantur *os, ba,* aequales duabus *ob, bf;* reliqua *fe* (quae datur) erit aequalis reliquae *es.* Redactum ergo est opus, ut, centro *e,* intervallo *ef,* circulo descripto, a centro *e* educatur linea occurrens *bo,* ita ut pars extra circulum, qualis est *so,* sit aequalis *ob.* Dum autem hoc fuerit, perpendicularis ex *s* ad *so* occurret *bf,* ut in *h,* et erit aequalis *hb,* et tanget circulum, eritque eius □ aequale ▭ *phf:* cumque datae sint *pf, fb,* oportet ita dividere *fb,* ut ▭ *phf* sit aequale □ *hb;* quod erit dum *ph* ad *hb* sit ut *bh* ad *hf,* et, componendo, ut *pb* ad *bh,* ita *bf* ad *fh,* et, permutando, ut *pb*



18. *esse equales* — 24-25. *intervallo* f, *circulo* — 30. *oport ita* —

(1) Cod. A, car. 54*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 258.

ad *bf*, ita *bh* ad *hf*. Dantur autem *pb*, *bf*: ergo dabitur *bh*. Duc igitur a puncto *h* tangentem *hs*, et per *s*, *eso*, etc.

fac ut dupla *eb* ad *bf*, sic *bf* ad *fh*; seu ut *eb* ad *bf*, sic *bf* ad aliam, cuius dimidium erit *fh*.

fac ut *bx* ad *xf*, ita *fb* ad *bh*, et habebis punctum *h* [1].

Inveniendum sit tempus quo conficiuntur 2 *acb* in ratione ad tempus quo conficitur sola *ab*. Fiat *abg* ∠ rectus, et semicirculus *abg* describatur, et protrahatur *ac* ad *s*, et connectantur *gs*, *bs*. . . . . [2]

Dicimus, tempus quo mobile permeat lineas *db*, *bc* brevius esse tempore quo permeat solam *bc*. Sit *ae* aequalis *bc*: si itaque fuerint motus initia puncta *a*, *b*, eodem tempore peragentur lineae *bc* et *ae*. Sit tempus quo conficitur *ae*, vel *bc*, ipsum *mn*, et quam rationem habet *ae* ad mediam inter *ae*, *ac*, hanc habeat *nm* ad *nx*; erit *nx* tempus totius *ac*: quam vero rationem habet *ca* ad mediam inter *ca*, *ab*, hanc habeat tempus *xn* ad *nr*; erit *rn* tempus ipsius *ab*, *rx* vero ipsius *bc* post *ab* (quam *xr* oportet minorem esse ipsa *mn*). Ostendatur, citius transiri *bc* post *ab* quam *fc* post *df*.

Sit *ds* tempus quo peragitur tota *dc*, vel *bc*, et quam rationem habet media inter *cd*, *df* ad *df*, hanc habeat tempus *sd* ad *dr*; constat, tempus ipsius *fc* esse *rs*: quia vero tempus ipsius *bc*, seu *ae*, est idem *ds*, fiat ut *ea* ad mediam inter *ea* et totam *ac*, ita *sd* ad *dt*, eritque *dt*

---

(1) Cod. A, car. 97*t*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 258.

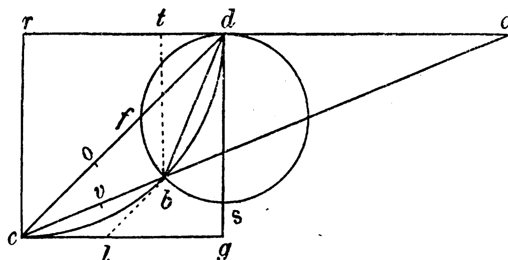
(2) Cod. A, car. 157*t*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 262.

tempus totius *ac*. Quod si rursus fiat ut tota *ca* ad mediam inter *ca*, *ab*, ita *td* ad *dv*, erit *vt* tempus ipsius *bc* post *ab*: hoc autem ostendendum est, esse minus ipso *rs*.

Nota. Sit in circumferentia utcumque ducta *do*, et iungatur *co*: dico, citius moveri ex *d* in *o* quam ex *o* in *c*. Ostensum enim est, aequali tempore moveri ex *o* in *c*, atque ex *d* in *c*; verum ex *d* in *o* patet celerius fieri motum quam ex *d* in *c* [(1)].

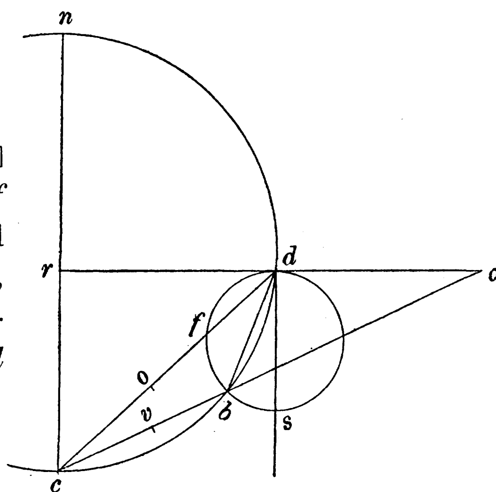
accipiatur media inter *rc*, *bt*, cui aequalis ponatur *do*: erit reliqua *co* eadem quae invenitur per mediam inter *cd*, *df*, quae est eadem *do*.

Considera, momentum in singulis circumferentiae quadrantis punctis imminui pro ratione accessus puncti perpendicularis, ut *t*, ad centrum.



ut *bc* ad *cd*, sic *cd*...

momentum super plano *dc* ad totale momentum est ut linea *tr* ad *rd*, ducta *lb* aequidistante *cd* [(2)].



quaeritur ratio *co* ad *cv*.

□ *cdf* aequatur □ *rc*, *ds*; □ *acb* aequatur □ *rcn*; ergo □um *cdf* ad □ *acb* est ut diameter *ds* ad diametrum *nc*: ut autem *cn* ad *ds*, ita *cd* ad *df*, ob similitudinem portionum *cbc* et *df*: ut autem *cd* ad *df*, ita □ *co* ad □ *of* [(3)].

4-5. *iungatur* co: *dico dico citius* — 6. *atque ex ex in* c; *verum* —
11-12. *quadrantis puctis* — 13. Tra *ratione* ed *accessus* si legge, cancellato, *perpendicularis*. —

(1) Cod. A, car. 186*t*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 262.

(2) Cod. A, car. 131*r*., autografo di Galileo. Le lin. 8-9 sono state cassate, probabilmente da Galileo stesso, con segni trasversali. — Cfr. pag. 262.

(3) Cod. A, car. 149*t*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 262.

ostende, *co* maiorem esse *cv*.
ostende . . . .

sit ut *od, dc, ca, av,* ita *rd, ds, td, dg.*

sit *do* media inter *cd, df; av* media inter *ca, ab; ck* media inter *ac, cb;* et accipiatur utcumque *ds.*

ut *cd* ad *do,* ita *sd* ad *dr,* seu ut *bc* ad *cd,* seu ut *dc* ad *ca.*

fiat ut *bc* ad *ck,* ita *sd* ad *dt;* ut autem *va* ad *ab,* ita *td* ad *dg.*

Probetur, *gt* minorem esse quam *sr.*

quia enim ut *sd* ad *dr,* ita *cd* ad *do,* per conversionem rationis et convertendo, ut *rs* ad *sd,* ita *oc* ad *cd;* ut autem *sd* ad *dt,* ita *cd,* hoc est *kc,* ad *ca:* et quia est ut *td* ad *dg,* ita *ca* ad *av,* per conversionem rationis erit quoque ut *dt* ad *tg,* ita *ac* ad *cv:* ergo, ex aequali, ut *rs* ad *gt,* ita *oc* ad *cv.* Ostenditur autem, per lemmata, *co* maior quam *cv;* ergo tempus *rs* maius est tempore *gt:* est autem *rs* tempus quo peragitur *fc* post *df, gt* vero tempus quo peragitur *bc* post *ab:* ergo patet propositum [1].

quia ut *ac* ad *cs,* ita *sc* ad *ce* et *as* ad *se,* ergo ut *ac* ad *ce,* idest *vb* ad *be,* ita □ *as* ad □ *se:* est autem ut *vb* ad *be,* ita □ *vb* ad □ *bi:* ergo ut □ *as* ad □ *se,* ita □ *vb* ad □ *bi,* et ut . . . [2]

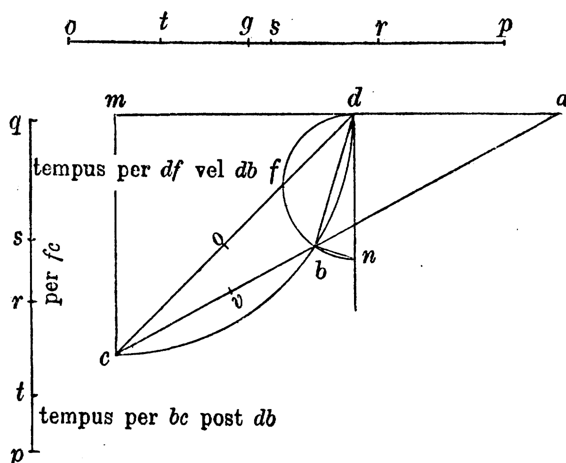
6. Prima di « *ut* cd », e nella stessa linea, si legge, sottolineato: *fiat ut* od *ad* df, *ita* sd *ad* dr. —

21. In fianco della pagina si legge, cancellato con linee trasversali, quanto segue: *ut* ca *ad* ab, *ita* ab *ad* ae; *ergo ut* □ ca *ad* □ ba, *vel* □ ba *ad* □ ae, *ita* ca *ad* ae, *vel* ea *ad* as; *ergo punctum* s *reperitur, si fiat ut* □ ba *ad* □ ae, *ita* ea *ad* as: *fiet autem hoc, si ipsarum* ba, ae *accipiatur* 4ª *proportionalis* as. *At* □ ba *ad* □ ae *est ut* □ *ex diametro in* an *ad* □ *ex diametro in* ar, *quibus sunt aequalia; ergo ut* ea *ad* as, *ita* na *ad* ar, *idest altitudo lineae* ba *ad altitudinem lineae* ae. *Linea ergo* ba *ad* as *est ut cubus* ba *ad cubum* ae. *Fiat ut* ru *ad* be, *ita* be *ad* no, *et ut* ba *ad* an, *ita* no *ad* bd. bv *ad* ve *est ut* ca *ad* ae, *hoc est* ea *ad* as.

[1] Cod. A, car. 150*r.*, autografo di Galileo. — Cfr. pag. 262.

[2] Cod. A, car. 188*r.*, autografo di Galileo.

tempus *qp* $219\frac{1}{3}$
qr 120
qs $77\frac{2}{3}$
sr $42\frac{1}{3}$
qt $183\frac{1}{2}$
tp 36
tempus per *dc* 120
per *dbc* $113\frac{2}{3}$.



Sit *qp* tempus per *ac*, et ut *ac* ad *cd*, ita fiat *pq* ad *qr*: erit *qr* tempus per *dc* seu per *bc*. Sit ut *cd* ad *do*, ita *rq* ad *qs*: erit *qs* tempus per *df*, et *sr* tempus per *fc* post *df*. Fiat rursus ut *ca* ad *av*, ita tempus *pq* ad *qt*: erit *qt* tempus per *ab*, *tp* vero tempus per *bc* post *ab* [1].

Cum semidiameter sit 100000, quadrantis circumferentia est $<\begin{matrix}157143\\157042\end{matrix}$; seu si semidiameter sit 1000, circumferentia quadrantis $<\begin{matrix}\text{plus} & 1570\\ \text{minus} & 1571\end{matrix}$; si □ sit 1000000, ◺ erit 785250.

Tempus quo conficeretur circumferentia quadrantis, si esset recta et ad perpendiculum, 125331.

Tempus per *ac* ad tempus per 2 *acc* est ut 1000 ad $937\frac{1}{2}$ fere; tempus per *ec* ad tempus per 2 *egc*, ut 1000 ad $866\frac{3}{5}$; tempus per 8*c* ad duas suas, ut 1000 ad $733\frac{2}{3}$.

ad longa puncta 180; sit tempus casus per ipsam m^1 180, et per ambas *adc* m^1 270.

ac ———— $254\frac{3}{5}$; ———————— m^1 $254\frac{3}{5}$.
ac ———— 138; tempus casus per illam m^1 164.

10-11. *ita* pq *ad*, Guid. — 14. *tempus per* pq *ad*, Guid. —
17. Le parole *circumferentia quadrantis* sono sostituite a *quadrans erit*, che leggesi cancellato. — 18. ◺ *erit 785250* è sostituito a ◺ *erit* $<\begin{matrix}\textit{plus} & 660000\\ \textit{minus} & 660500\end{matrix}$, che è cancellato. —

[1] Cod. A, car. 148*r*., autografo di Galileo. Della figura e delle lin. 9-15 si ha una copia, di mano del Guiducci, a car. 92*t*. — Cfr. pag. 262.

ec ——— 138; tempus casus per eam post *ac* m^1 75, et per ambas *aec* m^1 239.

af recta — 70 $^1/_2$; tempus etc. 113 $^1/_2$ } et per ambas *afe* m^1 161 $^1/_2$
fc ——— 70 $^1/_2$; tempus casus post *af* 48 }
eg ——— 70 $^1/_2$; tempus ——— 39 } et per ambas *egc* 75
gc ——— 70 $^1/_2$; ——— 36 }
} et per 4 *afegc* 236 $^1/_2$.

Considera num tempus per *ac* ad tempus per duas *aec* sit ut radix radicis lineae quae a centro *b* super *ac* cadit perpendiculariter, ad radicem radicis perpendicularis ex eodem centro super *ac*.

Tempus per 2 *egc* ex quiete in *e* est 66326; deberet autem esse 71757,

2. *239* è sostituito a *196*, che è cancellato. — 3. *161* $^1/_2$ è sostituito a *154*, che è cancellato. — 4. Dopo *48* leggesi, cancellato, $^1/_2$. —

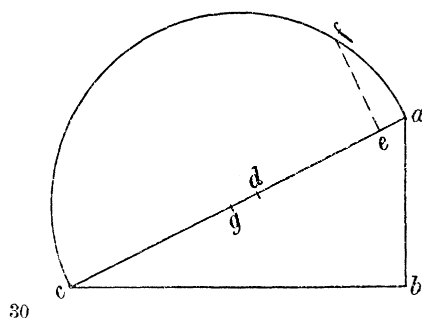
si casus per *egc* ad tempus per *ec* haberet eandem rationem quam casus per *aec* ad casum per *ac*: movetur ergo citius per *egc* quam per *aec*. Et ex quiete in 8 tempus per duas 8*c* ad tempus per solam 8*c* est ut 14378 ad 19598: longe igitur adhuc citius movetur quam per 2 *egc* [1].

ad longa —	100000;	tempus casus 100000.		media inter *ad, te* 84090;
ac —	141422;	— 141422.		tempus per *te* 84090.
ae —	76536;	— 91017.		
xqec tota —	261313;	— 261313.	per ambas *aec* tempus 132593.	
ce —	76536;	— 41576.		
af recta —	39017;	tempus casus 63045.		media inter *da, fs* 61861;
fzx —	46022;	— 74408.	per ambas *afe* 89766;	tempus per *sf* 61861.
efzx tota —	85039;	tempus — 101129.		
ef recta —	39017;	tempus — 26721.		
ehx —	127228;	tempus — 151300.		per ambas 4 131319.
gehx —	166245;	— 172957.		tempus per *vg* 96118.
eg —	39017;	— 21657.		
grx —	472242;	— 491363.	per ambas *egc* 41553;	
cgrx —	511259;	— 511259.		
cg —	39017;	— 19896.		
kel —	82843;	— 50404.		
lx, ld —	58579;	— 91018.		
la —	41422;	tempus casus 64360.	per 3 *alekc* 135475.	
elx —	100000.			
kelx —	141422.			
kc —	41422;	— 20711.		

13. *101129* è sostituito a *85039*, che è cancellato. —

[1] Cod. A, car. 166*r*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 263.

a2 ——	19604;	tempus —— 44385.		*72* longa 19508; tempus 44168.
2x ——	20386;	—— 46156.	per ambas *a2f* 62873;	*2x* —— 20386; tempus ....
f2x ——	39990;	—— 64644.		
2f ——	19604;	—— 18488.		per 4 *a2f3e* 89605;
f3 ——	19604;	—— 14372.		
fx ——	43392;	—— 70144.	per ambas *f3e* 26732;	
3fx ——	62996;	tempus —— 84516.		
e3 ——	19604;	—— 12360.		linea *39* 55552; tempus 74536.
e3x ——	91475;	—— 108783.		
3x ——	71871;	—— 96423.		
4e ♉ ——	131072;	—— 143743.		per 8 *a2f3e4g8c* 131078.
e ♉ ——	111468;	—— 132558.		4 ♈ 83147; tempus 91185.
e4 ——	19604;	—— 11185.		
g4 ♊ ——	195993;	—— 203906.	per ambas *e4g* 21652;	
4 ♊ ——	176389;	—— 193439.		
g4 ——	19604;	—— 10467.		
8g ♌ ——	338035;	—— 341316.		per 4 *e4g8c* 41473;
g ♌ ——	318431;	—— 331287.		
8g ——	19604;	—— 10029.		
c8 ♐ ——	1019979;	—— 1019979.		8 ♏ ....; tempus 99030.
8 ♐ ——	1000375;	—— 1010187.	per ambas *g8c* 19821;	
c8 ——	19604;	—— 9792[1].		



Quaeritur in *ac* pars aequalis *ab*, quae conficiatur tempore aequali tempori per *ab*. Ponatur *ad* aequalis *ab*, et circa *ac* semicirculus describatur, et ponatur *af* aequalis dimidiae *dc*, et ab *f* demittatur perpendicularis *fe*, et *eg* ponatur aequalis *ab*: dico, *eg* ex quiete in *a* confici eodem tempore ac *ab*, media proportionalis inter *ca*, *ag*. . . .[2]

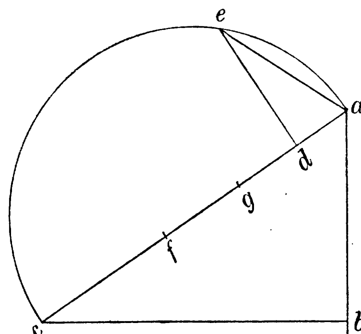
3. *64644* è sostituito a *46156*, che è cancellato. —
30-31. *ac* ab, *meda proportionalis* —

[1] Cod. A, car. 183*r*., autografo di GALILEO.

[2] Cod. A, car. 55*r*., autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 264.

Quaeritur versus *c* pars quae conficiatur eodem tempore ac *ad.*

Sit tempus per *ac, ac;* tempus per *ad* erit *ae:* ponatur *cf* aequalis *ae,* et ipsarum *ca, af* 3ª proportionalis sit *ag:* dico, *gc* esse quod quaeritur. Cum enim tempus per totam *ac* sit *ac,* tempus per *ag* erit *af,* media inter *ca, ag,* et reliqua *fc* erit tempus per *gc:* est autem *fc* posita aequalis *ae:* ergo patet.



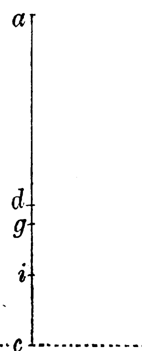
In qualibet latione spacium quod conficitur versus finem eodem tempore ac spatium versus principium, est medium proportionale inter totum lationis spatium et ipsum spatium versus principium [1].

Secta *ca* utcumque in *d,* pars vero *cd* bifariam in *i,* dico quod si fiat ut tota *ac* ad *ce,* ita *id* ad *dg,* erit ut *ca* ad *ai,* ita *ia* ad *ag.*

Si totum *ca* ad totum *ai* est ut ablatum *ia* ad ablatum *ag,* erit reliquum *ci* ad reliquum *ig,* idest reliquum *di* ad reliquum *ig,* ut totum *ca* ad *ai,* seu *ia* ad *ag,* et, per conversionem rationis, ut *ac* ad *ci,* ita *id* ad *dg,* seu *ci* ad *dg,* idest ad *ae:* sed ita factum est. Componitur itaque: quia *ci* ad *ae,* idest *id* ad *dg,* est ut *ac* ad *ci,* erit, per conversionem rationis, ut *ca* ad *ai,* ita *di* ad *ig,* seu *ci* ad *ig;* cum itaque sit ut totum *ca* ad totum *ai,* ita ablatum *ci* ad ablatum *ig,* erit etiam reliquum *ia* ad reliquum *ag* ut totum *ca* ad totum *ai:* quod erat ostendendum.

c i g d a

Faciendum ut *ai* ad *ig,* ita *ig* ad *gd.* Ponatur *ic* aequalis *id,* et fiat ut *ac* ad *ci,* ita *id* ad *dg:* erit, per conversionem rationis, ut *ca* ad *ai,* ita *di* ad *ig,* seu *ci* ad *ig;* et cum ut totum *ca* ad totum *ai,* ita ablatum *ci* ad ablatum *ig,* erit reliquum *ia* ad reliquum *ag* ut ablatum *ci,* seu *di,* ad *ig,* et, per conversionem rationis, ut *ai* ad *ig,* ita *id* ad *dg* [2].



---

14. *pars* [sic] è sostituito a *reliqua,* che è cancellato. — 30. Tra « *ad* ig » ed *et* leggesi, cancellato, *et dividendo.* —

---

[1] Cod. A, car. 55*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 264.

[2] Cod. A, car. 84*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 264.

Particolari privilegii dell' artiglieria sopra gli altri strumenti mecanici.

Della sua forza, ed onde proceda.

Se operi con maggior forza in una certa distanza o da vicino.

Se la palla vadia per linea retta, non sendo tirata a perpendicolo.

Che linea descriva la palla nel suo moto.

La causa ed il tempo dello stornare il pezzo.

Impedimenti che rendono il pezo difettoso ed il tiro incerto.

Del metterle a cavallo e scavalcarle.

Della fabrica del colibro.

Dell' esamine circa la bontà e giustezza del pezzo.

Se quanto più è lungo il pezzo, più tira lontano, e perchè.

A quale elevazione tiri più da lontano, e perchè.

Che nel tornare la palla ingiù nel perpendicolo, torna con le medesime forze e velocità con che andò in su.

Diverse palle artifiziate e lanterne, e lor uso [1].

Prima proposizione. Che 'l proietto descrive la parabola.

2ª Prova, il moto composto di 2 equabili, orizontale e perpendicolare, essere in potenza eguale ad amendue.

3. Considera il moto composto di 2, orizontale equabile e perpendicolare accelerato.

4. *magior* —

(1) Cod. A, car. 193*r.*, autografo di Galileo. Le lin. 1-4 e 7 sono state cancellate, probabilmente da Galileo stesso.

4. Mostro come si debba determinar l'impeto del proietto in tutti i punti della parabola.

5. Trovare, nell' asse prolungato della data parabola, il punto sublime dal quale il cadente descrive la parabola. Segue il corollario, che la metà dell' ampiezza è media tra l' altezza e la sublimità della parabola. Si aggiugne l' altro corollario, che è, le amplitudini delle parabole essere eguali quando le loro altezze e sublimità alternatamente sono eguali.

6. Data la sublimità e l'altezza, trovar l'ampiezza della parabola.

7. Nel descriver parabole di ampiezze eguali, minor impeto si ricerca in quella la cui ampiezza è doppia dell'altezza, che in qual si voglia altra. Segue per corollario, nelle parabole descritte dal medesimo impeto l' amplitudine massima esser di quella che nasce dall' elevazione dell' angolo semiretto.

8. Le ampiezze de i tiri cacciati con l' istesso impeto e per angoli egualmente mancanti o eccedenti l' angolo semiretto, sono eguali.

9. Le ampiezze sono eguali delle parabole, le altezze e sublimità delle quali si rispondono contrariamente.

10. I momenti delle parabole d'eguali ampiezze son fra loro come i momenti delle altezze perpendicolari dalle quali si generano esse parabole.

11. Il momento di qualsivoglia semiparabola è eguale al momento del cadente per la perpendicolare composta dell' altezza e sublimità della semiparabola.

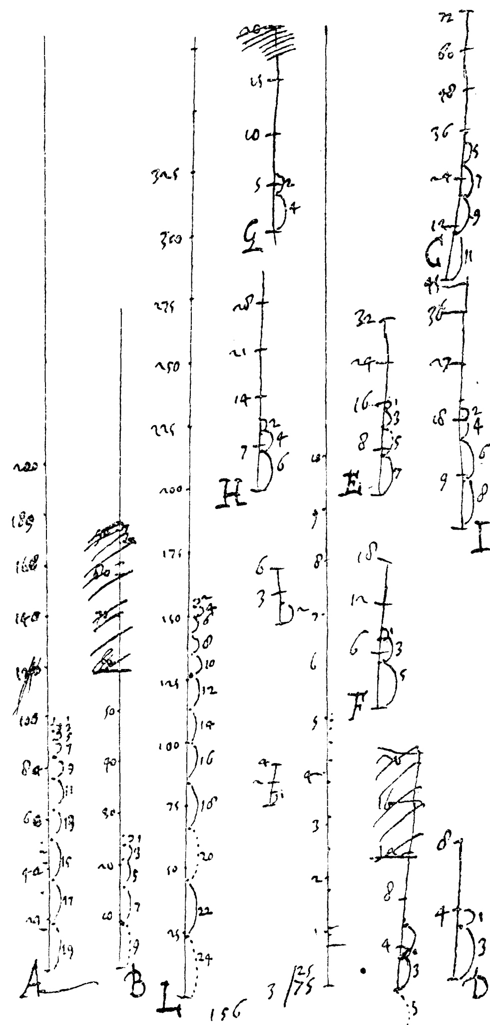
12. Dato l'impeto e l'ampiezza, trovar l'altezza della parabola [1].

Notabile per i proietti nel determinare quanto detragga la propension naturale in giù al moto preternaturale della proiezzione.

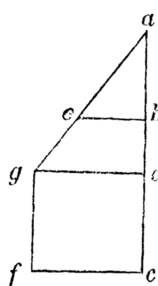
Si impetus violentus disponatur secundum numeros pares, descensus naturalis demit dimidium, ut constat in exemplis D, F, E, B, C, A; verum si dispositio sit secundum numeros impares, naturalis descensus demit minus quam dimidium iuxta numerum partium disposita-

17. *sono acguali delle —*

[1] Cod. A, car. 106*t.*, autografo di GALILEO.



rum, ut patet in exemplis G, H, I, L. In G enim partes dispositae iuxta impetum violentum non retardatum sunt 3, nempe 5, 10, 15; ex quibus in prima demitur 1, et relinquitur 4; dempto ex 2ª 4, relinquitur 6; dempto ex 3ª, nempe ex 15, 9, relinquitur idem numerus 6, qui deficit a dimidio 15 per 3, qui est numerus partium 5, 10, 15. In exemplo H numerus partium est 4, subtractiones motus naturalis sunt 6, 4, 2, quae conficiunt 12, cuius duplum deficit a 28 per 4. In exemplo I subtractiones 8, 6, 4, 2 exibent 20, cuius duplum deficit a 45 per 5, qui similiter est numerus partium etc. In L pariter apparet, subtractiones, nempe 156, duplicatas deficere per 13 (qui est numerus partium motus violenti) a 325, etc.[1]



Sit ut *ba* ad *ad*, ita *da* ad *ac*, et sit *be* gradus velocitatis in *b*, et ut *ba* ad *ad*, ita sit *be* ad *cf*; erit *cf* gradus velocitatis in *c*. Cum itaque sit ut *ca* ad *ad*, ita *cf* ad *be*, erit etiam ut □ *ca* ad □ *ad*, ita □ *cf* ad □ *be*: ut autem □ *ca* ad □ *ad*, ita *ca* ad *ab*; ut igitur *ca* ad *ab*, ita □ *cf* ad □ *be*: sunt ergo puncta *e*, *f* in parabola.

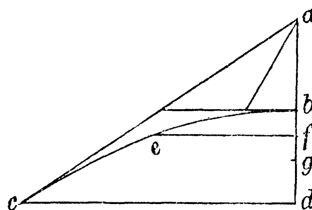
3-4. Tra *impetum* e *violentum* si legge, cancellato, *non*. — 5. Tra *quibus* ed *in* si legge, cancellato, *p.ª* — 6. Tra *1* ed *et* si legge, cancellato, *ex 2ª 3*. — 11-12. *numerus parzium* — 15. Tra *12* e *cuius* si legge, cancellato, *qui deficit a dimidio 2*. — 15-16. *cuius duplus deficit* — 22-23. *duplicatae deficere* —
30. Tra *igitur* e « ca » vedesi, cancellato, il segno [_]. —

---

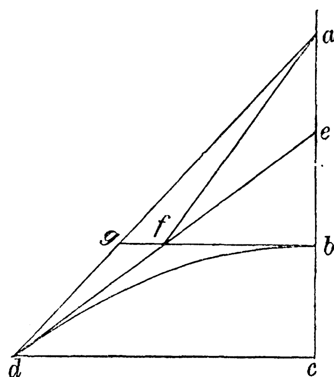
[1] Cod. A, car. 182ª*r*., autografo di Galileo. La figura è a car. 182ᵇ*r*. — Cfr. pag. 268.

con un grado d'impeto fa 2 miglia all'ora; con 4 gradi d'impeto farà 8 miglia in un'ora, e 16 in 2 ore[(1)].

Determinetur ergo impetus in singulis punctis parabolae *bec* ex potentia momenti acquisiti per descensum *ab*, quod semper servatur idem et determinat impetum orizontalem, et ex potentia alterius momenti acquisiti in descensu perpendiculari. Ut, v. g., in *e* erit impetus determinatus a linea potente *ab* et media inter *db*, *bf*, quae sit *bg*[(2)].



Parabola *bd* describitur ab elevatione *ab* cum altitudine *bc*. Ponatur, *ab* esse tempus et impetum casus *ab*, sitque *de* tangens parabolam: erit *eb* aequalis *bc*: cumque *bf* sit subdupla amplitudinis *cd*, erit quoque media inter sublimitatem *ab* et altitudinem *bc*, eritque tempus casus et impetus per *bc* in *c*. Iuncta igitur *af*, erit mensura impetus in *d* cadentis per *abd*.



Attende numquid tempus et impetus per *ab* cum parabola *bd* est idem cum tempore et impetu per inclinatam *ad*[(3)].

Tutta *ac* 140, e tanto sia il tempo e l'impeto in *c*, il quale impeto è di passare 280 nel tempo 140.

ab 80; sarà il suo tempo la media tra *ac*, *ab*, cioè tra 140 e 80, che è 105: e però nell'orizontale *bg* la velocità sarà di passare, nel tempo 105 di *ab*, 160, che è il doppio di *ab*. Ma il tempo di *bc*, dalla quiete in *b*, è la media tra *ac* 140 e *bc* 60, che è 91; adunque diremo: In questo tempo 91, quanto si passerà di *bg*, della quale nel tempo

18. *numquid* è sostituito a *quod*, che si legge cancellato. —
25. Tra « ab » e *160* si legge, cancellato, *cioè*. — 27. *questo* è sostituito in margine a *che*, cancellato. —

(1) Cod. A, car. 152*r*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 283.

(2) Cod. A, car. 91*t*., autografo di Galileo. Questo frammento tien dietro nel ms. immediatamente alle bozze delle Proposizioni II e III della Giornata quarta. — Cfr. pag. 283.

(3) Cod. A, car. 83*t*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 285.

di *ab,* che è 105, se ne passa 160? Per la regola se ne passerà 138, e torna bene, chè tanta è *cd.*

Sia *ab* 80, tempo ed impeto in *b,* che nella *bg,* in tempo 80, passerà 160. Il tempo di *bc* sarà la media tra *bc* 60 e *ab* 80, che sarà 69. In questo tempo 69, quanto si passerà in *bg,* dove in 80 di tempo si passa 160? Si passa 138, e torna bene.

ab 60, tempo ed impeto; *bc* 30; sarà suo tempo ed impeto la media tra 60 e 30, che è $42\,{}^{1}/_{3}$; adunque tutto 'l tempo di *abd* è $102\,{}^{1}/_{3}$. L'ampiezza *cd* è doppia della media tra *ab, bc:* è dunque $84\,{}^{2}/_{3}$. Ma tutta *ac* è 90, e *cd* $84\,{}^{2}/_{3}$; adunque *ad* sarà 123, ed il tempo di tutta *ad* sarà quanto la media tra *da, ag,* che torna 100 e più, e mostra star bene [1].

---

impetus in *b* ex *a* sit 100, sitque *bc* ipsi *ba* aequalis; erit impetus in *d* per *abd* 142 proxime, et distantia *cd* 200. Impetus in *f* erit 125, distantia vero *fi* 150: deberet autem esse 176 fere, ut servaretur ratio impetus in *d* ad suam distantiam *dc.* Impetus in *h* fere 160, distantia eius *hk* 250 [2].

---

[3]

Datae parabolae elevationem invenire, ex qua decidens mobile parabolam datam describat.

Sit data parabola *bf,* cuius altitudo *bi,* amplitudo vero *if;* ducta orizontali *bl,* accipiatur in perpendiculo *be* aequalis *bi,* et connectatur *elf,* quae parabolam tanget in *f* et orizontalem secabit in *l;* fiat ut *eb* ad *bl,* ita *lb* ad *ba:* dico, *ab* esse elevationem, ex qua decidens mobile, in *b* conversum, describet parabolam *bf.*

Si enim intelligatur, tempus casus per *eb* esse ipsum *eb,* et idem *eb* esse momentum celeritatis in *b,* erit *bl* tempus et momentum in *b* cadentis ex *a:* cadens igitur ex *a* in *b,* conversum in orizonte, tempore *bl* transibit duplam *ba;* ergo in eodem motu, tempore *eb,* transibit du-

28. *tempore* eb, *trinsibit* —

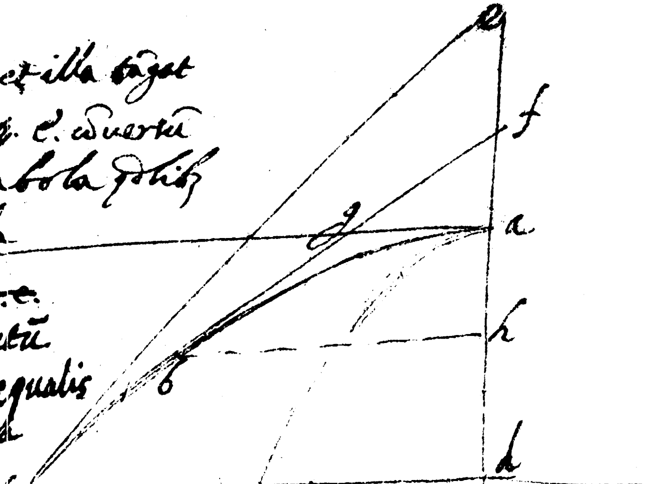
(1) Cod. A, car. 86*t.*, autografo di GALILEO. Manca la figura. — Cfr. pag. 285.

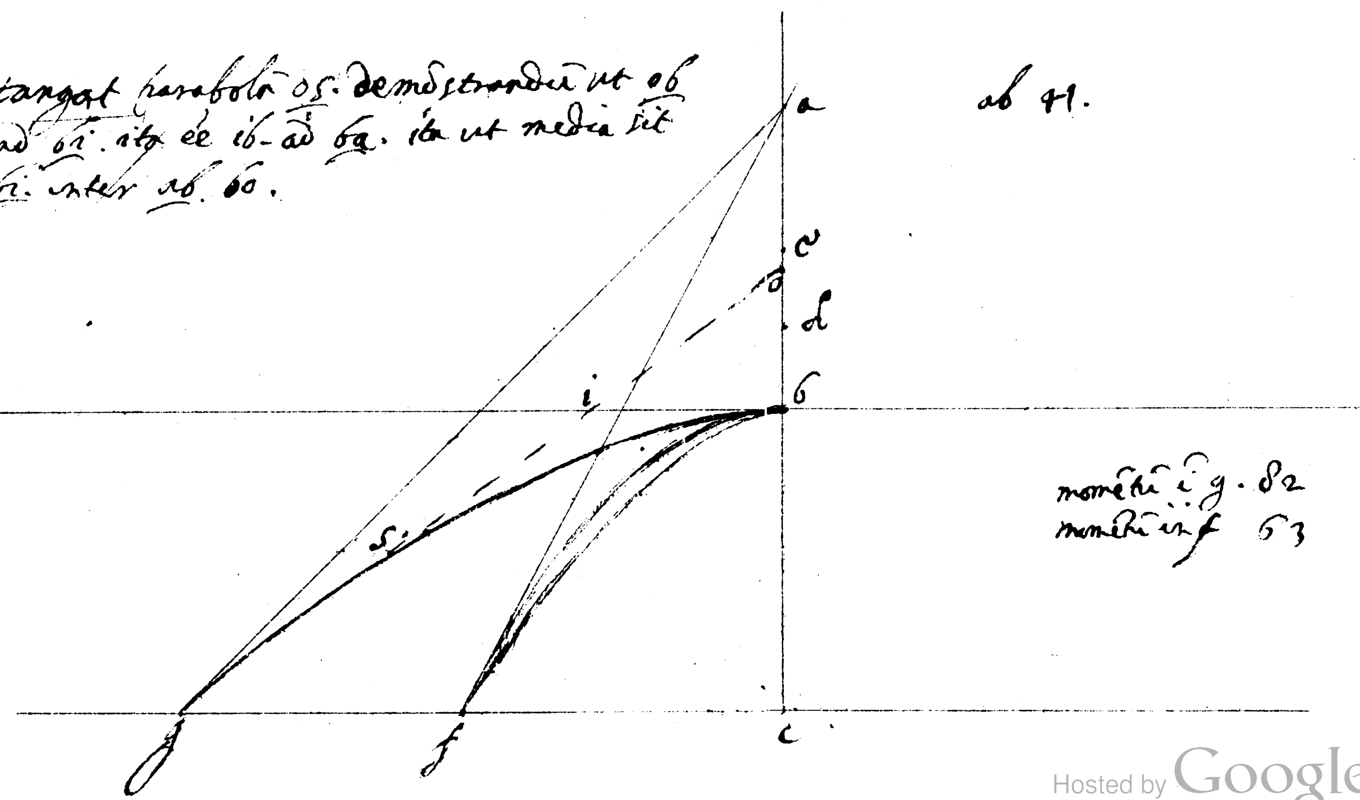
(2) Cod. A, car. 110*t.*, autografo di GALILEO. Manca la figura.

(3) Cod. A, car. 115*r.*, autografo di GALILEO. Vedi il facsimile I. — Cfr. pag. 293.

Sit parabola abc cuius amplitudo dupla sit altitudinis da et illa tangat ec in puncto c. erit de equalis ad. Et cadens ex e. conversum in a. describit parabolam abc. Nunc in parabola quolibet puncto b. contemplandum est quomodo pro describenda parabola ab [illegible] ex ea reperiatur punctum e. ex quo decidat proiectum. Tangat bgf. ipsam in b. et ducatur orizontalis bh. erit ah. equalis af. Dico modo punctum e. reperiri si fiat ga ut af. ad ag. ita est ga ad ae. quod sic probatur. Ut da. ad ag. ita dupla da. ad duplam ag. nempe de. ad hb. et ut □ da. ad □ ag. ita □ de. ad □. hb. et ita est linea da. ad ah. seu ea. ad af. constat igitur quod si data parabola ab. inveniendus sit punctus sublimis e. ex quo cadens conficiat parabolam ab. posita af. equali ah. et ducta fgb. que parabolam tanget in b. sumpta 3.a proportionali ipsarum fa. ag. dabit ae. ex qua cadens quod erat faciendum

Melius. Sit parabola ab. cuius amplitudo bh. et axis perpendicularis hc. in quo invenienda sit altitudo ex qua cadens parabolam describat. ponatur af. equalis ah. et connectatur fb secans orizontalem ag. in g. et tangentem parabolam in b. sitque ipsarum fa. ag. 3.a proportionalis ae. Dico e. esse punctum quesitum. si n. intelligamus ea. esse mensuram temporis casus ex e. in a. et impetus acquisiti in a. erit ag. (media nempe inter ea. af.) tempus et impetus venientis ex f. in a. seu ex a. in h. sed impetus in a. cadentis ex e. tempore ea cum impetu acquisito in a. conficit in orizontali motu equabili duplam ea. g. etiam eodem impetu in tempore ag. conficiet duplam ga. nempe bh. et in perpendiculari motu ex quiete eodem tempore conficit ga ah. quod eodem tempore conficiunt amplitudo hb et altitudo ah. describit quod parabolam ab. ex casu ex e. quod quarebatur

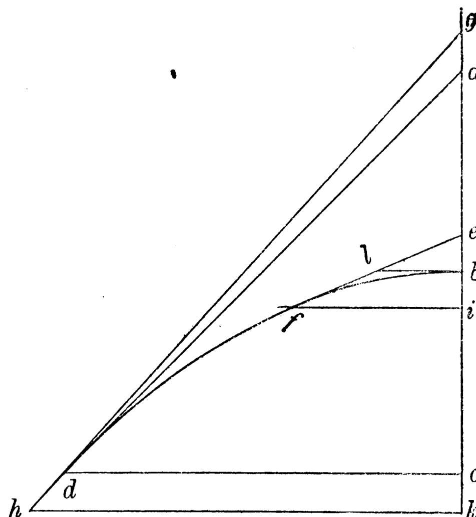




Vedi pag. 428, nota 3.

Tav. I

plam *bl:* est enim ut tempus *eb* ad tempus *bl,* ita dupla *bl* ad duplam *ba.* Dupla vero *bl* est ipsa *fi;* ergo tempore *be* a cadenti ex *a* conficietur orizontalis *if:* sed eodem tempore *eb* conficitur perpendicularis *bi* ex quiete in *b:* ergo cadens ex *a,* conversus in *b,* eodem tempore conficit orizontalem *if* et perpendicularem *bi* ex quiete in *b:* describet ergo parabolam *bf.*



Constat, dimidiam basim esse mediam proportionalem inter altitudinem parabolae et elevationem supra parabolam, ex qua cadens illam designat [1].

Data amplitudine et altitudine semiparabolae, sublimitatem reperire.

Id statim colligitur ex eo quod dimidia amplitudo mediat inter altitudinem et sublimitatem; ergo, diviso □° dimidiae amplitudinis per altitudinem, habebimus sublimitatem quaesitam.

Altitudines semiparabolarum, quarum eadem est amplitudo, aequantur dimidiae tangenti arcum suarum elevationum [2].

Cadens ex *a* in *c,* conversus, describit parabolam *cd;* si vero momentum velocitatis in *c* duplum foret, describeret parabolam *ce,* cuius *eg* dupla esset ad *gd:* impetus enim duplus in *c* permeat in orizonte duplum spacium tempore eodem. Sed ut acquiratur in *c* momentum duplum, necesse est, casum fieri ex quadrupla altitudine, nempe ex *cb.* Pariter, ex altitudine quadrupla ad *cb* describetur parabola *cf,* cuius amplitudo *gf* dupla est ad *ge.*

Verum mobile in *d* videtur supra impetum in *c* addere impetum

(1) Cod. A, car. 87*t.*, autografo di Galileo. In calce al frammento leggesi, pur della mano di Galileo, l'indicazione: «Scritta». — Cfr. pag. 293.

(2) Cod. A, car. 118*t.*, autografo di Galileo. — Cfr. pag. 294.

acquisitum per parabolam *cd,* quod respondet altitudini *cg.* Mobile vero in *e* idem momentum addit supra impetum quem habuit in *c,* qui erat duplus ad impetum alterius mobilis; ergo impetus mobilis in *e* videtur esse sexquialterus ad impetum mobilis in *d.* Similiter invenietur, impetum in *f* ad impetum in *e* esse ut 5 ad 3.

In elevatione igitur *ea* si proiectum habuerit impetum sexquialterum ad impetum in *d,* proiecti secundum elevationem *da* proiicientur secundum parabolas *ec, dc* intra easdem parallelas, sed dixtantia *eg* dupla erit ad *dg.*

Impetus in *c* cadentis ex *a* sit 100; cadentis ex *b* erit 200: impetus in *d* erit 200; impetus in *e* erit 300.

Cadentis in *a* ex *h* impetus in *a* erit 141; conversi vero per parabolam *ae* impetus in *e* erit duplicatus, nempe 282. Constat igitur, maiorem esse impetum venientis per parabolam *ce* in *e,* quam venientis per parabolam *ae.* Et si proiectum ex *e,* secundum elevationem *eh,* habet impetum ut 282, conficiet parabolam *ea;* secundum elevationem vero *ea* conficiet proiectum parabolam *ec,* si habuerit impetum ut 300. Ergo in elevatione semirecti *eh* ab eadem vi longius eiaculatur, quam in elevatione *ea,* quae minor est semirecto.

Impetus in *f* est 500, venientis per parabolam *cf;* venientis vero per parabolam *hf,* impetus in *f* est 400. Ex quo patet etiam, longius eiaculari ab eadem vi per elevationem semirecti, quam per minorem.

Impetus in *c* ex *s* erit 50; in *r* erit 150.

Impetus vero in *t* ex *c* est fere 70 $^1/_2$; conversi per parabolam *tr* in *r* erit 141, minor nempe quam venientis ex *s* per *c* in *r,* qui fuit 150. Unde constat, quod in elevatione semirecti *rt* ab eadem vi longior fit proiectio, quam per elevationem *rc* [1].

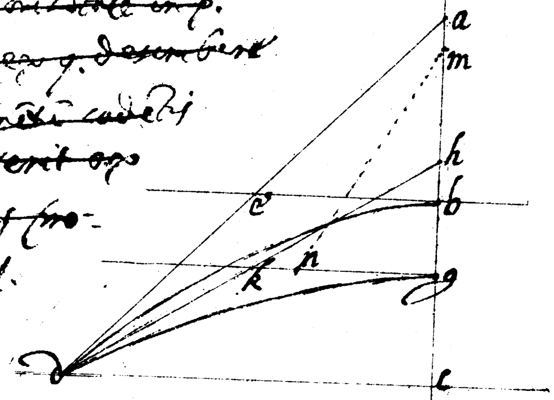
24. *in elevazione* — 32. *Unde consta, quod* — 32-33. *fit priectio* —

---

[1] Cod. A, car. 90^{a}r., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 294.

Sit Parabola bd. cuius amplitudo dc. sit ~~tella~~ ad altitudinem cb. examinandum ipsam descen-
bi à minori impetu quam reliquae omnes quarum eadem sit amplitudo, alia vero altitudo.
Esto n. parabola gd. quae tangat hd. et fiat ut hg. ad gb. ita hg. ad gl. erit ex antede-
monstratis altitudo lg. ex qua cadens describet Parabolam gd. ponatur ab. esse mensura tempo-
ris et impetus: erit igitur ac. momentum celeritatis ex a in parabola bd. in d. Inter ab.
et gl media sit gm. erit gm. tempus, et momentum in g. cadentis ex l. Sit rursus inter
bc. cg. media gn. quae erit momentum velocitatis, et temporis mensura cadentis ex
g in c: cum assumpta sit bc esse tempus et momentum ex bc. si igitur iungatur mn. erit
mn. impetus proiectionis parabolae gd. in d. ~~invenietur aut mn. minorem esse ipsa~~

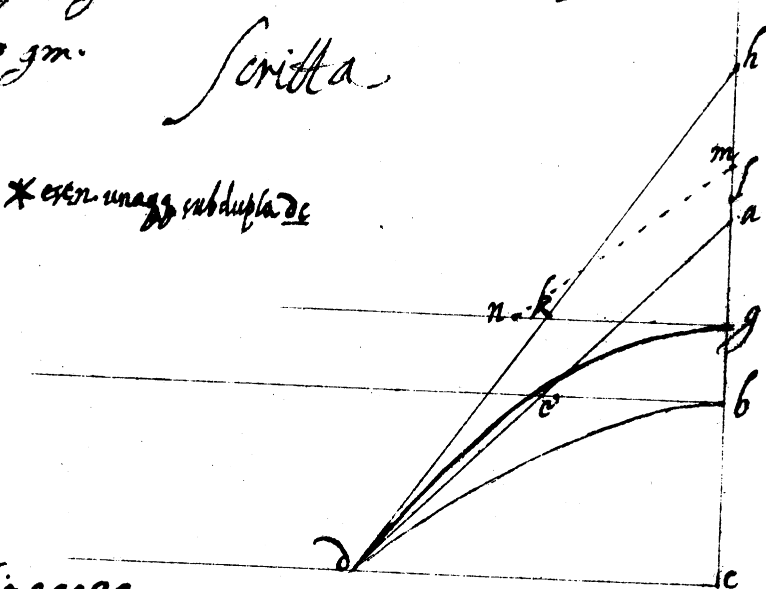
~~Sit rursus altera Parabola ad quae tangat rd: secans [illegible] inp.~~
~~et ut ipsa ro. ad gb. proportionalis sit og. erit cadens ex o. describere~~
~~parabolam qd. Sit inter og et ob seu gs. media os. erit os momentum cadentis~~
~~ex o in c: sit similiter inter ac. cb. media or. erit or~~
~~momentum ex a in c. iungatur qs. quae erit impetus pro-~~
~~iectionis parabolae od. in d. maior quam impetus proiectionis bd.~~
~~necesse~~ Esse aut mn. maiorem quam ac. sic probatur:
quia gn. posita est media inter bc. cg. est aut bc. aequalis
bc hoc est kg.* erit ut cg. ad gn. ita ng. ad gk
et ut cg. seu hg. ad gk. ita □ ng. ad □ gk.
ut aut hg. ad gk. ita facta est kg. ad
gl. ergo ut □ ng. ad □ gk ita kg. ad gl.
sed ut kg ad gl. ita □ kg ad □ gm.
media n. est gm. inter kg. gl. ergo
3. □a ng. gk. gm.
sit proportio:
nalia, et a extrema
ng. gm. i. mn. maius
quam duplum □i kg.
cuius □m ac.
duplum est. ergo
□. mn. maius est
□o ac. et linea mn. maior linea ca



Hic determinatur Parabolae eiusdem amplitudinis, sed altitudinum diversarum.

Scritta

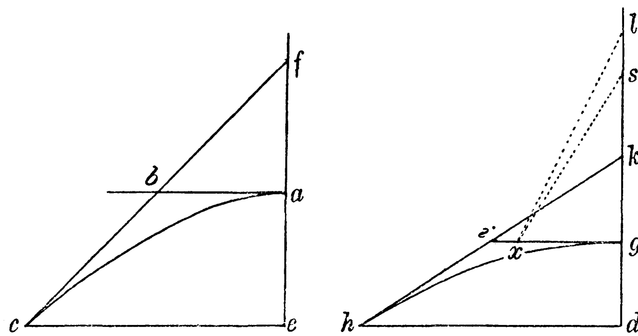
* est n. unaquaeque subdupla dc



Vedi pag. 431, nota 2.

Sit *ce* dupla ad *ea*, et *fc* tangat parabolam *ac:* sit adhuc *hd* aequalis *ce* et maior quam dupla ad *dg*, et *kh* tangat parabolam *gh*, et ut *kg* ad *gi*, ita sit *ig* ad *gl;* erit *l* initium casus per parabolam *gh:* et sit *gx* media inter *ae*, *gd; gs* vero media inter *ig*, *gl:* demonstrandum est, *sx* maiorem esse quam *fb*.

$\square$ *fb* aequatur $\square^{is}$ *fa*, *ab*, idest est duplum $\square^{i}$ *gi;* et $\square$ *sx* aequatur $\square^{is}$ *sg*, *gx:* ostende ergo, $\square^{a}$ *sg*, *gx*, vel $\square^{um}$ *sx*, esse plus quam dupla $\square^{i}$ *ig*.



$\square^{um}$ *gx* aequatur $\square^{o}$ *igd:* ut *dg* ad *gx*, ita *gx* ad *gi:* ergo ut *dg* ad *gi*, ita $\square$ *dg* ad $\square$ *gx;* ut autem *dg*, seu *kg*, ad *gi*, ita *ig* ad *gl*. Quia ut $\square$ *xg* ad $\square$ *gi*, ita *ig* ad *gl;* ut autem *ig* ad *gl*, ita $\square$ *ig* ad $\square$ mediae inter *ig*, *gl*, quae sit *gs;* ergo ut $\square$ *xg* ad $\square$ *gi*, ita $\square$ *gi* ad $\square$ *gs*. Est autem *xg* minor quam *gi* (quia et *dg* minor est quam *gi*): ergo $\square$ *ig* minor est $\square^{o}$ mediae. Sed cum 3 $\square^{a}$ *xg*, *gi* et mediae sint proportionalia, erunt extrema plus quam dupla $\square^{i}$ *gi*[1].

---

[2]

---

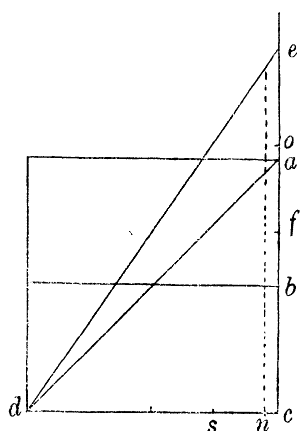
3. Le parole da *erit* a « gh » sono aggiunte in margine. — 4. Le parole da « gs » a « gl » sono aggiunte fra le righe. — 5. « sx » è sostituito ad « lx », che si legge cancellato. — 6-9. *et* $\square$ lx *aequatur* $\square^{is}$ lg, gx: *ostende ergo*, $\square^{a}$ lg, gx, *vel* $\square^{um}$ lx, *esse* — 17. Le parole « *quae sit* gs » sono aggiunte fra le righe. — 18. Dopo « *ita* $\square$ gi *ad* $\square$ » si leggeva « *mediae inter* ig, gl », che Galileo cancellò, sostituendo fra le righe « gs ». — 20-21. *plus quam dupa* — 21. Dopo « gi » segue, cancellato, *ergo multo plus quam dupla erunt* $\square^{a}$ xg, gl. —

[1] Cod. A, car. 111*r*., autografo di Galileo. Avvertiamo, per illustrazione delle varianti e per giustificare le correzioni da noi portate alle lin. 6-9, che Galileo s'era dapprima proposto di dimostrare che *lx* è maggiore di *fb*, poi stimò invece opportuno di riferire la dimostrazione ad *sx*, ed allora inserì *gs* come media fra *ig* e *gl* (lin. 4). Corretto pertanto nel primo luogo *lx* in *sx* (lin. 5), trascurò di sostituire in appresso *s* ad *l*, e soltanto aggiunse che aveva chiamato *gs* la media fra *ig* e *gl* (lin. 17), e sostituì *gs* dove la stessa media era nominata (lin. 18). — Cfr. pag. 294.

[2] Cod. A, car. 86*r*., autografo di Galileo. Vedi il facsimile II. — Cfr. pag. 294.

Sia l' angolo *adc* gradi 45: è manifesto che dalla sublimità *ab* nascerà la parabola, la cui altezza *bc*. Posto l' angolo *edc* gradi 55, si cerca la parabola alla elevazione di gradi 55, la cui sublimità e altezza siano eguali alla *ac*.

Con falsa posizione cerca se di tal parabola fusse l'asse nella *ec*, con la tangente *ed*, e però dividendo la *ec* in mezo in *f*, onde l'altezza



di tal parabola sia *fc* e la sublimità *fa*: il che allora sarebbe quando la metà dell' ampieza *cd* si trovasse esser media proporzionale tra la *cf* e la *fa*. Ma tra *ef* (cioè *fc*) ed *fa* media una minore della metà di *cd*, essendo che la metà di *cd* è media tra *cb* e *ba*: trova dunque quale è la sublimità tra la quale e la *fc* sia media la metà dell'ampiezza *cd*, cioè la *cb*, e trovata che sia, pongasegli eguale la *fo*, ed arassi la sublimità *of* descrivere la parabola, la cui altezza sia *fc* ed ampiezza *cd*.

È dunque tal parabola maggiore della cercata, secondo che la *oc* è maggiore della *ac*; ma ben gli è simile, sendo toccata dalla *ed*. Convien dunque descriverne altra simile, diminuendo la sua sublimità e ampiezza secondo la proporzione di *ca* a *co*. Facciasi dunque come *oc* a *ca*, così *cd* a *cn*.

Si cerca l' ampiezza *nd*.

Data la tangente *ce* mediante l'angolo dato *edc*, dividasi in mezo in *f*, e delle *fc*, *cs* sia 3ª proporzionale *fo*, che sarà la sublimità della parabola *fd*; congiugni *cf* con *fo*, facendo *oc*; facciasi poi come *oc* a *ca* così *cd* a *dn*, ed aremo l' ampiezza cercata, cioè della parabola la cui sublimità e altezza sono eguali alla *ac*, e per conseguenza nascono da impeti eguali de' proietti cacciati dal punto *d* [1].

---

10. Tra « *la* fa » e *Ma* si legge, cancellato, *nel quale media*. — *una* è sostituito fra le righe a « *la* gf », cancellato. — 11-15. Le parole da « *essendo che* » a « *ed arassi* » sono scritte in margine, e sostituite a « *alla quale è eguale la* fi; *per lo che, tirata la* io *perpendicolare alla* ec, *cioè parallela alla* ga, *si averà* », che si leggono cancellate. — 12. Tra « *e* ba » e *trova* si legge, cancellato, *Posta adunque la* fe *eguale alla metà di* ca. — 21. Tra « *a* co » e « *Facciasi* » si legge, cancellato: « *Tirisi dunque la retta* od, *la quale seghi la* ga *in* s, *e per* s *passi la parallela alla alla* [sic] ce, *che sia* tn: *aremo il triangolo* sdn *simile all'* ode, *e 'l* dtn *simile all'* edc ». — 26. Le parole « *congiugni* cf *con* fo, *facendo* oc » sono aggiunte in margine. —

[1] Cod. A, car. 122*t*., autografo di Galileo. — Cfr. pag. 294.

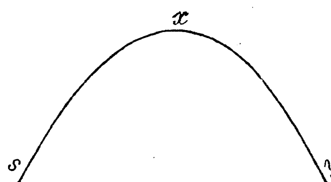
in triang.o rectang.o bcd. fiat ang.s d. equalis ang.lo
cbe. et iungatur eb. erit igitur triang.a dcb. ebc. similia
dividatur tota dc. bifariam in h. et parallela hi. sit ipsi
cb. dividatur posito ec. bifariam in f. et ducatur fg. paral-
lela bc. et fiat ut dh. ad hi. ita hi. ad hl. et iungatur
li. erit triang.m lih. simile triang.o dhi: et ob id simile
quoque ipsi efg. sed hi. est equalis gf. 4 igitur reliqua latera
hl. fe. equalia erunt, quare tertia proportionalis ipsarum
lh. hi. nempe hd. erit equalis 3.e proportionali ipsarum ef. fg.
sed ~~hl~~ 3.a proportionalis ipsarum lh. hi. est hd; dimi-
dia nempe totius dc. igitur 3.a proportionalis ipsarum
ef fg. equabitur dimidie cd. nempe ipsi ch.
sed ch. est equalis fl. cum cf. sit equalis
hl. et fh. communis. igitur 3.a proportionalis
ipsarum ~~ipsarum~~ ef. fg. erit fl. termi-
nata in puncto l. ubi terminatur
3.a proportionalis ipsarum dh. hi.
Ex hoc demonstrabitur proiectorum
sub elevationes a semirecta per
ang.os equales factorum amplitudi-
nes parabolarum esse equales

4 (utriusque n. dupla est bc)

d l m i h e n g f b c

Vedi pag. 433, nota 3.

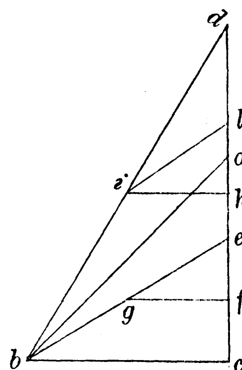
Tav. III



SIMPL. Che la palla ricacciata in su descriva la medesima *sx,* mi par duro.

SAGR. Ma se non vi par duro che, descrivendo la parabola intera *yxs,* possa ridescriver la *sxy,* non vedete che di necessità fa la *sx?* (1)

Sit ▽ rectangulum *abc,* latera habens aequalia *ac, cb.* Fiant ∠ aequales *dba, abe,* et divisa *ec* bifariam in *f,* et ducta *fg* parallela *cb,* fiat ut *ef* ad *fg,* ita *gf* ad *fl:* dico quod, si tota *dc* bifariam secetur in *h,* ducta *hi* parallela *bc,* erit ut *dh* ad *hi,* ita *ih* ad *hl.*



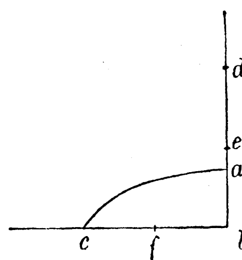
Quia enim angulus *cab* aequatur angulo *cba,* et *dba* angulo *abe,* et angulus *ceb* duobus *eab, abe* est aequalis, ergo *ceb* ipsi *cbd* aequabitur, et triangulus *ecb* triangulo *dcb* erit similis, et illis quoque et inter se similes sunt *egf, dih.* Sed quia est ut *ef* ad *fg,* ita *gf* ad *fl,* erit triangulus *agf* ipsi *egf* similis, et ipsi quoque *dih* (2).

---

(3)

Tabula altitudinum semiparabolarum infra elevationem gr. 45, quarum impetus est semper idem, nempe sublimitas cum altitudine 10000.

Sit impetus datus semper idem, nempe *bd,* ex altitudine et sublimitate composita linea *db* 10000; et quia dimidia amplitudo, nempe *bf,* mediat inter altitudinem et sublimitatem, intelligatur *db* divisa ita, ut □ partium sit aequale □° *fb.* Quod si *db* divisa sit bifariam in *e,* erit □ *be* aequale □ partium ipsius *db* et □ *ae;* si ergo a □ *be* dematur □ *fb* (seu dicas □ illi aequale, a partibus conten-



14. *ergo* ceb *ipsti* cbd —

(1) Cod. A, car. 106*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 296 e veggasi anche pag. 446, lin. 12 — pag. 447, lin. 29.

(2) Cod. A, car. 111*t.*, autografo di GALILEO. L' intero frammento è cassato con linee trasversali. — Cfr. pag. 297.

(3) Cod. A, car. 80, autografo di GALILEO. Vedi il facsimile III. — Cfr. pag. 297.

tum), remanebit □ *ea*, cuius radix, dempta ex *eb*, relinquet *ba* altitudinem quaesitam. Amplitudo autem *bc* iam calculata est ad singulos gradus elevationis [1].

Per trovar l' altezze delle parabole.

Dal □° della metà dell' impeto (che è l' altezza con la sublimità della parabola) cava il □° della metà dell' ampiezza della semiparabola; e la radice del rimanente, aggiunta alla metà dell'impeto, darà l' altezza cercata, quando l' elevazione è più di gradi 45. Per la presente tavola che si fabrica, la metà dell'impeto è sempre 5000. Ma se l' elevazione sarà meno di gradi 45, la detta radice del rimanente si de' sottrar dalla metà dell'impeto, ed il restante è l'altezza cercata [2].

---

ad elevationem gr. 22 proiectio in plano absumit amplitudinem ut 4 ad 3, nempe sexquitertia altitudinis [3].

Altitudines semiparabolarum, quarum eadem sit amplitudo, reperire.

Id autem absolvitur per dimidiam tangentem arcum elevationis datae semiparabolae.

Inventa, ex dictis, altitudine, sublimitates singularum semiparabolarum, quarum eadem sit amplitudo, facile reperies. Nam, cum dimidia amplitudo mediet inter altitudinem et sublimitatem, diviso □ mediae amplitudinis per altitudinem, habebimus sublimitatem, quae postea, addita altitudini, exibet impetum.

Fabricemus ergo tabulam sublimitatum, sitque semper dimidia amplitudo semiparabolae 5000, eius □ semper idem 25000000; elevatio sit gr. 1, tangens ipsius 174 $^1/_2$, qualium tangens gr. 45 est 10000; tangens gr. 1, 174 $^1/_2$; eius dimidium, 87 $^1/_4$: per hunc numerum divide □ 25000000 [4].

1. Tra *radix* e *dempta* si legge, cancellato, « adc ». —
9. Tra *5000* e *Ma* si legge, cancellato, *ed il suo □ 25000000*. — 11. *dalle metà* —
23. *aplitudo* —

---

[1] Cod. A, car. 103*t.*, autografo di Galileo. Il resto della car. 103*t.* e la car. 104*r.*-*t.* contengono calcoli numerici, relativi al computo della respettiva tavola. — Cfr. pag. 305.

[2] Cod. A, car. 110*r.*, autografo di Galileo. Il resto della car. 110*r.* e la car. 110*t.* contengono calcoli relativi al computo della respettiva tavola numerica. — Cfr. pag. 305.

[3] Cod. A, car. 102*r.*, autografo di Galileo.

[4] Cod. A, car. 125*t.*, autografo di Galileo. Nel resto del *tergo* della car. 125 e nel *recto* di essa, nonchè nel *recto* e nel *tergo* della precedente car. 124, si contengono calcoli numerici, relativi al computo della respettiva tavola. — Cfr. pag. 308.

Gr.	Amplitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum.	Altitudines semiparabolarum ab eodem impetu descriptarum, amplitudinibus congruentes.
45	10000 — 6	5000 — 173
46	9994 — 18	5173 — 173
47	9976 — 31	5346 — 177
48	9945 — 43	5523 — 175
49	9902 — 54	5698 — 170
50	9848 — 66	5868 — 170
51	9782 — 78	6038 — 169
52	9704 — 92	6207 — 172
53	9612 — 101	6379 — 167
54	9511 — 115	6546 — 164
55	9396 — 124	6710 — 163
56	9272 — 136	6873 — 160
57	9136 — 147	7033 — 158 [*sic*]
58	8989 — 160	7190 — 158
59	8829 — 170	7348 — 154
60	8659 — 178	7502 — 148 [*sic*]
61	8481 — 191	7649 — 147
62	8290 — 200	7796 — 143
63	8090 — 210	7939 — 139
64	7880 — 220	8078 — 136
65	7660 — 230 [*sic*]	8214 — 132
66	7431 — 240	8346 — 128
67	7191 — 247	8474 — 123
68	6944 — 252	8597 — 118
69	6692 — 264	8715 — 115
70	6428 — 271	8830 — 110
71	6157 — 279	8940 — 105
72	5878 — 286	9045 — 99
73	5592 — 292	9144 — 96
74	5300 — 300	9240 — 90
75	5000 — 306	9330 — 85
76	4694 — 311	9415 — 78
77	4383 — 316	9493 — 74
78	4067 — 321	9567 — 69
79	3746 — 326	9636 — 62
80	3420 — 330	9698 — 57
81	3090 — 334	9755 — 51
82	2756 — 337	9806 — 45
83	2419 — 340	9851 — 39
84	2079 — 343	9890 — 34
85	1736 — 345	9924 — 27
86	1391 — 346 [*sic*]	9951 — 21
87	1044 — 347 [*sic*]	9972 — 15
88	698 — 348 [*sic*]	9987 — 11 [1]
89	349	9998

Tabula altitudinum semiparabolarum infra elevationem gr. 45, quarum impetus sit idem etc.	
Gr.	*Altitudo.*
1	3 — 10
2	13 — 15
3	28 — 22
4	50 — 26
5	76 — 32
6	108 — 42
7	150 — 45 [*sic*]
8	194 — 51
9	245 — 57
10	302 — 63
11	365 — 67
12	432 — 74
13	506 — 79
14	585 — 85
15	670 — 90
16	760 — 95
17	855 — 100
18	955 — 105
19	1060 — 110
20	1170 — 115
21	1285 — 117
22	1402 — 125
23	1527 — 128
24	1655 — 131
25	1786 — 136
26	1922 — 139
27	2061 — 143
28	2204 — 147
29	2351 — 148
30	2499 — 154
31	2653 — 157
32	2810 — 157
33	2967 — 161
34	3128 — 161
35	3289 — 167
36	3456 — 165
37	3621 — 172
38	3793 — 169
39	3962 — 170
40	4132 — 170
41	4302 — 175
42	4477 — 177
43	4654 — 173 [2]
44	4827

[1] Cod. A, car. 118*t.*, autografo di Galileo. La parte di questa Tavola relativa alle altitudini delle semiparabole si legge, sempre di mano di Galileo, anche a car. 119*r.*, e di qui noi l'abbiamo fedelmente riprodotta, perchè i trascorsi di penna (che indichiamo con *sic*) sono in minor numero in questa redazione che in quella di car. 118*t.* A car. 119*r.* Galileo aggiunse tale redazione dopo la *Tabula altitudinum semiparabolarum infra elevationem gr. 45* ecc., qui pur da noi riprodotta. — Cfr. pag. 304.

[2] Cod. A, car. 119*r.*, autografo di Galileo. — Cfr. pag. 304.

Sublimitates parabolarum eiusdem amplitudinis partium 10000.

Gr.			Gr.	
1	574712	— 288998	46	9658
2	285714	— 94875	47	9325
3	190839	— 44707	48	9004
4	146132	— 31716	49	8692
5	114416		50	8390
6	96762		51	8099
7	81433		52	7813
8	71225		53	7535
9	63131		54	7265
10	56753		55	7002
11	51440		56	6744
12	47036		57	6494
13	43327		58	6248
14	40770		59	6000
15	37341		60	5814
16	34867		61	5543
17	32701		62	5317
18	30788		63	5095
19	29035		64	4877
20	27472		65	4654
21	26055		66	4452
22	24754		67	4245
23	23551		68	4040
24	22462		69	3838
25	21440		70	3776
26	20500		71	3443
27	19631		72	3249
28	18435		73	3057
29	18037		74	2867
30	17319		75	2679
31	16625		76	2493
32	16005		77	2308
33	15399		78	2125
34	14819		79	1943
35	14253		80	1763
36	13762		81	1583
37	13268		82	1405
38	12800		83	1243
39	12348		84	1051
40	11916		85	874
41	11504		86	699
42	11106		87	524
43	10767		88	349
44	10356		89	174 [1]
45	10000			

Tabula continens altitudines et sublimitates semiparabolarum quarum amplitudo sit eadem, partium scilicet 10000, ad singulos gradus elevationis calculata.

Elevationes. Gr.	Altitudines.	Sublimitates.	Gr.	Altitudines.	Sublimitates.
1	87	— 286533	46	5177	— 4828
2	175	— 142450	47	5362	— 4662
3	262	— 95802	48	5553	— 4502
4	349	— 71531	49	5752	— 4345
5	437 1/2	— 57142	50	5959	— 4195
6	525 1/2	— 47573	51	6174	— 4048
7	614	— 40716	52	6399	— 3906
8	702 1/2	— 35587	53	6635	— 3765
9	792	— 31565	54	6882	— 3632
10	881 1/2	— 28367	55	7141	— 3500
11	972	— 25720	56	7413	— 3372
12	1063	— 23518	57	7699	— 3234
13	1154	— 21701	58	8002	— 3123
14	1246	— 20056	59	8322	— 3004
15	1339	— 18663	60	8660	— 2887
16	1434	— 17405	61	9020	— 2771
17	1529	— 16355	62	9403	— 2658
18	1624	— 15389	63	9813	— 2547
19	1722	— 14522	64	10251	— 2438
20	1820	— 13736	65	10722	— 2331
21	1919	— 13024	66	11230	— 2226
22	2020	— 12376	67	11779	— 2122
23	2123	— 11778	68	12375	— 2020
24	2226	— 11230	69	13025	— 1919
25	2332	— 10722	70	13237	— 1819
26	2439	— 10253	71	14521	— 1721
27	2547	— 9812	72	15388	— 1624
28	2658	— 9404	73	16354	— 1528
29	2772	— 9020	74	17437	— 1433
30	2887	— 8659	75	18660	— 1339
31	3008	— 8336	76	20054	— 1246
32	3124	— 8001	77	21657	— 1154
33	3247	— 7699	78	23523	— 1062
34	3373	— 7413	79	25723	— 972
35	3501	— 7141	80	28356	— 881
36	3633	— 6882	81	31569	— 792
37	3768	— 6635	82	35577	— 702
38	3906	— 6395	83	40722	— 613
39	4049	— 6174	84	47572	— 525
40	4196	— 5959	85	57150	— 437
41	4346	— 5752	86	71503	— 349
42	4502	— 5553	87	95405	— 262
43	4662	— 5362	88	143181	— 174
44	4828	— 5177	89	286499	— 87 [2]
45	5000	— 5000			

[1] Cod. A, car. 103*r.*, autografo di GALILEO, cassato con linee trasversali.

[2] Cod. A, car. 118*t.*, autografo di GALILEO. — Cfr. pag. 307.

Il numero de' cubi ne' quali uno si risolve, è il numero cubo delle parti che [son] nel lato del cubo che si risolve: come, per esempio, diviso il lato del cubo in tre o quattro parti, i cubi che da esse parti si faranno, saranno 27 o 64; ed avendo ogni cubo sei quadrati in superficie, multiplicando 27 per 6 e 64 pur per 6, averemo i numeri de i quadrati che sono superficie de i detti cubi. Tutte le superficie de i piccoli cubi risoluti, prese insieme, alla superficie del cubo grande risoluto hanno la medesima proporzione che il numero delle parti del lato che si sega all'uno: e così tutte le superficie de i 27 cubi alla superficie del primo massimo cubo saranno triple, e tutte le superficie delli 64 cubetti, prese insieme, saranno quadruple della superficie dell'intero gran cubo, essendo che il lato di questo fu diviso in tre parti per cavarne li 27 cubi, ed in 4 per cavarne li cubi 64.

Il numero de i cubi che restano sepolti nel gran cubo si trova essere il numero cubo delle parti nelle quali si divide il lato del gran cubo, trattone dua; onde nascendo i 27 cubi dalla divisione in 3, tratto da questo numero 3, 2, resta uno, ed un solo sarà il cubo che rimane incluso e sepolto tra li 27. Otto saranno i cubi sepolti tra li 64 nascenti dalla divisione del primo gran lato in 4; imperò che, tratto dal 4, 2, resta 2, il cui cubo è otto: e così di tutti gli altri, etc.[1]

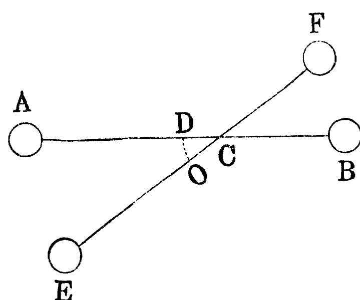
---

2. *parti che nel.* La copia di mano del VIVIANI ha *parti che è nel.* — 16. *nascendo di 27.* La copia di mano del VIVIANI ha *nascendo i 27.* —

---

[1] Cod. B, car. 19^{b}*t.*, di mano di VINCENZIO GALILEI iun. Nel T. IX della Par. V dei Mss. Galileiani, car. 188*r.*, si legge, di mano del VIVIANI, quanto appresso: « In un esemplare

Sagr. Sia sostenuta nel punto C la libra di braccia diseguali, AC maggiore, CB minore: cercasi la cagione onde avvenga che, posti nell' estremità due pesi eguali A, B, la libra non resti in quiete ed equilibrio, ma inclini dalla parte del braccio maggiore, trasferendosi come in EF. La ragione che comunemente se ne assegna è perchè la velocità del peso A, nello scendere, sarebbe maggiore della velocità del peso B, per essere la distanza CA maggiore della CB; onde il mobile A, quanto al peso, eguale al B, lo supera quanto al momento della velocità, e però gli prevale, e scende sollevando l'altro. Dubitasi circa il valore di tal ragione, la quale pare che non abbi forza di concludere: perchè è ben vero che il momento di un grave si accresce, congiunto con velocità, sopra il momento di un grave eguale che sia costituito in quiete; ma che, posti amendue in quiete, cioè dove non sia pur moto, non che velocità maggiore di un' altra, quella maggioranza che non è, ma ancora ha da essere, possa produrre un effetto presente, ha qualche durezza nel potersi apprendere, ed io veramente ci sento difficultà notabile.



Salv. V. S. ha molto ben ragione da dubitare; ed io ancora non restando ben sodisfatto di simile discorso, trovai di quietarmi per un altro verso molto semplice e speditivo, senza suppor niente altro che la prima e comunissima nozione, cioè che le cose gravi vanno all'in giù in tutte le maniere che gli viene permesso. Quando nella libra AB voi ponete due pesi eguali, se voi la lascerete andare liberamente, ella

---

de' Discorsi e Dimostrazioni matematiche del Sig. Galileo stampati in Leida, nelle guardie avanti al frontispizio, vi è scritto, di dettatura del medesimo Galileo, quanto segue; e questo esemplare si trova appresso il Sig. Cosimo ». Dopo ciò séguita il Viviani: « Di mano di Pier Ferri, suo servidore, in tempo che già il Sig. Galileo era divenuto cieco », e qui egli trascrive lo squarcio che noi pubblichiamo a pag. 441, lin. 1-15; e appresso continua: « Segue di mano del Sig. Vincenzio Galilei, suo figliuolo, e credo anche che sia suo disteso », e dopo questa nota trascrive (car. 188*r.-t.*) il tratto che abbiamo riprodotto ora (pag. 437, lin. 1-20), uno squarcio che stamperemo in un' altra parte di questo volume, e (car. 189*r.*) ciò che riproduciamo a pag. 446, lin. 6-11. Gli originali di mano di Pier Ferri e di Vincenzio Galilei, dai quali il Viviani trascrive (con modificazioni, però, ch' egli stesso dichiara d' aver introdotto), sono appunto nel cod. B, car. 19[b]*r.-t.* e 20*r.*, e sopra di essi è condotta la nostra edizione. — Cfr. pag. 133.

se ne calerà al centro delle cose gravi, mantenendo sempre il centro della sua gravità (che è il punto di mezzo D) nella retta che da esso va al centro universale; ma se voi a cotal moto opporrete un intoppo sotto il centro D, il moto si fermerà, restando la libra con i suoi pesi in equilibrio; ma se l'intoppo si metterà fuor del centro D, come sarebbe in C, tal intoppo non fermerà la bilancia, ma devierà il centro D dalla perpendicolare per la quale camminava, e lo farà scendere per l'arco DO. Insomma la libra con i due pesi è un corpo ed un grave solo, il cui centro della gravità è il punto D, e questo solo corpo grave scenderà quanto potrà, e la sua scesa è regolata dal centro di gravità suo proprio: quando voi gli supponete il sostegno, il centro D cala in O, e così quel che scende è tutto il corpo aggregato e composto della libra e suoi pesi. La risposta, dunque, propria alla interrogazione perchè inclina la libra etc., è perchè, come quella che è una mole sola, scende e si avvicina quanto può al centro comune di tutti i gravi [1].

4. Tra *centro* e *D* si legge, cancellato, *dalla perpendicolare*. — 13. *corpo e aggregato* —

[1] Cod. B, car. 15*t.* e 16*r.*, di mano del VIVIANI, il quale, in capo al frammento, avverte: « Di questo ho l'originale ». L'intero frammento è cancellato con una linea trasversale. — Cfr. pag. 152.

Nei Mss. Galileiani, Tomo CXXXV dei *Discepoli*, autografo del VIVIANI e da lui intitolato *Raccolta d'esperienze senz'ordine e di pensieri diversi di me Vincenzio Viviani, in diversi propositi sovvenutimi intorno a materie meccaniche, fisiche, astronomiche, filosofiche ed altro, etc.*, si ha, a car. 18*r.*–19*r.*, quanto segue:

« Trovandomi un giorno a ragionamento di varie materie con un tal Sig. Simplicio Patrizio, anconitano, passò questi ad interrogarmi sopra il seguente dubbio meccanico, il quale, per meglio esplicare, rappresenterò con alquanto di figura, nel modo appresso.

Sia sostenuta nel punto C la libra di braccia diseguali, AC maggiore, CB minore: cercasi la cagione onde avvenga che, posti nell'estremità due pesi eguali A, B, la libra non resti in quiete ed in equilibrio, ma inclini dalla parte del braccio maggiore, trasferendosi come in EF. La ragione che comunemente se ne assegna è perchè la velocità del peso A, nello scendere, sarebbe maggiore della velocità del peso B, per esser la distanza CA maggiore della distanza CB; onde il mobile A, eguale quanto al peso al B, lo supera quanto al momento della velocità, e però gli prevale, e scende sollevando l'altro. Qui dubitasi circa il valor di tal ragione, la qual par che non abbia forza di concludere: perchè è ben vero che il momento d'un grave s'accresce, congiunto con velocità, sopra il momento d'un grave eguale che sia costituito in quiete; ma che, posti amendue in quiete, cioè dove non sia nè pur moto, non che velocità maggiore d'un'altra, quella maggioranza che ancora non è, ma ancora ha da essere, possa produrre un effetto presente, ha qualche durezza nel potersi apprendere, sentendovisi veramente difficoltà notabile, etc.

A così fatta instanza sovvenemi di subito rispondere, alla presenza ancora di amico caro, che fu il Sig. Cosimo Galilei (quale io adduco in testimonio in ogni caso che il Sig. Patrizio, scordandosi aver ricevuto da me tal risposta e credendosela propria, in qualche occasione se ne vestisse), che con

molto apparente ragione Sua Signoria Eccellentissima dubitava, non restando ancor io ben sodisfatto di tal discorso, ma che io credeva ben di poter quietarlo con una ragione potissima, semplicissima e spedita, senza supporre altro che la prima e comunissima notizia meccanica; cioè che tutte le cose gravi vanno all' in giù in tutte le maniere che gli vien permesso, e che quando possono scendere, benchè per minimo spazio, sempre se ne ingegnano.

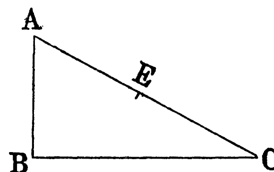
Per esempio, quando nella suddetta libra AB si pongono due gravi eguali, se questa si lascerà andare liberamente, finchè non trovi intoppo se ne calerà al centro comune delle cose gravi, mantenendo sempre il centro della sua gravità (che è il punto di mezzo D) nella retta che da esso va al centro universale, poi che un grave in tanto si muove e scende naturalmente, in quanto il suo centro di gravità può acquistare e scender verso il centro comune, etc.; ma se in questo moto della libra si opporrà un intoppo sotto il centro D, il moto si fermerà, restando la libra co' i suoi pesi in equilibrio, non potendo il lor centro di gravità comune D calare a basso; ma se l' intoppo si metterà fuor del centro D, come sarebbe in C, tal intoppo non fermerà la bilancia, ma il centro D devierà dalla perpendicolare per la quale camminava, e così scenderà come gli è permesso dal sostegno C, cioè per l' arco DO. In somma questa libra con i due pesi eguali nell' estremità è un corpo solo ed un grave solo, il cui centro di gravità è il punto D, e questo solo corpo grave scenderà sempre quando e quanto potrà, e la sua scesa sarà regolata dal centro di gravità suo proprio; e quando se gli sottopone il sostegno C, il centro D cala in O, seguitando anche di muoversi fino al perpendicolo etc., sì che quello che scende è tutto il corpo aggregato e composto della libra e suoi pesi.

La risposta, adunque, propria ed adequata all' interrogazione perchè inclini la libra sospesa fuor del centro etc., è perchè, come quella che è una sola macchina, trovandosi qualche poco in libertà, scende e si avvicina quanto più può al centro comune di tutti i gravi; essendo massima indubitabile, che qualunque volta una machina di uno o più gravi etc. abbia il suo comun centro di gravità costituito in luogo che possa per qualche parte, benchè minima, far qualche acquisto verso il comun centro de' gravi, cioè della Terra, sempre si muova e descenda, e quando tal centro col muoversi non possa subito far qualche acquisto *deorsum*, se ne stia infallibilmente in una perpetua quiete. »

La figura che accompagna questo squarcio è eguale a quella che, dal cod. B, riproduciamo a pag. 438.

De i moti fatti in tempi eguali gli spazii stanno come le velocità; de i fatti con velocità eguale gli spazii stanno come i tempi; de' fatti in spazii eguali le velocità rispondono contrariamente a i tempi.

Posta la parte AE eguale alla AB, il tempo per AB al tempo per AC sta come AB ad AC, cioè come AE ad AC: ma come il tempo per AC al tempo per AE, così la media tra le AC, AE alla AE: adunque come il tempo per AB al tempo per AE, così la AB, cioè la AE, alla detta media. Ma [come] la velocità per AC alla velocità per AE, così la medesima media alla AE: adunque la velocità per AB (che è la medesima che la velocità per AC) alla velocità per AE sta come quella media alla AE. Adunque è manifesto che i tempi per le eguali AB, AE rispondono contrariamente alle velocità per le medesime: il che bisognava dimostrare [1].



.... surto su l'ancore, si dessero le vele al vento e si sarpasse: dove la forza del vento non subitamente imprime la massima velocità alla nave, ma successivamente e con tempo, avvenga che nel principio la trovò immota, e poi e di mano in mano opera sopra il mobile conti-

9. *Ma la velocità.* Il Viviani, trascrivendo questo brano, aggiunge *come.* — 12. *come la AE a quella media.* Il Viviani trascrive *come AE a quella media,* ma poi indica doversi correggere queste parole in *come quella media a AE,* « perchè » egli scrive « nell'originale son posposte ». —

[1] Cod. B, car. 19^b*r.*, di mano di Pier Ferri; e Mss. Galileiani, Par. V, T. IX, car. 188*r.*, di mano del Viviani: vedi pag. 437, nota 1. — Cfr. pag. 193.

nuamente affetto di maggiore velocità. Nè doviamo porre alcuna differenza tra gl' impulsi dati per intervalli e quello che vien conferito con forza continuata, perchè sì come tra gl' impulsi interrotti nessuna varietà si deve considerare se talvolta in 10 minuti di tempo si dieno 20 vogate o 30 o 100 o 1000, così nè anche può cader alcuna alterazione tra quelli e l' impulso continuato, non sendo questo altro che una frequentissima moltitudine di spinte, cioè di infinite, dentro all' istesso tempo. Non basta dunque che il mobile il mezzo e la facoltà sieno sempre l' istesse, a fare l' introduzione di una tanta celerità; ma vi vuole, partendosi il mobile dalla quiete, una successione di tempo.

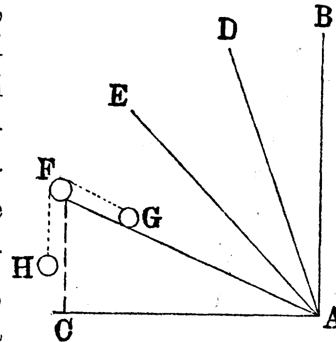
In simil guisa penso io che proceda il negozio ne i mobili naturali, partendosi dalla quiete, dove da qualche impedimento erano ritenuti: perchè, il mezzo sia sempre l' istesso, l' istesso il mobile e l'istessa la gravità movente, tutta via essa gravità su 'l principio opera sopra un mobile non abituato di moto alcuno, ma poi successivamente va operando sopra mobile affetto di velocità; onde, operando essa virtù nel modo istesso, muove più, perchè accresce moto sopra mobile che ella ritrova in moto [1].

Che i gravi descendenti dalla medesima sublimità sopra l' orizonte per linee rette in qualsivoglia modo inclinate, si trovino, giunti che sieno all' orizonte, aver acquistato eguali gradi di velocità (proposizione sin qui da me supposta, e solo con esperienze e probabili discorsi confermata), potremo nel seguente modo dimostrativamente provare; pigliando come effetto notissimo, le velocità dell'istesso mobile esser diverse sopra diverse inclinazioni di piani, e la massima esser per la linea perpendicolarmente sopra l' orizonte elevata, e per l' altre inclinate diminuirsi tal velocità secondo che dal perpendicolo si discostano, cioè più obliquamente s' inclinano: dal che si scorge che l' impeto, il talento, o vogliam dire il momento o energia, del discendere, nel mobile vien diminuita dal soggetto piano, sopra il quale egli si appoggia e discende.

---

[1] Cod. B, car. 14*t.*, di mano del VIVIANI. In calce al frammento si legge l'annotazione, di pugno dello stesso VIVIANI: « Di questo ho l' originale ». — Cfr. pag. 201.

E per meglio dichiararmi, intendasi la linea AB, perpendicolarmente eretta sopra l'orizzonte AC; pongasi poi la medesima in diverse inclinazioni verso l'orizzonte piegata, come in AD, AE, AF, etc.: dico che è assai manifesto che l'impeto massimo e totale del grave per discendere è nella perpendicolare BA, dove non è resistenza o impedimento di piano; minore di questo totale è nella DA, e minore ancora nella EA; e successivamente andarsi diminuendo nella FA, e finalmente esser del tutto estinto nella orizzontale CA, dove il mobile non ha per sè stesso inclinazione alcuna, nè men resistenza, all'esser mosso.



Appresa questa mutazione d'impeto, mi fa mestieri di ritrovare e dimostrare con qual proporzione ella si faccia, con tutto che in altro luogo io abbia ciò dimostrato e diversamente. Per esempio, del piano inclinato AF tirisi la sua elevazione sopra l'orizonte, cioè la linea perpendicolare FC, per la quale l'impeto ed il momento del discendere di un grave è il massimo: cercasi qual proporzione abbia adesso tal impeto massimo all'impeto del medesimo grave per l'inclinata FA.

È manifesto, tanto essere per l'appunto l'impeto del suo discendere, quanta è la resistenza o forza minima che basti per vietargli la scesa e fermarlo: mi voglio servir, per tal misura, della gravità d'un altro mobile. Intendasi, sopra il piano FA posare il mobile G, il quale venga ritenuto col filo che, cavalcando sopra F e pendendo a perpendicolo, abbia attaccato un peso H, il quale, gravando a piombo, proibisca al grave G lo scender per l'inclinata FA, cioè sieno tali mobili in istato d'equilibrio. Or, riducendosi alla memoria quello che si dimostra in tutti i casi de' movimenti meccanici, cioè che la velocità del moto d'un mobile men grave compensa, con reciproca proporzione della gravità, la minor velocità d'altro mobile più grave, che è quanto a dire che gli spazi passati da essi nell'istesso tempo abbiano reciproca proporzione delle lor gravità; consideriamo che lo spazio della scesa o salita a perpendicolo del grave H, quando mai si muovesse, è ben eguale a tutta la salita o scesa del mobile G

19. Tra *cercasi* e *qual* leggesi, cancellato, *adesso*. —

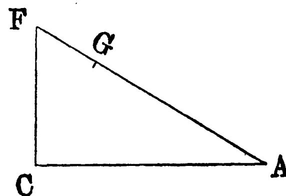
per l' inclinata AF, ma non già alla salita o scesa a perpendicolo, nella quale esso mobile esercita la sua resistenza. Il che è manifesto. Imperocchè considerando, nel triangolo AFC il moto, v. g., da A in F esser composto del traversale orizontale AC e del perpendicolare CF; ed essendo che, quanto all' orizzontale, niuna sia la resistenza del mobile; resta, la resistenza essere solamente rispetto alla perpendicolare CF. Mentre dunque il mobile G, muovendosi, per esempio, da A in F, resiste solo, nel salire, lo spazio perpendicolare CF, ma che l' altro grave H scende a perpendicolo quanto è tutto lo spazio FA, possiamo ragionevolmente affermare, le velocità e gli spazi passati nel medesimo tempo da tali mobili dover risponder reciprocamente alle loro gravità; e basterà, per impedir la scesa del peso H, che il grave G sia tanto più grave di quello H, quanto l' inclinata AF è maggiore della perpendicolare FC. E perchè siamo convenuti, che tanto sia l' impeto, l' energia o 'l momento [. . . .] al moto del mobile, quanto è la forza o resistenza minima che basta a fermarlo, concludiamo, l' impeto per l' inclinata all' impeto massimo per la perpendicolare stare com' essa perpendicolare, cioè come l' elevazione della medesima inclinata, alla lunghezza dell' inclinata.

Stabilito ciò, e posto che il mobile grave, partendosi dalla quiete e naturalmente scendendo, vada con eguali aggiunte in tempi uguali accrescendo la sua velocità, come vien da me definito il moto accelerato nel mio Libro; onde, come quivi io dimostro, gli spazi passati sono in duplicata proporzione de' tempi, ed in conseguenza de i gradi di velocità, la quale, come si è detto, cresce con la proporzione del tempo; dimostreremo la nostra conclusione, cioè i gradi di velocità nell' orizonte esser eguali, quelli però acquistati dal mobile che dalla quiete si parta da qualunque altezza, e per quali si sieno inclinazioni pervenga all' orizzonte.

E qui devesi avvertire, che posto che in quali si voglino inclinazioni il mobile dalla partita dalla quiete vada crescendo la velocità con la proporzione del tempo, e in conseguenza la quantità dell' impeto; quali furono gl' impeti nella prima mossa, tali saranno i gradi delle velocità guadagnati nello stesso tempo, poi che e questi e quelli crescono con la medesima proporzione nel medesimo tempo.

15. *o 'l momento al.* Cfr. pag. 217, lin. 22. — 35. *proporzione del medesimo.* Cfr. pag. 218, lin. 16. —

Ora sia il piano inclinato FA, la sua elevazione sopra l'orizonte la perpendicolare FC, e l'orizontale CA; e prendasi nell'inclinata FA la FG, terza proporzionale dopo AF, FC: e perchè l'impeto per la perpendicolare FC all'impeto per l'inclinata FA sta come FA ad FC, i medesimi impeti staranno come le FC, FG. Il mobile, dunque, nell'istesso tempo che passasse uno spazio [....] eguale all'FG nell'inclinata FA, ed il grado di velocità in C al grado di velocità in G averebbe la medesima proporzione della FC alla FG. Ma il grado di velocità in A al grado in G ha la medesima proporzione che la AF alla FC, cioè che la FC alla FG; adunque i gradi in A ed in C al grado in G ànno la medesima proporzione, e però son fra loro eguali: che è quel che doveva dimostrarsi [1].



7. *spazio eguale.* Cfr. pag. 218, lin. 26-27. —

[1] Cod. B, car. 11*r*.-13*t*., di mano del VIVIANI, che premette a questo frammento il titolo: « Dimostrazione trovata dal gran Galileo l'anno 1639 ». — Cfr. pag. 214-219.

Il mobile nel descrivere la parabola, benchè angustissima, non passa per la quiete nel termine altissimo, ma sì bene nel muoversi per la perpendicolare, cioè ritornando per la medesima retta in giù: e se Aristotele avesse detto che nel moto reflesso si passa per la quiete, averebbe detto bene[1].

Cercare di assegnare la ragione onde avvenga che la palla tirata in su col moschetto, incontrando dieci o 12 braccia lontano un petto a botta, lo sfonda, sopra il quale cadendo ella dall' altezza dove il moschetto la caccerebbe, percotendo nel ritorno in giù sopra il medesimo petto, assai minore effetto vi farebbe, e forse appena l' ammacche-rebbe un poco[2].

Simp. Di grazia, prima che passar più avanti, fatemi restar capace in qual modo si verifichi quel converso che l' Autore suppone come chiaro e indubitato: dico che, venendo il proietto da alto a basso descrivendo la semiparabola, cacciato per il converso da basso ad alto, ci debba ritornare per la medesima linea, ricalcando precisamente le

2. La copia moderna legge *per la quiete nel suo vertice altissimo.* —

[1] Cod. B, car. 14*t.*, di mano del Viviani, il quale premette questa indicazione: « Da una nota di mano del Galileo, in una faccia della bozza *De motu e Della percossa* ». Il frammento è cancellato con linee trasversali. Se ne ha copia di mano moderna, e forse del nostro secolo, nel T. III della Par. VI dei Mss. Galileiani, car. 36*r.*, premessavi la seguente indicazione: « Copia di nota che si trova di mano del Galileo in una faccia del suo libro o bozza *De motu naturali et accelerato* ».

[2] Cod. B, car. 20*r.*, di mano di Vincenzio Galilei iun.; e Mss. Galileiani, Par. V, T. IX, car. 189*r.*, di mano del Viviani: vedi pag. 437, nota 1. — Cfr. pag. 279.

medesime vestigie, non avendo, per ciò fare, altro regolatore che la direzzione della semplice linea retta toccante la già disegnata semiparabola; nella cui delineazione, fatta dall'alto al basso, l'impeto trasversale orizontale mi quieta nello ammettere la molta curvazione nella sommità, ma non so intendere nè discernere come l'impulso fatto da basso per una retta tangente possa restituire un impeto trasversale atto a regolare quella medesima curvità.

Salv. V. S., Sig. Simplicio, nel nominare la retta tangente, lasciate una condizione, cioè tangente ed inclinata; la qual inclinazione è bastante a fare che il proietto in tempi eguali si accosti orizontalmente per spazii eguali all'asse della parabola, come forse più a basso intenderemo.

Sagr. Ma intanto, per ora, ditemi, Sig. Simplicio: credete voi che la linea descritta da un proietto da basso ad alto secondo qualche inclinazione sia veramente un'intera linea parabolica? e che niente importi che la proiezzione si faccia da levante verso ponente, o per l'opposito?

Simp. Credolo, purchè la elevazione sia la medesima e che la forza del proiciente sia l'istessa.

Sagr. Come voi ammettete questo, fatto che si sia un tiro da qualsivoglia parte, che cosa vi ha da mettere in dubbio che la semiparabola da basso ad alto del secondo tiro, che si faccia in contrario del primo, non sia la medesima che la seconda semiparabola del primo tiro, sì che il proietto ritorni per la medesima strada? Quando ciò non fusse, nè anco la parabola intera del secondo tiro sarebbe simile a quella del primo.

Simp. Già intendo e mi quieto; però seguiamo.

Theorema, Propositio VIII^{a}.

Amplitudines orizontales parabolarum etc.[1]

---

16. Tra *che la* e *proiezzione* si legge, cancellato, *inclinazione*. —

---

[1] Cod. B, car. 14*r*., di mano del Viviani, il quale in capo al frammento, che è cancellato con una linea trasversale, avverte: « A car. 290, dopo il *Salv. Or sentiamo la dimostrazione* etc., vi è questa rimessa, non stampata, di mano pure del Galileo; ma ne ho l'originale ». Il luogo dei *Discorsi e Dimostrazioni* ecc. qui citato dal Viviani è, nell'edizione originale, alla pagina che porta il numero *290* per errore di stampa, mentre dovrebbe essere *270*. Cfr., nella presente ristampa, pag. 296, lin. 32. Veggasi anche pag. 433, lin. 1-6.

Quando V. S., Sig. Sagredo, mi fece intermetter la lettura, pensai che ella si ritrovasse involta in una veramente strana fantasia, la quale a me ed all'Autore stesso ha dato assai che pensare; ed io per me mi trovo sempre più irresoluto, e quello che mi confonde e perturba è questo [1].

[1] Cod. B, car. 15r., di mano del VIVIANI. Manca l'espressa dichiarazione consueta, di averne l'originale; ma è frammezzo ad altri frammenti, per i quali tale dichiarazione è fatta. — Cfr. per luoghi simili pag. 210, 223, 269, 283, 285, ecc.

LE

OPERAZIONI ASTRONOMICHE.

AVVERTIMENTO.

Non era compiuta peranco la stampa dei *Dialoghi delle Nuove Scienze*, e già Galileo, nonostante la perdita totale dell'occhio destro e che dell'altro, per l'abbondante lacrimazione, non potesse servirsi, tuttavia volgeva l'animo a nuovi lavori, e ne dava ragguaglio al P. Fulgenzio Micanzio, scrivendogli il 5 novembre 1637: « Sono intorno al distendere un catalogo delle più importanti operazioni astronomiche, le quali riduco ad una precisione tanto esquisita, che, mercè della qualità degli strumenti per le osservazioni della vista e per quelli co' quali misuro il tempo, conseguisco precisioni sottilissime, quanto alla misura non solamente di gradi e minuti primi, ma di secondi e terzi e quarti ancora; e quanto a' tempi, parimente esattamente si hanno le ore, minuti primi, secondi e terzi, e più, se più ne piace: mercè delle quali invenzioni si ottengono nella scienza astronomica quelle certezze che sin ora, co' mezzi consueti, non si sono conseguite » [1]. È da credere che al principio dell'anno successivo egli avesse già compiuto il lavoro a cui accennava con queste parole, poichè ad Elia Diodati, che con lettera del 22 dicembre 1637 gli chiedeva « la nota particolare dell'opere sue sin qui non stampate », [2] rispondeva, tra l'altro, addì 23 gennaio 1638: « O di poi una mano d'operazioni astronomiche, parte delle quali acquistan perfezione dall'uso del telescopio, ed altre dalla maggiore squisitezza nella fabbrica degli astronomici strumenti; mercè de' quali aiuti, tutte l'osservazioni celesti potranno esser con notabile acquisto poste in opera » [3].

Le *Operazioni Astronomiche* avrebbero dovuto, secondo l'opinione del Viviani, esser comprese, insieme con altre scritture, nella continuazione della così detta Quinta Giornata delle *Nuove Scienze* [4]: ma non essendo state pubblicate dall'Autore, rimasero inedite tra le carte ereditate dal figlio Vincenzio. Questi, in una delle

---

(1) Bibl. Marciana, Cl. X. Ital., cod. XLVII, car. 15.

(2) *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza Universale delle Proporzioni, spiegata colla dottrina del Galileo, con nuov'ordine distesa e per la prima volta pubblicata da* VINCENZIO VIVIANI, *ultimo suo discepolo*, ecc. In Firenze, M.DC.LXXIV, pag. 84.

(3) *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., pag. 85.

(4) Op. cit., pag. 102. Si avvertano, a questo proposito, le parole con cui cominciano le *Operazioni*: « I ragionamenti che ne i giorni passati ecc. ».

frequenti occasioni che Vincenzio Viviani aveva di trovarsi con lui, dettò all'ultimo discepolo di Galileo, tra l'altro, anche « il disteso di sei Operazioni Astronomiche » [1], e il Viviani, più tardi, potè altresì riscontrare la sua copia con l'originale, quando questo era passato nelle mani di Cosimo, figliuolo di Vincenzio Galilei [2]. Siffatta copia, che il Viviani dice di avere scritto sotto dettatura di Vincenzio Galilei, è molto probabilmente quella che, di mano del Viviani, si trova oggi nel Tomo VI (car. 38*r*.-46*t*.) della Par. IV dei Manoscritti Galileiani posseduti dalla Biblioteca Nazionale di Firenze, e che comprende appunto le prime sei Operazioni e l'intitolazione della settima [3]; e su di essa noi abbiamo fedelmente condotta l'edizione della presente scrittura, che è verisimile sia stata lasciata così incompiuta dall'Autore stesso [4].

Alle *Operazioni Astronomiche* abbiamo creduto opportuno soggiungere, come appendice, due brevi scritture nelle quali due discepoli di Galileo ci hanno lasciata memoria di un'invenzione del Maestro per misurare il diametro apparente delle stelle, problema a cui si riferisce anche la seconda delle *Operazioni*. La prima di queste scritture si legge, di mano del secolo XVII, a car. 35*r*.-36*r*. del citato Tomo VI della Par. IV dei Manoscritti Galileiani: e Vincenzio Viviani, in una nota che di suo pugno vi ha premesso, c'informa che è cavata da un libro di *Ricordi in materia d'agricoltura e d'economia e d'altre occorrenze domestiche* di Niccolò Arrighetti [5]. La seconda scrittura è stata distesa probabilmente dal Viviani: di sua mano infatti essa si legge in un foglio (car. 37*r*.-*t*. del medesimo Tomo VI), che ha tutto l'aspetto d'essere una bozza originale [6].

---

(1) Op. cit., pag. 102.

(2) Op. cit., pag. 104.

(3) In capo alla prima carta il VIVIANI ha notato, in matita: « Di mano di M. M. Ambrogetti, in fogli n.° 4 »; il che vuol dire, a quanto crediamo, che l'originale di questa scrittura era di mano non di GALILEO, ma di Messer MARCO AMBROGETTI, del quale è noto che GALILEO si servì, come di amanuense, appunto negli anni 1637–1638 (*Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., pag. 83, 87). Che la copia di mano del VIVIANI a noi pervenuta sia quella stessa che a lui fu dettata da VINCENZIO GALILEI e che poi egli riscontrò con l'aiuto di COSIMO GALILEI, è confermato, a quanto pare, dalla postilla di pugno del VIVIANI che pubblichiamo a pag. 456, nota 1: a questa postilla infatti è molto probabile che il VIVIANI alluda, quando scrive, nel *Quinto libro* ecc., pag. 104, parlando del riscontro della sua trascrizione con l'originale, che « nel margine di quello sovviemmi ch'io feci di mia mano una certa nota ».

(4) Appiè della pag. 463 abbiamo notato un materiale trascorso di penna del VIVIANI, che abbiamo corretto nel testo. — È probabile che della copia che è ora tra i Manoscritti Galileiani si siano serviti anche gli editori fiorentini del 1718, che per primi pubblicarono le *Operazioni Astronomiche* (*Opere di* GALILEO GALILEI ecc. In Firenze. MDCCXVIII. Nella Stamp. di S. A. R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi. Tomo III, pag. 457-467), e che, come altre volte abbiamo avvertito, per le scritture prima inedite si valsero appunto di manoscritti già appartenuti al VIVIANI. L'edizione del 1718 però non riproduce fedelmente il manoscritto.

(5) Il TARGIONI TOZZETTI, *Notizie degli aggrandimenti delle scienze fisiche* ecc., Tomo III, In Firenze MDCCLXXX, pag. 109, dice d'aver visto nella libreria di GIOVANNI BATISTA NELLI lo zibaldone autografo dell'ARRIGHETTI intitolato: *1638. Questo libro è di Niccolò di Francesco Arrighetti, sul quale farà alcuni ricordi in materia d'agricoltura e d'economia e d'altre occorrenze domestiche.* Noi l'abbiamo cercato inutilmente tra quei manoscritti della libreria NELLI che oggi sono nella Biblioteca Nazionale di Firenze.

(6) Si veggano, in prova di ciò, le correzioni interlineari e contestuali che registriamo appiè della scrittura; e s'avverta altresì che questa rimane in tronco nel manoscritto.

LE OPERAZIONI ASTRONOMICHE.

I ragionamenti che ne i giorni passati sono occorsi intorno all' esquisitezza de gli strumenti astronomici usati da gli osservatori sin qui, ed in particolare da Ticone Brahe, con spese eccessive, mi hanno porta occasione di rinovare alcuni miei pensieri sopra questa materia; li quali, s' io non m' inganno, mi fanno credere, potersi con istrumenti assai più semplici, e molto più esatti, conseguire le medesime notizie, ed altre appresso non tentate ancora, e con tutto ciò utilissime e grandi, nel medesimo affare.

È noto a ciascuno, due esser i mezzi principalissimi e necessarissimi per far le celesti osservazioni con puntualissima giustezza: l' uno de' quali è il potersi servire d' un misuratore del tempo che senz' errore d' un momento ci somministri l' ore e le loro frazzioni, fino a' minuti primi, secondi e terzi, e più, se più bisognassero; l' altro è il trovarsi forniti di strumenti per prender l' altezze delle stelle e le distanze tra esse ed altre simili misure necessarie. Dirò la fabbrica e 'l modo di perfezzionar l' una e l' altra sorta di strumenti.

Esattissimo compartitore, in minutissime particelle, del tempo è un pendolo appeso a un sottil filo di qualsivoglia grandezza; il qual pendolo, essendo di materia grave, rimosso dal perpendicolo e lasciato liberamente scorrere, fa le sue reciprocazioni, o vogliam dir vibrazioni, siano pur grandi o piccole, perpetuamente sotto tempi ugualissimi. Il modo poi di trovare, mercè di questo, esattamente la quantità di qualsivoglia tempo ridotto ad ore, minuti, secondi etc., che sono le particole comunemente usate da gli astronomi, sarà tale.

Accomodato un tal pendolo, di lunghezza, per esempio, d' un palmo o di mezzo braccio, e facendolo andare, e per una volta tanto numerando con pazzienza le vibrazioni che passano in un giorno naturale, conseguiremo il nostro intento, tutta volta però che abbiamo una precisa conversione di detto giorno, o vogliam dire dell' equinoziale. E per ottener questa, voglio che si fermi un telescopio esquisito, di lunghezza di quattro braccia o più, verso qualche stella fissa quand' ell' è intorno al meridiano, e tenendo sempre immobile il telescopio, aggiustato già alla stella, si continui di rimirarla sino all' ultimo punto ch' ella scappa fuori della vista; nel qual punto si comincino a numerare le vibrazioni del pendolo, continuando la notte e 'l giorno seguente sino al ritorno della medesima fissa incontro al telescopio conservato sempre immobilmente nel medesimo posto; ed aspettando che la stella scappi fuori della vista nel modo che fece nella precedente osservazione, ritengasi il numero delle vibrazioni scorse in tutto questo tempo: imperochè da esse in tutte l' altre osservazioni di tempi potremo avere le quantità loro in ore, minuti, secondi e terzi etc., operando con la seguente regola.

Pongasi, per esempio, che 'l numero delle vibrazioni nel tempo delle 24 ore naturali sia stato 280536; ed all' arrivo d' alcuna fissa nel meridiano si cominci a numerare le vibrazioni, sin che un' altra fissa pervenga al meridiano, e sia il tempo decorso, misurato, 16942 vibrazioni: vogliamo sapere quanto sia questo tempo, ridotto in ore, minuti, secondi etc. Dicasi dunque, per la regola aurea: Se 280536 vibrazioni sono il tempo di 24 ore, qual sarà il tempo delle 16942? Operisi per la regola, e troverassi un' ora, con l' avanzo della frazzione 126072; dalla quale caveremo i minuti primi, moltiplicandola per 60, il cui prodotto è 7564320, che diviso pel primo numero 280536 ne dà 26, che sono minuti primi, ed avanza 270384; dal quale averemo i secondi, multiplicandolo pure per 60, il cui prodotto è 16223040, che diviso pur per l' istesso partitore ne rende 57, e sono minuti secondi, ed avanza 212488; il qual di nuovo multiplicato per 60, e 'l prodotto partito pel medesimo partitore, ci dà 44 minuti terzi, con l' avanzo di 205696; che multiplicato pure per 60, e diviso il prodotto pel medesimo partitore, ci dà 44 minuti quarti quasi appunto. E con tal ordine si troveranno frazzioni più minute, quanto ne piacerà. E tra tanto notisi quanto grande sia l' utile che da questa prima

operazione si ritrae, poi che per essa venghiamo in cognizione scrupolosissima della differenza ascensionale retta di tali stelle, etc.

Stabilito in tal modo il mio misuratore del tempo, vengo alla divisione e suddivisione de' gradi del quadrante o sestante, con maniera simile alla sopraposta nella divisione del tempo. Dopo aver diviso l' arco del quadrante in 90 parti uguali, overo in 60 quello del sestante, piglisi una verghetta in figura di prisma triangolare, fatta d' avorio o di altra materia dura, intorno alla quale verghetta si vadia avvolgendo una sottil corda da cetera; e per fuggire l' offesa della ruggine, sarà bene che la corda sia un fil d' oro, tirato per sottilissima trafila. Questo, avvolto intorno alla triangolar verghetta in modo che le rivolte si vadano toccando, non è dubbio alcuno che tutto lo spazio compreso tra le rivolte estreme sarà diviso in particole minime ed ugualissime. Preparisi dunque cotal prismetto, e di esso s' ingombri, dalla moltitudine delle volute del filo, tanta parte, quanta appunto è la lunghezza d' un grado del nostro quadrante o sestante; accomodisi poi il prisma così diviso, che ad arbitrio nostro risponda a qualsivoglia grado delli 90 o 60, trasportandolo a questo ed a quello secondo 'l bisogno, cioè applicandolo a quel grado che dalla dioptra o dal perpendicolo sarà tagliato: la divisione d' un grado d' un quadrante o sestante, la cui costa sia quattro braccia in circa, sarà dalle rivolte del sottil filo fatta in molte centinaia di parti. E qualunque sia il numero di esse, troveremo le frazzioni del grado con l' istessa regola che trovammo di sopra le frazzioni dell' ore; chè posto, per esempio, che le revoluzioni del filo fussero 2430, e che le tagliate dalla dioptra o dal perpendicolo fussero, v. g., 820, diremo: Se il numero 2430 ci dà minuti primi 60, quanti ce ne darà l' altro numero 820? Operisi conforme alla regola, e troveremo darcene 20'. 14" e quasi 49"'.

Preparati cotali due strumenti massimi, potremo prima rettificare le cose già stabilite sino a questi tempi, ed altre arrecarne, con nuovi e molto esquisiti mezzi ottenute. E per maggior distinzione e chiarezza, voglio che andiamo numerando e distinguendo le operazioni tra di loro.

OPERAZIONE PRIMA.

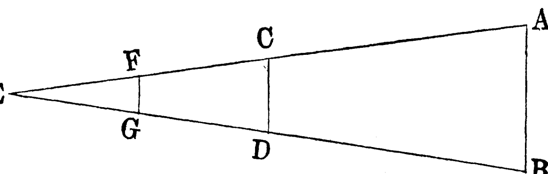
Avanti che venghiamo all' operazioni particolari, dependenti da i due preparamenti posti di sopra, ho giudicato esser bene il dichiarare

un modo esattissimo, pel quale quel che vuol fare l' osservazioni possa rimediare all' inconveniente nel quale incorrerebbe ogni volta che si servisse de' raggi della sua vista come derivanti da un punto solo indivisibile; il che è falso, atteso che vengono prodotti da tutto 'l piccolo cerchio della pupilla de gli occhi: onde fa di bisogno che il riguardante abbia una squisita misura del diametro della pupilla del proprio occhio, la cui grandezza si deve mettere in conto; altrimenti si potrebbero commettere errori gravissimi, come in varie operazioni, che ci accaderanno, manifestamente si comprenderà. E per trovar tal diametro della pupilla, ho pensato un modo assai esatto; ed è tale. Prendansi due strisce di carta, l' una bianca e larga il doppio più dell' altra, che sia nera; e basterà che questa più stretta sia larga un pollice, e l' altra due: e fermata la maggior in una parete, pongasegli l' altra al dirimpetto, e lontana da quella, per esempio, dieci braccia. È manifesto, che essendo tali due strisce collocate parallele fra di loro, le linee rette, le quali partendosi da due punti estremi della larghezza della maggiore striscia, passando per i due termini della minore rispondenti a quella della maggiore, anderebbero a congiugnersi in un punto, altre dieci braccia lontano dalla minore striscia; e se nel punto di tal concorso si costituisse l' occhio, e che in esso la vista si facesse in un sol punto, la striscia nera e minore asconderebbe precisamente tutta la bianca: ma perchè i raggi visivi escono da tutta la pupilla, però troveremo per esperienza, esser necessario avvicinare alquanto l' occhio alla striscia nera; avvicinarlo, dico, tanto, che dalla larghezza della nera venga precisamente occultata la larghezza della bianca. E fatto questo, prendasi con diligenza la lontananza della pupilla dalla striscia nera, la quale sarà minore della distanza dell' angolo del concorso; e dalla differenza di tali due distanze agevolmente verremo in cognizione del diametro della pupilla: il che faremo chiaro per la figura qui appresso notata [1].

---

[1] Il VIVIANI postilla, in margine del manoscritto: « In simili operazioni si troverà varia la larghezza della pupilla, perchè secondo che gli oggetti che ella riguarda sono più o men lucidi, più o meno essa ancora si ristrigne: però in ogni angolo visuale che si ricerchi, sarà necessario far questo esame della larghezza d'essa pupilla, etc. ». In capo a questa nota il VIVIANI scrisse, in matita: « mia postilla », e « la postilla qui sotto la feci anco, di mia mano, nell'originale ». A proposito di tale postilla vedi l'Avvertimento.

Intendasi la retta AB esser la larghezza della striscia bianca, la cui metà CD sia la larghezza della nera; e fermate tra di loro parallele in qualsivoglia distanza, intendansi dalli estremi termini A, B passare le rette per i termini C, D, concorrenti nel punto E; nel qual punto quando vi fusse costituita la pupilla, e che la vista terminasse in un sol punto, verrebbe la AB occultata dalla CD. Quando dunque ciò non accada, portisi l'occhio verso CD, sin dove primieramente resta la AB coperta dalla CD; e ciò avvenga, per esempio, in FG: è manifesto, la FG esser il diametro della potenza visiva, cioè della pupilla, la cui grandezza ci resterà nota mercè delle tre linee note CD, CE, EF; imperochè qual proporzione ha la CE alla EF, tale l'ha la CD alla FG.

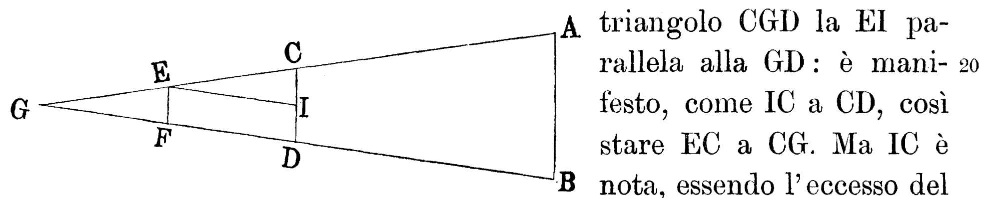


OPERAZIONE SECONDA.

Fermato e con somma diligenza ritenuto il diametro della propria pupilla, vengo ad una operazione tanto più ammiranda e da pregiarsi, quanto da essa dependono cognizioni sopra modo importanti e nelle quali tutti i passati astronomi si sono allucinati; e questa è una esattissima misura de i diametri de i dischi delle stelle, tanto fisse quanto erranti, i quali sono stati creduti molte e molte volte maggiori di quello che realmente sono. E veramente troppo è stata scarsa l'avvertenza di coloro che hanno giudicato, come si dice, a occhio, il diametro, v. g., del Cane o di Venere suttendere a due o tre minuti primi, giudicando tali grandezze da quello che mostrano nell'oscurità della notte, quando la capellatura de i raggi avventizii è cento e cento volte maggiore del nudo corpicello della stella; come pur dovevano comprendere dall'aver veduto più volte Venere, di giorno, non punto maggiore d'un grano di miglio, e la medesima, un'ora doppo il tramontar del Sole, grande come una gran fiaccola. Ma venghiamo ad emendar l'errore con l'investigare quale e quanto sia l'angolo a cui suttende il diametro di qualsivoglia stella. E preso, per esempio, il Cane, e fatto pendere da qualche notabile altezza una corda grossa, v. g., un dito, ed avendo preparata tal corda che ad

essa altri possa liberamente accostarsi e discostarsi, vada, quello che opera, appressandosegli sì che gli venga precisamente coperta la stella, in guisa tale, che movendo l' occhio a destra o a sinistra, per ogni minimo intervallo si scopra qualche parte del disco risplendente; e posto un segno nel luogo dove è stato l' occhio nell' operare e un altro nel luogo della corda, si esamini poi con comodità e puntualissimamente il diametro della corda, o pure (e sarà la vera) la larghezza di essa corda compresa dalli estremi raggi tangentila [1], ed il diametro della pupilla, misurati amendue con le più sottili frazioni che usar si possano: imperochè dalla proporzione di questi due diametri e dalla nota e misurata distanza tra 'l luogo della corda e la pupilla troveremo il vero punto del concorso de' raggi li quali, partendosi dal diametro della stella, passassero per i termini del diametro della corda; il che faremo manifesto con questa semplice figura.

Intendasi l' occhio esser in EF quando la corda, il cui diametro CD, occupa il diametro AB della stella alla pupilla, il cui diametro EF: cercasi il concorso de' raggi AC, BD, cioè l' angolo G. Intendasi nel triangolo CGD la EI parallela alla GD: è manifesto, come IC a CD, così stare EC a CG. Ma IC è nota, essendo l' eccesso del diametro della corda sopra 'l diametro della pupilla; è nota parimente essa CD, essendo il diametro della corda; nota è similmente la EC, distanza tra l' occhio e la corda: adunque averemo la lontananza CG, per la quale e per il noto diametro della corda averemo l' angolo G, e per consequenza la suttesa ad esso, cioè il diametro del Cane, oh quanto e quanto minore del creduto fin qui! ed in conseguenza intenderemo quanto siano state grandi le fallacie che da cotanto errate supposizioni sono state dedotte. E qui è bene metter in considerazione che la grossezza della corda per coprire il corpo della stella non ha da esser maggior di quanto basta a nascondere il piccol disco di essa come se fusse tosato e tolti via i raggi ascitizii, li quali, perchè non sono intorno al corpo della stella, ma solamente nel



(1) Nel manoscritto le parole *o pure* ... *tangentila* sono sottolineate, e sul margine della carta sono dei segni che richiamano su di esse l' attenzione.

nostro occhio, coperto il piccol capo della stella, spariscono i crini; e così l'operazione resta semplice e netta.

OPERAZIONE TERZA.

Di conclusioni massime, e che dietro si tirano conseguenze maggiori, potremo venir in notizia servendoci, per far le nostre osservazioni, di lontananze massime. E restando di voler investigare, come nella precedente operazione, il diametro d'una stella fissa e qualch' altra conseguenza appresso, vorrei che nella sommità di qualche alta montagna fusse collocato qualche grosso trave, e fermato parallelo all'orizzonte, elevato da terra quattro o cinque braccia, e posto a squadra del meridiano: ed avendo sito opportuno nella pianura d'avvicinarsi ed accostarsi al monte liberamente, movendosi sotto l'istesso meridiano o senza molto diviare da esso, vorrei che l'osservatore si fermasse in luogo dal quale s'incontrasse qualche stella delle convertibili intorno al polo settentrionale, stando egli dalla parte di mezzo giorno, la quale stella andasse ad occultarsi doppo il trave, collocato come s'è detto; e trovato sito opportuno, quivi si fabbricasse un piccolo ricetto (quando non vi fussero case già fabbricate), nel quale con perfetto telescopio s'andasse osservando la stella in diversi tempi: dalle quali osservazioni si potrebbe venire in diverse cognizioni.

E prima, quando il caso avesse incontrato che la grossezza del trave precisamente occultasse il disco della stella, già per la regola dichiarata nella precedente operazione troveremo l'angolo al quale sottende il diametro della stella. Ma se in tanta lontananza la trave segasse il disco, lasciandone parte sopra e parte sotto, col ritornare a replicar l'osservazioni fatte in diversi tempi, distanti per uno, due e tre mesi l'uno dall'altro, potremo accorgerci se nella sfera stellata sia qualche minima titubazione; nella qual cognizione ci condurrà, tuttavolta che la grossezza del trave notabilmente di soverchio ricoprisse la stella, sì che ella per qualche tempo restasse ascosa, ci condurrà, dico, il nostro esattismo misuratore del tempo, col mostrarci se i tempi della occultazione di quella siano o non siano sempre uguali.

Una simile notizia potremo conseguire stando anco nella città, col ritrovar sito dal quale si vegga qualche stella fissa andar tra-

versando la piramide di qualche campanile; che opportunissima sarebbe la pergamena della nostra Cupola: imperochè, aggiustato prima, e poi immutabilmente fermato, il telescopio, sì che si scorga l' ultimo punto dell' occultazione ed il primo dello scoprimento della stella nel traversar la grossezza di detta piramide o pergamena, l' esquisita numerazione del tempo della occultazione ci rende sicuri se alterazione alcuna sia o non sia nell' ottava sfera. Imperochè, se 'l tempo si manterrà sempre l' istesso, sarà concludente argomento che la detta stella si addoperà sempre alla pergamena camminando per l' istessa linea; ma se le durazioni si troveranno in diversi tempi esser disuguali, avremo segno evidente, la stella traversare detta pergamena ora più alto ora più basso, ed in conseguenza soggiacere l' orbe stellato a qualche titubazione.

Voglio che mi basti aver accennati i fondamenti saldi e principali in tali operazioni, lasciando che il lettore per sè stesso vadia provedendo a quelle particolari difficoltà che si rappresentassero, le quali non possono esser di gran momento appresso agli uomini d' ingegno saldo, ben affetti, e desiderosi d' agevolare, e non difficoltare, l' imprese e l' invenzioni altrui; e con questi soli parlo, lasciando che altri più insigni inventori trovino artifizii più grandi. E qui solamente soggiungo la necessità grande di tenere il telescopio continuamente fisso ed immobilmente fermato nell' istesso posto, e la canna fabbricata di materia non soggetta all' alterazioni dell' aria.

OPERAZIONE QUARTA.

Utile e molto curiosa è tra le cognizioni astronomiche l' assicurarsi dell' avvicinamento e discostamento da noi de i due luminari e delli altri pianeti ancora; de i quali accidenti ci potremo chiarire con operazioni non dissimili dalle passate. Come, per esempio, se noi misureremo il tempo nel quale il Sole trapassa col moto diurno tanto spazio quanto è il diametro del suo disco, mentre si va addopando a qualche muro intorno all' ora meridiana, e tale osservazione faremo in diversi tempi dell' anno, la differenza de' tempi di cotali trapassi ed addopamenti ci darà le differenze delli angoli a' quali il disco solare in detti tempi sottende, e vedremo la differenza del suo diametro posto nell' auge e nel perigeo. Col traversare una striscia la

quale occulti la Luna all' occhio posto in una tal distanza, potremo comprendere quanto il diametro del suo disco sia differente nelle quadrature da quello che è nel plenilunio e nel suo primo apparire nel novilunio. E così riscontreremo quanto veri e giusti siano gli accostamenti e discostamenti attribuiti a' medesimi luminari dagli astronomi.

L' avvicinarsi e 'l discostarsi dalla Terra gli altri pianeti è tanto sensato e rispondente a i cerchi e movimenti loro attribuiti da gli ultimi osservatori, che non resta luogo di punto dubitarne; e mercè di perfetto telescopio pur troppo chiaramente si scorge, i dischi in particolare di Venere e di Marte mostrarsi, quello circa quaranta, e questo ben sessanta, volte maggiore in un sito che in un altro, cioè mentre sono perigei e poi apogei. I loro ricrescimenti e diminuzioni si scorgono similmente in Giove ed in Saturno posti nelle diverse distanze, dove egregiamente si manifesta ancora il congiugnimento de i due approssimamenti e discostamenti mercè dell' eccentrico e dell' epiciclo: incontro e notizia veramente ammirabile.

OPERAZIONE QUINTA.

Il negozio delle refrazzioni resta per ancora appresso di me assai ambiguo, nè vi so discernere precisione alcuna, fondata sopra stabili e certe osservazioni: e veramente confesso di non restar capace come la struttura delle tavole di esse refrazzioni, portata come assai risoluta, in particolare da Ticone, sia veramente tanto sicura, che di essa si possa fare assoluto capitale nel calcolare le elevazioni delle stelle, in particolare ne' luoghi non molto alti sopra l' orizzonte.

Della non ferma scienza di cotal materia me ne vengono arrecati argomenti da più bande. E prima, parmi di scorgere che tali refrazzioni siano, e sian per essere, assai variabili, per l' esperienza e per la ragione. Quanto all' esperienza, posto che sia vero che mercè della refrazzione l' oggetto lucido, e non molto remoto dall' orizzonte, venga sollevato; che tal sollevamento sia in diversi tempi molto disuguale, ce lo mostra il solar disco, il quale alcune fiate, trovandosi circa un grado elevato dall' orizzonte, si mostra non in figura circolare, ma bislunga, cioè d' altezza notabilmente minore della lunghezza: il che credo io veramente accadere, che mercè de i vapori bassi l' inferior parte del disco solare viene più inalzata che la superiore, restando

l' altra dimensione, cioè la lunghezza, inalterata. Ora, stante che questo sia effetto della refrazzione, si manifesta l' incostanza e mutazione sua, perchè tale accidente non accade continuamente, anzi pure rare volte, ed or con maggior ed or con minore diversità; ma il più delle volte si vede perfettamente circolare. Da questa osservazione mi pare che si possa, in certo modo, introdurre due sorti di refrazzioni: cioè, la prima, fatta dal grand' orbe vaporoso, che circonda quasi che immutabilmente la Terra, mercè del quale nascono i crepuscoli; e l' altra sia effetto d' altri più grossi vapori, che in minor altezza si distendono sopra qualche parte del globo terrestre e che forse non si elevano più in alto che sormontino gli altri vapori grossi, circoscrivendo quella parte vicina dove si producono le nuvole, le pioggie, i venti etc.: e forse non sarà lontano dal vero il dire, cotali refrazzioni massime farsi in quest' orbe vaporoso e basso. Io apporterò qualche esperienza, non fatta, ma da farsi per venire in maggior cognizione di questa materia di quella che sin qui se n' è avuta.

E prima, per chiarirsi quanto sia vero che accader possa, come alcuni affermano, che la Luna o 'l Sole, doppo essere scesi sotto all' orizzonte, si mostrino a' riguardanti esser ancora superiori, mercè della refrazzione fatta ne' vapori grossi; in quel modo che vanno esemplificando della moneta posta nel fondo del catino, le cui sponde la celano all' occhio posto in sito obliquo, e che poi la medesima moneta si rende visibile qualunque volta s' infonda acqua nel vaso, nella quale, come dicono, i raggi visuali refratti vanno a trovar la moneta, o pure che la sua spezie dall' acqua venga sollevata; per chiarirsi, dico, se l' istesso accaggia per la medesima ragione nel Sole già realmente tramontato, accomodata esperienza ne sarebbe per avventura questa. Ponghansi due osservatori, uno sopra una torre assai alta overo in cima d' una rupe altissima, e l' altro sia al piede di essa torre o rupe; ed amendue osservino il tramontare del Sole, numerando con l' esquisito misurator del tempo i minuti secondi che passano mentre che il disco solare tutto si nasconde sotto l' orizzonte: imperochè, quando i vapori grossi abbiano facoltà di sostenere l' imagine del Sole sollevata dall' orizzonte, più lungo tempo passerà nel tramontare a quello posto al basso, come molto più immerso ne i vapori, che all' altro collocato in luogo sublime, per esser egli fuori delle parti vaporose più grosse; e forse potrebbe accadere che il Sole

si mostrasse tuffato sotto l' orizzonte prima a colui collocato in alto, che all' altro basso. Ma soggiungo un' altra esperienza, e, per mio credere, da stimarsi non poco.

Pongasi una corda distesa più dirittamente che sia possibile, lontana dall' occhio cento o più braccia, la qual sia posta parallela all' orizzonte, e da esso si mostri elevata circa un grado; si mostri, dico, in tale elevazione all' occhio, il quale vadia osservando il disco solare dal primo toccamento di essa corda sino alla totale sommersione sotto la medesima, numerando esattamente i minuti, almeno secondi, spesi dal disco solare nel suo trapasso. Facciasi immediatamente l' istessa operazione nel calare del medesimo disco solare sotto 'l vero orizzonte, notando, con la medesima precisione, il tempo della demersione; il quale dovrà esser più lungo notabilmente, se notabilmente vien sollevata la sua spezie dalla refrazzione. E se con altre corde, per così dire, orizzontali, poste due o tre o più gradi elevate dal vero orizzonte, si faranno simili indagini, si potrà, s' io non m' inganno, con simil metodo aprire strada assai sicura al deliberare circa le refrazzioni: il qual negozio mi par differentissimo da quello del vaso e dell' acqua, essendo che in questo l' occhio è in un diafano diversissimo da quello nel qual si trova la moneta, ma nel nostro caso l' occhio è immerso ne i medesimi vapori per i quali ha da passar la spezie; che se l' occhio, il catino e la moneta fusser tutti nell' acqua, la refrazzione non vi sarebbe.

OPERAZIONE SESTA.

È noto con quanta fatica hanno proceduto gli astronomi per venire in cognizione, di tempo in tempo, del luogo nel quale si ritrova il Sole in relazione alle stelle fisse, mentre che non è stato loro permesso vedere nell' istesso momento il Sole e qualche fissa, per poter con quadrante o sestante prendere l' intervallo tra essi; ma hanno avuto bisogno di prendere prima la distanza tra 'l Sole e la Luna, o vero Venere, la quale pure si lascia veder tal volta mentre il Sole è sopra l' orizzonte; e pigliando poi la distanza tra Venere e la fissa desiderata, hanno in due pezzi composto quello che non poterono in un sol tratto. Ma ora mercè del telescopio esquisito le fisse, e massime quelle della prima grandezza, si possono veder tutto 'l giorno,

7. Il ms. legge *in tale osservazione all' occhio*. —

avendole prima trovate avanti il levar del Sole e continuando poi d'andarle accompagnando con l'occhiale.

Ma quale e quanto è l'uso de i nostri ben preparati strumenti per descriver tutta la sfera stellata? Presa l'altezza meridiana d'una stella, da noi presa per la prima e principale, e numerando poi il tempo d'un'altra che doppo quella prima arrivi al meridiano, dove con esquisitezza si pigli la sua altezza, già averemo la differenza ascensionale di questa, ed in conseguenza il sito nella sfera stellata; ed il medesimo intendasi dell'altre: ma è ben vero che è negozio laboriosissimo e veramente atlantico, mercè del troppo numeroso gregge delle fisse. E perchè in questa ed in molte altre operazioni aviamo bisogno d'una giustissima linea meridiana, esporrò conseguentemente un modo di trovarla, per mio credere esattissimo.

OPERAZIONE SETTIMA.

. . . .
. . . .
. . . .

APPENDICE.

I.

Cavato da un libro di ricordi del Sig. Niccolò di Francesco Arrighetti, che, d'età d'anni 53, morì a dì 29 di Maggio 1639; nel qual libro, intitolato di Ricordi in materia d'agricoltura e d'economia e d'altre occorrenze domestiche, *alla giornata da lui osservate e sperimentate, a faccie 30, vi apparisce quanto appresso: e tal libro è in mano al Sig. Noferi Arrighetti, suo figliuolo.*

A dì 10 d'Ottobre 1638.

Questo giorno trovandomi a visitare il Sig. Galileo Galilei, sovran filosofo e matematico ed amico mio, a cui son molto obligato per quel molto che nel conversar seco ho imparato da lui; trovandomi, dico, con questo grandissimo ingegno, mi ha insegnato un problema da lui ritrovato, del quale mi par dovere farne ricordo, acciò, mancando egli nè avendone altri fatto nota, non si perdesse: e benchè non sia in materia d'agricoltura o d'economia, ma puramente d'astronomia, in ogni modo sia qui come sarebbe una rosa di diamanti o d'altre gemme di pregio entro un

nappo di fiori e pomi naturali, la quale per lo suo valore campeggerebbe tra essi in maniera, che più di tutti si stimerebbe. Il problema dunque è questo: un modo molto squisito di misurare il diametro delle stelle fisse.

Eleggasi, per esempio, la Canicula, e di questa stella si cerchi esso diametro. In prima, con la misura del tempo, per mezzo delle vibrazioni del pendulo (strumento oggi notissimo a chi è punto vago d' esaminare gli effetti della natura), ritrovisi quante vibrazioni entrassero nello spazio d' un' intera revoluzione diurna del primo mobile, ciò è in 24 ore; sieno, per esempio, dugentomila, o quanto si voglia: piglisi poi una tavoletta, larga, per esempio, un quarto di braccio; quella s' accomoda nella dirittura dell' occhio alla stella in certa comoda distanza; e fermato un cannoncino, per lo quale si traguardi, in luogo da non potersi muovere, si dirizzi per esso la vista alla stella, la quale si osservi con diligenza quando comincia a entrare nella tavoletta fino a che onninamente dietro a quella si occulti, sì che si perda il vederla; subito perduta di vista, si comincino a contare le vibrazioni e volte del pendulo in fin tanto all' occhio, tenuto fermo per lo cannoncino verso la tavoletta, riapparisca dall' altro suo estremo la circonferenza di detta stella; e ipso fatto apparita, si segni quante vibrazioni e volte del pendulo sien contate, le quali, per esempio, sien dugento. Fin qui dunque è cosa chiara che in dette dugento vibrazioni di detto pendulo è passato più volte l' intero diametro di detta stella; sien, per esempio, detti passaggi di diametro sei. Fatto qui punto, piglisi la sera appresso altra tavoletta simile alla prima, ma il doppio più larga, e accomodisi nel medesimo modo e nella distanza medesima: tornisi a dirizzar la vista per lo medesimo cannoncino verso la stella, e s' osservi, come la sera avanti, fin tanto che sia occultata del tutto dietro la tavoletta, e immediatamente si comincino a contare le volte del pendulo, fin tanto riapparisca la periferia della stella; e subito apparita, si segni il numero delle volte del pendulo. Ora, chiara cosa è, che se nel passar della stella dietro alla minor tavoletta si contarono, come si è supposto, dugento vibrazioni del pendulo, queste della seconda, maggiore il doppio, saranno state non quattrocento, ma più, stante che nella prima tavoletta si cominciarono a contare doppo un intero passaggio del diametro della stella, i quali passaggi se nelle dugento vibrazioni li supponemmo per sei, in questa seconda, maggiore il doppio, saranno tredici, come chi ben considera ritroverà; e però se ne i sei supposti passaggi di diametro le vibrazioni furon dugento, ne' tredici verranno a essere le vibrazioni numero 433 $^1/_3$. Ma perchè la misura del tempo d' una intera revoluzione del primo mobile abbiam supposta essere vibrazioni dugentomila, il tempo del passaggio del diametro della stella sarà come 33 $^1/_3$ a dugentomila; d'onde ne segue che quella parte che è 33 $^1/_3$ di 200000, sia il diametro della stella fissa considerata a gradi 360 di tutto il zodiaco.

18–19. Il ms. legge *sien cento. Fin qui* ... *in dette cento vibrazioni* ecc. —

II.

Per la misura de i diametri apparenti delle stelle: invenzione nuova, e credo esattissima, del Galileo.

Osservisi col pendulo, misuratore del tempo, già aggiustato perchè dia i minuti primi e secondi etc., il transito o tempo del passaggio di una stella dal momento della sua totale occultazione dietro al taglio o termine AB della tavoletta AC sino al momento della sua prima apparizione fuori del taglio DC della medesima tavoletta, esposta in aria e distante dall' occhio sempre per una medesima lontananza; e sia, per esempio, tal tempo di passaggio di numero 124 vibrazioni di pendulo. Dopo, con un' altra tavoletta EF, esposta in aria alla medesima distanza dall' occhio che la prima, ma più larga il doppio appunto, si osservi di nuovo il tempo del passaggio dalla totale occultazione della medesima stella sino alla prima apparizione dal taglio FG; e troverassi che il numero delle vibrazioni sarà più che doppio del primo numero 124, e, per esempio, sarà 256, cioè più 8 vibrazioni del doppio: che tal numero 8 sarà la misura del tempo del passaggio del solo e nudo corpo di essa stella; qual tempo, ridotto a misura di angoli, si troverà esser tanti minuti primi o secondi etc. per il diametro apparente di detta stella. E se la seconda tavoletta sarà tripla o quadrupla etc. della prima, il passaggio per essa sarà più che triplo o più che quadruplo del passaggio per la prima; e tale eccesso sarà la misura del diametro apparente di essa stella, preso tante volte quanto è il numero del moltiplice di detta seconda tavoletta, levatone sempre uno: cioè, se la tavoletta sarà tripla della prima, detto eccesso darà due diametri; se quadrupla, ne darà tre; se quintupla, quattro, etc.: e quanto più sarà moltiplice fino ad un tal segno, tanto più esatta verrà l' osservazione, di tanta curiosità e conseguenza, e si potrà più volte replicare e riscontrare etc.

Il tutto apparisce manifesto dalla sola figura, senza bisogno d' altra dimostrazione.

Pure . . . . .

4. *perchè dia* è stato corretto tra le linee in luogo di *per aver da esso,* che era stato scritto prima. — 5. *dal* è stato sostituito tra le linee a *dopo il,* che prima si leggeva; e prima di *dopo il* era stato scritto *dopo la.* — 9. Tra *taglio* e *DC* leggesi, cancellato, *della.* — 16. Tra *occultazione* e *della* leggesi, cancellato, *alla.* — 17. Tra *apparizione* e *dal* leggesi, cancellato, *fuori.* —

LETTERA

AL

PRINCIPE LEOPOLDO DI TOSCANA

IN PROPOSITO

DEL CAP. L° DEL *LITHEOSPHORUS*

DI FORTUNIO LICETI.

AVVERTIMENTO.

Vincenzio Casciarolo, oscuro studioso di alchimia, scopriva intorno all'anno 1604 la singolare proprietà posseduta da quella specie di barite, che, per essere stata trovata a Monte Paderno nel Bolognese, ebbe nome di *pietra lucifera di Bologna,* del diventare fosforescente per insolazione, o, come allora si disse, di assorbire e tramandare la luce. Di questa scoperta si affrettava il Casciarolo a dare comunicazione ad alcuni studiosi, e, fra gli altri, al Matematico dello Studio di Bologna, Giovanni Antonio Magini, per mezzo del quale n' ebbe assai probabilmente contezza Galileo. Questi, com' era suo costume di fare per qualsiasi fenomeno naturale di cui venisse in cognizione, prese a filosofarvi sopra; e trovandosi in Roma nel 1611 per dimostrare ai suoi contraddittori la verità delle scoperte celesti da lui poco prima annunziate, esibì agli studiosi, in certo congresso nel quale era caduto il discorso intorno alla natura della luce, alcuni pezzetti della detta pietra, richiamando la loro attenzione su quella sua proprietà [1]. Tra i presenti a quel convegno scientifico era anche Federico Cesi, nella corrispondenza del quale con Galileo ricorre ripetutamente menzione della pietra lucifera bolognese [2]; ma quantunque il Nostro avesse avuto non infrequenti occasioni di ritornare sull' argomento, per rispondere alle interrogazioni che dagli amici gli venivano rivolte [3], pure non sembra che di proposito se ne sia occupato prima della pubblicazione che Fortunio Liceti fece nel 1640 del suo *Litheosphorus* [4]. Di questo libro

---

(1) *De phoenomenis in orbe Lunae, novi telescopii usu a D. Gallileo Gallileo nunc iterum suscitatis, physica disputatio a D.* Iulio Caesare La Galla, *in Romano Gymnasio habita* ecc., *necnon de luce et lumine altera disputatio.* Venetiis, MDCXII, apud Thomam Balionum, pag. 56.

(2) Lettere di Federico Cesi a Galileo dei 21 ottobre 1611 (Mss. Gal., Par. VI, T. VIII, car. 53), 15 febbraio e 30 maggio 1613 (Mss. Gal., Par. VI, T. IX, car. 26 e 56) e 3 gennaio 1614 (Mss. Gal., Par. VI, T. IX, car. 112).

(3) Lettere a Galileo di Giovanfrancesco Sagredo dei 9 maggio 1613 (Mss. Gal., Par. VI, T. IX, car. 48), di Giovanni Bardi dei 24 maggio 1613 (Mss. Gal., Par. VI, T. IX, car. 52), di Benedetto Castelli del 1º marzo 1618 (Mss. Gal., Par. I, T. VIII, car. 27), di Cesare Marsili del 2 settembre 1626 (Mss. Gal., Par. VI, T. XI, car. 43); e di Galileo a Cesare Marsili dei 29 agosto 1626 (Archivio Marsigli in Bologna).

(4) *Litheosphorus, sive de lapide bononiensi, lucem in se conceptam ab ambiente claro mox in tenebris mire*

egli si affrettò a mandare un esemplare a Galileo, con preghiera che volesse comunicargliene il suo giudizio; ed avendo egli per incidenza impugnata nel capitolo cinquantesimo della sua opera l'opinione del Nostro, che quel tenue lume secondario che nella parte tenebrosa della Luna si scorge, massimamente quando ella è poco rimota dalla congiunzione col Sole, fosse effetto cagionato dal reflesso dei raggi solari nella superficie del nostro globo terrestre, Galileo, e per corrispondere alla domanda che dal Liceti stesso gliene era stata fatta, e per obbedire al comandamento significatogli l' 11 marzo 1640 dal Principe Leopoldo de' Medici, che si contentasse di partecipargli in iscritto il suo pensiero intorno alle opposizioni dell' avversario [1], s' accinse subito a dettare una lettera indirizzata al Principe, la quale rappresenta in ordine di tempo l'ultimo lavoro scientifico del Nostro.

Necessitato, com' era, a ricorrere all' aiuto degli occhi e della mano di altri, Galileo dolevasi, rispondendo il 13 marzo al Principe, di dover interporre alcun poco più di tempo che non avrebbe desiderato, prima di mettere ad effetto il comando ricevuto, e lo pregava di condonargli tale dilazione [2]: noi però non possiamo, in quella vece, non ammirare la singolar facilità con la quale quel Vecchio cieco metteva in carta i suoi pensieri, poichè già il 19 marzo egli significava a Daniele Spinola che fra pochi giorni, cioè quando ne fosse tratta copia, gli avrebbe potuto far leggere la scrittura « assai lunghetta », che aveva steso secondo il cenno del Principe [3]. Di questa scrittura Galileo non solo si affrettò, com' era naturale, a mandar copia a S. A. [4], ma la divulgò per tutta Italia, e ne inviò esemplari manoscritti anche oltre i monti [5]; non però al Liceti, se non dopo che questi gliel' ebbe più volte richiesta [6], così che soltanto il 14 luglio gliene annunziava la spedizione, pregandolo di sinceramente esprimergliene il suo avviso [7]. Gli rispondeva il Liceti in data de' 3 agosto, lagnandosi alquanto delle punture contro lui sparse per la scrittura di Galileo, promettendo di rispondergli con altra scrittura, e mostrando il desiderio che quella dell' avversario fosse stampata [8]. Galileo riscontrava la lettera del Liceti con una sua del 25 ago-

---

conservante, liber FORTUNII LICETI *Genuensis, pridem in Pisano, nuper in Patavino, nunc in Bononiensi Archigymnasio Philosophi Eminentis; Eminentissimo ac Reverendissimo D. D. Aloysio Cardinali Capponio, Ravennae Archiepiscopo, dicatus.* Utini, ex typographia Nicolai Schiratti, MDCXL.

[1] Lettera sotto questa data del Principe LEOPOLDO a GALILEO (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 101).

[2] Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 96.

[3] Mss. Gal., Par. VI, T. VI, car. 105.

[4] Lettere del Principe LEOPOLDO a GALILEO del 14 maggio 1640 (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 103), e di GALILEO al Principe LEOPOLDO del 25 maggio (Tomo cit., car. 99).

[5] Lettere di FORTUNIO LICETI a GALILEO del 3 e 31 agosto (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 214 e 222), e di GALILEO a FORTUNIO LICETI del 25 agosto 1640 (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 147).

[6] Con le lettere dell' 8 giugno (Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 204) e 6 luglio 1640 (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 162).

[7] *De secundo-quaesitis per epistolas a claris viris* ecc. *responsa* FORTUNII LICETI, ecc. Utini, ex typographia Nicolai Schiratti, MDCXLVI, pag. 65.

[8] Lettera citata.

sto, scrivendogli: « Io non ho avuto pensiero di publicare con le stampe questa mia scrittura: e quando sia pensiero suo di volerla far publica insieme con le sue risposte, non lo recuso; ma solo vi aggiungo che averei caro che tal mia scrittura andassi sotto altra forma, che di una lettera scritta a richiesta di uno Signor grandissimo. Ma quando ella si risolva a far publiche le mie risposte, io, senza punto alterare niuna delle cose da me scritte, la distenderò in altra forma, inviando i miei discorsi (se così le piacerà) a lei medesima, aggiugnendovi anco qualche altra mia considerazione sopra le sue impugnazioni, per ampliarli il campo a tanto più particolarmente risolvere quello che potesse esserli da me o da altri in contrario opposto.... Quanto all' astenersi dalli aculei, sì come spero che per sua cortesia e generosità sia per farlo, così la assicuro che se mi occorrerà replicare cosa alcuna, se bene vinto da lei [in] dottrina, non lascerò passarmi innanzi nella reverenza che devo a' suoi gran meriti » [1].

Il 31 agosto il Liceti tornava a manifestare la sua intenzione di rispondere alle opposizioni del Nostro, e domandava il permesso di pubblicare, insieme con la scrittura che già aveva cominciato a distendere, quella di Galileo, « perchè non sarei bene inteso se non accompagnassi li miei detti con le sue posizioni, e perchè vorrei schifar l' incontro che mi potesse di nuovo esser opposto che io imponessi a V. S. cosa da lei non detta » [2]; e questo permesso essendogli già stato implicitamente accordato da Galileo nella sua del 25 agosto, che il 31 il Liceti non aveva ancor ricevuto, il 7 settembre quest' ultimo replicò, professandosi grandemente obbligato di tal grazia [3]. Il 15 settembre Galileo prometteva di nuovo al Liceti le sue risposte, ridotte in altra lettera, a lui medesimo indirizzata, « dove averò campo di non mi lasciar vincere in usar termini di reverenza al suo nome » [4]: e quanto al moderar le punture, contenute nella prima, egli ne riceveva invito anche dal Principe Leopoldo, al quale era piaciuto molto il pensiero di Galileo di rivolgersi direttamente all'avversario [5]. Se non che poco dopo S. A. dovette cambiare avviso, circa a quest' ultimo punto, poichè, quando ormai Galileo aveva condotto molto innanzi la sua nuova fatica, il 27 ottobre era costretto a riscrivere al Liceti in questi termini: « Pensavo a questa ora di poter inviarle le mie risposte sopra il candore della Luna, distese in forma di lettera a lei medesima, e già le avevo quasi che ridotte al netto, quando mi è venuto aviso che il Serenissimo Principe Leopoldo, alla cui Altezza avevo in prima scritto, si maravigliava che io avessi mutato concetto, solo per dubbio che, dovendo tali mie risposte esser publicate con le stampe, vi fusse inserto il nome glorioso di Sua Altezza, cosa aliena dal suo pensiero; anzi facendomi intendere di esser per gradire, il nome suo faccia manifesto della sua compiacenza di esser frapposto

[1] Lettera citata.
[2] Lettera citata.
[3] Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 224.
[4] Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 145.
[5] Lettera di Mario Guiducci a Galileo del 17 sett. 1640 (Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 176).

tra me ed uno de i più famosi litterati del nostro secolo. Onde io.... ho risoluto di ritornare in su la prima maniera di scrivere all'A. S., ma con tessitura alquanto più ampla, per la interposizione di varie mie considerazioncelle...., temperando io appresso ogni minima ombra di amarezza, spargendovi sempre parole di dolcezza e soavità » [1].

Il Liceti, impaziente di aspettare la lettera accresciuta ed accomodata, ne affrettava col desiderio l'invio il 6 novembre 1640 [2], il 1° e l'8 gennaio 1641 [3]. Finalmente il 5 febbraio egli aveva ormai letto la bramata risposta, e più non chiedeva da Galileo che una lettera da potersi far pubblica, la quale, apportando quelle cagioni che avevano costretto il Nostro a procrastinare la spedizione della seconda scrittura, servisse di scusa al Liceti della sua dilazione in pubblicare la replica [4]. Galileo compiacque anche in questo l'avversario [5], il quale non fu lento allora a dare esecuzione al suo disegno: infatti i tre libri *De Lunae subobscura luce prope coniunctiones et in eclipsibus observata*, coi quali il Liceti riprende a trattare l'argomento della luce secondaria della Luna, e nel secondo pubblica l'intera lettera di Galileo dividendola in ben 183 paragrafi, e a ciascuno soggiungendo la sua risposta, portano le licenze di stampa con le date del 27 maggio e 5 luglio 1641 [6]. All'ultimo paragrafo della lettera di Galileo il Liceti fa tener dietro queste parole: « Harum literarum, ante reformationem et amplificationem, primum exemplar a Cl. viro transmissum ad me recepi Patavii circa finem Iulii MDCXL; sed reformatas et auctas hasce literas accepi Bononiae post sex fere menses, iam desinente Ianuario MDCXLI » [7].

La storia della *Lettera al Principe Leopoldo*, quale è stata da noi esposta finora sulla scorta dei documenti epistolari, trova la sua piena conferma nello stato dei manoscritti, dai quali la *Lettera* stessa ci è stata conservata. Il T. VII, 1 della Par. III dei Manoscritti Galileiani posseduti dalla Biblioteca Nazionale di Firenze comprende, dalla car. 105*r.* alla car. 142*bt.*, una serie di bozze attenenti alla *Lettera*, di mano di Vincenzio Viviani, perchè, come il Viviani stesso scrive in un foglio bianco che ad esse è preposto (car. 94*r.*), « furono dettate a me dal medesimo Galileo, nel tempo che studiavo appresso di lui in Arcetri » [8]: Vin-

(1) *De Lunae subobscura luce,* ecc. Auctor FORTUNIUS LICETUS, ecc., pag. 165-166.

(2) Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 166.

(3) Mss. Gal., Par. VI, T. XIII, car. 239 e 241.

(4) Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 164.

(5) *De Lunae subobscura luce,* ecc. Auctor FORTUNIUS LICETUS, ecc., pag. 57-58.

(6) *De Lunae subobscura luce prope coniunctiones et in eclipsibus observata libros tres, in quibus ad opticen, astronomiam, physiologiam et alias disciplinas attinentia plurima dogmata pulchra et difficilia diligenter explicantur, auctor* FORTUNIUS LICETUS *Genuensis, ex L. Com. in Archigymn. Bonon. Philos. supraordinarius, Serenissimo Principi Leopoldo Tusciae dedicat.* Utini, MDCXLII, typis Nicolai Schiratti.

(7) *De Lunae subobscura luce* ecc., pag. 382.

(8) Cfr. anche *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo* ecc. *da* VINCENZIO VIVIANI ecc. In Firenze, alla Condotta, M. DC. LXXIV, pag. 100. Il VIVIANI assegna, per errore, alla *Lettera* la data del 25 marzo 1641.

cenzio Viviani è infatti il « caro amico », a cui Galileo accenna in alcune delle lettere innanzi citate, degli occhi e della mano del quale egli, nel suo infortunio, si valeva. Queste bozze, legate ora alla rinfusa, si possono ordinare in più gruppi.

Della prima parte della *Lettera,* che comprende l'introduzione e la risposta al primo argomento dell'avversario (pag. 489-510 della nostra edizione), esse ci offrono due stesure diverse e distinte: l'una, mancante però del principio, è nelle car. 142*bt.*, 142*br.*, 138*r.*-140*t.*, 119*t.*; l'altra, nelle car. 112*r.*-118*at.* La seconda di queste stesure presenta il testo che il Liceti pubblicò nella sua replica: la prima invece è pure indirizzata al Principe Leopoldo, ma è più succinta; la maniera con cui Galileo discorre del Liceti è risentita e pungente: ed in essa riconosciamo quella stesura che Galileo mise in carta nel marzo del 1640; non abbiamo però qui una prima dettatura, ma una trascrizione al pulito, quale quella che prometteva, il 19 marzo, a Daniele Spinola. Le citate car. 112*r.*-118*at.* contengono, per contrario, una prima bozza della stesura che fu poi definitiva; e che sia una prima bozza, lo dimostrano le numerose cancellature e i polizzini su cui sono scritte alcune rimesse: inoltre, qui Galileo si indirizzava dapprima al Liceti; se non che tutte le espressioni in cui egli rivolgeva direttamente la parola all'avversario, sono o cancellate, o corrette, in modo che la lettera sia di bel nuovo diretta al Principe Leopoldo [1]. È facile pertanto riconoscere in queste carte l'abbozzo che Galileo dettò tra il settembre e l'ottobre del 1640, quando prese a dar nuova forma alla *Lettera,* con intenzione di intitolarla a Fortunio Liceti, e che subito dopo ricorresse per ubbidire al Principe, il quale voleva un'altra volta che la *Lettera* portasse in fronte il suo nome. Sappiamo però dalla lettera, innanzi citata, del 27 ottobre al Liceti, che, prima di ricevere siffatto avviso da S. A., Galileo già aveva « quasi ridotte al netto » le sue « risposte » rivolte al Liceti stesso: e il manoscritto contiene invero, nelle car. 110*r.*-111*t.*, il principio di queste risposte trascritto al pulito, non dalla mano del Viviani. Inoltre, poichè, per motivo delle cancellature e delle correzioni molteplici, specialmente le prime delle car. 112-118*a* risultavano poco chiare, così Galileo, dopochè dovette indirizzarsi di nuovo al Principe Leopoldo, le fece ricopiare, nella forma con cui parlava a quest'ultimo, dal Viviani stesso: e siffatta trascrizione al pulito, che fu poi ritoccata soltanto in poche frasi, è nelle car. 105*r.*-109*t.*, le quali comprendono ciò che nella bozza è da car. 112*r.* a car. 115*at.*

Della seconda parte della *Lettera*, a partire dalle parole « Ora venghiamo al secondo argumento (pag. 511, lin. 1 della nostra edizione) sino alla fine, abbiamo un

---

[1] Così, per esempio, dove scrivendo al Liceti diceva *V. S.*, o *Ella,* è sostituito *il Sig. Liceti,* o *egli,* o, secondo i casi, *l'A. V. S.* Inoltre, il principio della *Lettera,* fino alle parole *Dicole dunque* ecc. (pag. 491, lin. 12), è qui del tutto diverso; qualche frase che concerne direttamente l'avversario fu levata, e qualche altra frase invece fu aggiunta, quando la *Lettera* fu indirizzata di nuovo al Principe. Vedi, a questo proposito, il saggio della stesura rivolta al Liceti che pubblichiamo a pag. 543-545.

unico manoscritto di pugno del Viviani, nelle car. 119*r.*-134*t.* (esclusa la car. 119*t.*), La forma della scrittura e lo stesso aspetto esteriore di questi fogli danno a vedere che essi formano la diretta continuazione di quella copia al pulito della prima stesura, di cui abbiamo trovato una parte nelle car. 142^b*t.* e *r.*, 138*r.*-140*t.* e 119*t.*, e che abbiamo detto doversi assegnare al marzo del 1640: questo proseguimento però e compimento di essa copia è stato corretto da capo a fondo, e sempre per la mano del Viviani, ed è divenuto così la bozza della seconda stesura, cioè di quella spedita al Liceti nel gennaio del 1641; in questa parte della *Lettera* infatti le modificazioni, con le quali l'Autore volle riformarla e ampliarla, essendo state meno gravi che nel tratto precedente, poterono esser contenute tra le linee, o sui margini, o tutt'al più in cartellini che furono allora sovrapposti al testo primitivo, e da noi, come ci parve doveroso, furono ora distaccati. Così in queste car. 119-134 noi possiamo, con sottile e paziente indagine, distinguere, nell'unico manoscritto, le due stesure, e di sotto alle correzioni ed aggiunte, introdotte tra l'ottobre del 1640 e il gennaio del 1641 e da cui risultò la seconda forma della *Lettera,* diseppellire la prima: e per tal modo i fogli di pugno del Viviani, contenuti nel citato T. VII dei Manoscritti Galileiani, ci danno modo di ricostruire per intero le due lettere, tranne le primissime pagine della prima.

Di tale prima forma della *Lettera* conosciamo però tre altre copie al pulito, e queste integre: l'una di esse è nel cod. CXL. 2 della Biblioteca Ginori-Venturi in Firenze [1]; un'altra, nel cod. Marucelliano A. LXXI, n. 8; la terza è legata nel più volte ricordato T. VII, 1 della Par. III dei Manoscritti Galileiani (car. 149*r.*-160*t.*): tutt'e tre appartengono al secolo XVII, ma quella del codice Marucelliano è più recente delle altre due. Tra le fonti della prima stesura dobbiamo inoltre enumerare l'edizione bolognese delle *Opere* di Galileo, la quale nel Tomo II pubblica la *Lettera* [2], non però riproducendola dalla stampa procurata tredici anni prima dal Liceti, ma cavandola, come apparisce dal confronto con la Licetiana, da un manoscritto, che è probabile sia stato fornito dal Viviani [3]. L'edizione bolognese, che dà, nel complesso, la stesura del marzo 1640, ma in un testo corrotto da spropositi d'ogni maniera, fu poi seguita, salvo alcuni ritocchi, dagli editori posteriori, che ignorarono l'esistenza della stampa licetiana; così che quella forma che non era la definitiva, e, per di più, viziata, fu la sola che fosse universalmente letta, finchè il Venturi nel 1821, accortosi delle notevoli diversità della Licetiana, raccogliendo le *Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo*

---

(1) Secondo Luigi Passerini (*Catalogo dei Mss. Ginori-Venturi,* che forma il cod. Passeriniano 161 della Biblioteca Nazionale di Firenze), il codice Ginori-Venturi della *Lettera* sarebbe stato dettato da Galileo « ad uno dei suoi scolari », e Lorenzo Magalotti, da cui passò nella Biblioteca Ginori-Venturi, l'avrebbe avuto dalla segreteria del Card. Leopoldo de' Medici. Non sappiamo però quanto queste notizie sieno attendibili.

(2) *Opere di* Galileo Galilei ecc. In Bologna, per gli HH. del Dozza, MDCLV-MDCLVI. Tomo II, pag. 71-93.

(3) Vedi la prefazione *Carlo Manolessi a' discreti e virtuosi lettori* nel Tomo I dell'edizione stessa.

Galilei, ripubblicò tra esse anche i tratti più differenti della stampa Liceti [1]: la quale tuttavia per intero non fu, dal 1642 ad oggi, più riprodotta. Oltre a questa stampa e alle bozze di mano del Viviani, di cui abbiamo discorso, non conosciamo altre fonti della seconda stesura [2].

Da quanto siamo venuti finora esponendo apparisce come sia vasto il materiale del quale deve trar profitto l' editore della *Lettera*, e come, in conseguenza, l' assunto di questo riesca difficile e delicato. A noi parve fosse nostro compito trascegliere da questo materiale ciò che meritava di esser fatto conoscere al lettore e presentar poi il tutto in forma che, sotto ragionevole brevità, fosse, specialmente, chiara, e permettesse di riconoscere, senza soverchie complicazioni, le relazioni fra le due stesure. Diremo ora come ci studiammo di conseguire questo fine.

Per il primo tratto della *Lettera*, nel quale la prima e la seconda stesura sono del tutto diverse, ponemmo a riscontro i due testi, pubblicandoli per intero, l' uno nella parte superiore e l' altro nell' inferiore della stessa pagina (pag. 489-510): nella superiore, la seconda stesura; nell' inferiore, la prima. Attingemmo la prima stesura dalle car. 142*bt.* e *r.*, 138*r.*-140*t.*, 119*t.* del manoscritto Viviani [3]: ma giudicammo dover di essa presentare quella forma che, a quanto si può credere, le fu definitiva e nella quale si divulgò, escludendo pertanto tutte quelle lezioni che Galileo dovette correggere nell' atto stesso che dettava la scrittura o poco dopo. Perciò in tutti quei luoghi in cui il manoscritto offre delle correzioni, ricorremmo altresì al confronto degli altri codici e della stampa bolognese: e se la lezione scritta originariamente dal Viviani, e poi corretta, non riappariva in nessun' altra delle fonti (il che avveniva specialmente trattandosi di cancellature contestuali), concludemmo che quella lezione aveva avuto una vita effimera, e in nessun modo non ne tenemmo conto; quando invece la lezione originale del manoscritto Viviani si ritrovava almeno in alcuna delle fonti (e spesso in questi casi la nuova lezione era stata sostituita nel manoscritto Viviani da una mano che può ben essere di un altro), la accettammo nel testo, registrando appiè di pagina la lezione sostituita. Queste lezioni sostituite, che, a nostro avviso, sono posteriori alla forma definitiva in cui possiamo credere che Galileo nell' aprile del 1640 inviasse la *Lettera* anzitutto al Principe Leopoldo e poi ad altri, e che forse nacquero o quando nel luglio ne mandò copia

---

(1) Par. II, Modena, per G. Vincenzi e Comp., M.DCCC.XXI, pag. 303-320.

(2) Non è da maravigliarsi che esistano parecchie copie manoscritte della prima stesura, e che sia avvenuto che su di un manoscritto di essa fosse anche condotta l'edizione bolognese, poichè abbiamo visto che GALILEO divulgò largamente la prima lettera. Si può supporre invece che, siccome il Nostro sapeva che la seconda sarebbe stata tosto pubblicata per le stampe dal LICETI, si astenesse dal diffonderla manoscritta. Così possiamo renderci ragione della fortuna curiosa toccata alle due stesure.

(3) Riproduciamo fedelmente anche la grafia del manoscritto VIVIANI, esclusi però, com'è naturale, gli errori (come *del emisferio, nel altra, del ombra*, ecc.), che commette il giovinetto amanuense, e qualche particolarità (p. e. *riconoscie, crescie, scorgie*), che non è per nulla dell'uso di GALILEO.

al Liceti o, più verisimilmente, quando, invitato da questo a stampare la scrittura, cominciò ad elaborarla di nuovo, sono distinte con la notazione *V'*, essendosi riserbata la notazione *V* per indicare la lezione definitiva della prima stesura [1]. È poi naturale che nel dover discernere la lezione definitiva da quelle ad essa precedenti o posteriori, abbiamo incontrato non poche incertezze, specialmente quando le altre fonti non erano tra loro concordi, nè possiamo essere sicuri d'aver ricostruito esattissimamente essa lezione definitiva [2], la quale del resto per Galileo stesso non dovette essere tale che per pochi mesi: ma nel complesso crediamo di non esserci molto allontanati dal vero.

La seconda stesura, che pubblicammo nella parte superiore delle stesse pag. 489-510, volemmo che fosse rappresentata dalla stampa Liceti e non dai manoscritti Viviani, poichè crediamo che dove quella s'allontana da questi, contenga, almeno nella maggior parte dei casi, correzioni fatte da Galileo nell'atto, per così esprimerci, che inviava all'avversario la *Lettera*, delle quali perciò non è rimasta traccia nelle bozze di mano del Viviani. Riproducendo con esattezza la Licetiana, ne correggemmo però, con l'appoggio delle bozze, i manifesti errori [3], le forme viziate forse dal tipografo non toscano, che non sono tuttavia frequenti [4], e qualche lezione, che sebbene non si possa con tutta sicurezza ripudiare, pure dà forte sospetto d'essere stata alterata, e segnammo appiè di pagina con la lettera *s* i luoghi corretti; inoltre, in tutti quei passi in cui la Licetiana non trova conferma nelle bozze, raccogliemmo appiè di pagina anche le varianti di queste, distinguendole con la notazione *VV:* così il lettore può giudicare di volta in volta se la lezione della stampa rappresenti delle correzioni volute all'ultimo momento da Galileo, oppure delle alterazioni arbitrariamente introdotte da altri [5]. Non credemmo invece di dover raccogliere nulla di ciò che, appartenendo alla seconda stesura, dalle bozze stesse appariva essere stato ripudiato dall'Autore, il quale aveva preferito sostituire altre lezioni: pertanto nè annotammo le parole o tratti

---

(1) A pag. 504, lin. 31, abbiamo accolto nel testo la lezione *V'*, perchè *V* era un manifesto trascorso. A pag. 502, lin. 23-24, dalle lezioni *V* e *V'*, tutt'e due viziate, abbiamo ricavato la lezione corretta.

(2) Alcune volte la seconda lezione fu scritta non tra le linee o sui margini, ma mediante ripassature delle parole scritte originariamente: si comprende come in questi casi riusciva difficile, e talora anzi impossibile, distinguere con sicurezza le due lezioni.

(3) Rare volte avvenne in tutta la *Lettera* che la lezione manifestamente errata, e che abbiamo dovuto correggere, fosse così nel manoscritto come nella stampa: vedi, p. e., pag. 532, lin. 27, e pag. 541, lin. 1-3.

(4) Abbiamo corretto *nonanta* in *novanta*, *quindeci* in *quindici*, *dodeci* in *dodici*, ecc. Vi sono altre forme delle quali si può ben dubitare se provengano veramente da GALILEO, oppure dagli amanuensi o dal tipografo: tuttavia ci parve più prudente, nell'incertezza, rispettare la stampa. Così abbiamo conservato, pur dubitando, *differenzia*, *magnificenzia* ecc., *communicherò*, *communemente* ecc., benchè sappiamo che il Nostro soleva scrivere *comune*, *comunicare* ecc. Del resto, *presenzia*, *circonferenzia* ecc. si leggono nei manoscritti stessi della *Lettera* di pugno del VIVIANI.

(5) Non abbiamo tenuto conto, per regola, delle differenze puramente fonetiche o morfologiche tra la lezione della stampa e quella del manoscritto: chè il trovare, per esempio, nel manoscritto *dunque* e nella stampa *adunque*, nel manoscritto *altramente* e nella stampa *altrimenti*, non ci dà nessuna certezza che GALILEO dettasse in quel modo piuttosto che in questo.

cancellati delle car. 105*r.*-109*t.* (pag. 489 — pag. 500, lin. 10 della nostra edizione) e 116^{a}*r.*-118^{a}*t* (pag. 500, lin. 10 — pag. 510), sulle quali riscontrammo la Licetiana, nè tenemmo alcun conto delle car. 112*r.*-115^{a}*t.*, che, come abbiamo detto, Galileo fece poi trascrivere al pulito, ritoccandole, nelle car. 105*r.*-109*t.*

Nella seconda parte della *Lettera* (pag. 511-542), della quale abbiamo, di pugno del Viviani, un unico manoscritto, ma tale che ci permette di distinguere con sufficiente precisione le due stesure, noi pubblicammo per intero un testo unico, e cioè quello della seconda stesura, nella forma della stampa Liceti, per le ragioni addotte poco fa; correggendo però, quando ne era il caso, essa stampa col manoscritto, e annotando con la lettera *s* le lezioni corrette, come per lo innanzi avevamo fatto. Quanto poi alle due stesure, e ai rapporti del manoscritto con la stampa Liceti, si presentavano i casi seguenti. Alcune volte il manoscritto, che non dobbiamo dimenticare essere stato in origine una copia al pulito della prima stesura, offriva una lezione originaria, corretta poi o dalla mano del Viviani o, forse, da altra mano: in quei casi in cui dal riscontro con le altre fonti della prima stesura appariva che la lezione originaria era stata della prima stesura definitiva, la annotammo appiè di pagina con l'indicazione *V*, soggiungendovi appresso, con *V'*, la lezione corretta, la quale, com'è naturale, molto spesso concorda con la lezione della Licetiana. Altre volte il manoscritto dava un'unica lezione, e questa diversa da quella della stampa Liceti: non era dubbio allora che la lezione del manoscritto rappresentava la prima stesura, e anche queste lezioni furono da noi raccolte sotto la notazione *V*. Quando infine il manoscritto, offrendo una lezione unica, concordava con la stampa Liceti, era manifesto che Galileo non aveva punto ritoccato la prima stesura nell'inviare la *Lettera* per la seconda volta all'avversario. Tutti quei passi della stampa Liceti che nella prima stesura erano diversi, e ai quali risponde perciò appiè di pagina una lezione *V*, furono nel testo distinti sottolineandoli parola per parola: così il lettore può comodamente, e per così dire a colpo d'occhio, ricostruire la prima stesura. In quei casi in cui il manoscritto (sia che ci porga una sola lezione, *V*, sia che ci lasci distinguere due lezioni, cioè *V*, definitiva della prima stesura, e *V'*, posteriore a questa) non suffraga neppure con la lezione *V'* quella della Licetiana, non possiamo esser sicuri se quest'ultima sia il risultato di correzioni volute da Galileo e delle quali il manoscritto non potè serbar traccia, oppure di arbitrarie alterazioni di terzi: al lettore, ad ogni modo, è fornito il mezzo di giudicare da sè.

Vi hanno alcuni tratti della stampa licetiana, in questa seconda parte della *Lettera*, i quali nel manoscritto Viviani si leggono su' margini o su cartellini aggiunti e inseriti tra i fogli: questi tratti non esistevano dunque quando fu trascritta al pulito la prima stesura; e dal confronto invero delle altre fonti di questa stesura, nelle quali essi mancano, è confermato che rappresentano quelle « considerazioncelle » da Galileo aggiunte, com'egli prometteva al Liceti, nella seconda

stesura. Siffatti brani, che dovranno essere omessi da chi voglia ricostruire la stesura prima, furono da noi racchiusi tra segni di freccia ⟶ ⟵; e le varianti del manoscritto ad essi relative sono segnate, come tutte quelle attinenti esclusivamente alla seconda stesura, con *VV.*

Infine, in questa stessa seconda parte della *Lettera* s' incontrano de' passi in cui riusciva malagevole rappresentare per via di varianti le differenze tra le due stesure: sono passi nei quali, avendo l' Autore più profondamente riformata la stesura prima, il Viviani fu costretto a scrivere la seconda su cartellini, che poi sovrappose al testo della prima. Poichè qui, dopo aver distaccato i cartellini, ci trovavamo dinanzi non solo a due testi, ma anche a due manoscritti diversi, così ritornammo all' espediente di pubblicare le due stesure a riscontro l'una dell' altra nelle due parti della stessa pagina (pag. 528-529, e pag. 537-539), seguendo le norme già applicate nella prima parte della *Lettera.*

Ognun vede come, nei divisati termini e modi, abbiamo messo largamente a profitto i manoscritti Viviani: invece ci parve di non dover tenere a continuo riscontro le altre fonti della prima stesura, le quali, sia per gli errori e le alterazioni arbitrarie di cui certamente sono infette, sia perchè la loro origine non ci riesce chiara, non permettevano di trarne conclusioni sicure. Perciò, avendo rinunziato a raccoglierne le varianti, ci limitammo a ricorrere a queste fonti ne' casi in cui importava determinare la lezione definitiva della prima stesura, e in qualche altro passo [1]; su di esse poi dovemmo stabilire il testo della prima stesura nelle primissime pagine della *Lettera* (pag. 489 — pag. 496, lin. 26, fino alle parole *argomento che*), le quali, come abbiamo avvertito, si desiderano nei manoscritti Viviani. Prendemmo in queste pagine a fondamento della lezione il codice Ginori-Venturi (che indichiamo nell' apparato critico con la sigla *Gv.*), essendoci parso il più genuino ed attendibile. Del codice Marucelliano (*Mar.*) e di quello che forma le car. 149*r.*-160*t.* del T. VII, 1 della Par. III dei Mss. Galileiani (*G*), nonchè della stampa bolognese (*b*), raccogliemmo le più notevoli varianti, insieme con quelle lezioni di *Gv.* che ci sembrò di dover correggere col sussidio delle altre fonti.

Coi criteri e con gli espedienti dei quali abbiamo reso conto, ci pare di aver sodisfatto sufficientemente ai doveri che c' incombevano in un caso così difficile e complesso com' era questo della *Lettera al Principe Leopoldo.* Abbiamo infatti pubblicato per intero il testo della seconda stesura, che dal 1642 in poi non aveva più visto integralmente la luce; ma ne abbiamo sanato con sicuro fondamento molti, e alcune volte ben grossi, errori: abbiamo dato modo al lettore di ricostruire per intero la prima stesura nella forma che per essa può dirsi definitiva, e di con-

[1] Vedi, p. e., pag. 541, nota 1.

frontarla agevolmente con la seconda: abbiamo adunato e ordinato anche altro, e non inutile, materiale, fin ora rimasto sepolto nei manoscritti di pugno del Viviani. Tutto ciò abbiamo conseguito con mezzi semplici e chiari: il lettore trova la pagina della nostra edizione divisa in due parti in quei tratti a' quali corrispondono due distinti manoscritti di pugno del Viviani, e la pagina piena dove il manoscritto del Viviani è unico; riconosce subito le varie famiglie di lezioni nell' apparato critico, poichè *V* designa sempre la lezione definitiva della prima stesura, *V'* le modificazioni posteriormente introdotte in questa stessa stesura e per le quali bene spesso essa divenne la seconda, *VV* le lezioni esclusivamente attenenti alla seconda, *s* gli errori della stampa licetiana.

Per la piena intelligenza della *Lettera* riproducemmo innanzi ad essa, dall' edizione originale del *Litheosphorus,* il capitolo L°[1]; attenendoci così al consiglio che Galileo stesso dava al Liceti nell' inviargli la seconda stesura: « Di questa ne disponga a suo beneplacito; e risolvendosi a rispondergli e stamparla, sarà necessario che ella faccia aggiugnervi innanzi copia del capitolo L°, del quale io non noto se non le prime parole di ciascuna delle sue obiezioni »[2]. Alla Lettera poi al Principe Leopoldo facemmo susseguire, come in appendice (pag. 543-545), un saggio della forma nella quale, tra il settembre e l' ottobre del 1640, Galileo s' indirizzava direttamente al Liceti. Ricavammo questo saggio dalla trascrizione al pulito che, come abbiamo detto, è nelle car. 110*r*.-111*t*. del più volte citato T. VII dei Manoscritti Galileiani, ma tenemmo a riscontro anche la bozza che è nelle car. 112*r*. e seguenti, e ne annotammo, con la lettera *A*, appiè di pagina le più notevoli differenze: ed il saggio è sufficientemente esteso, sicchè il lettore possa vedere, confrontandolo con la seconda stesura diretta al Principe, in qual modo Galileo approfittasse, con l' introdurre modificazioni quasi soltanto esteriori, della lettera al Liceti quando dovette di nuovo rivolgersi a S. A.; nè, essendo così lievi le diversità, metteva conto pubblicarne un tratto più ampio.

Compiono la nostra edizione della *Lettera* alcuni *Frammenti* a questa attenenti, che vedono ora per la prima volta la luce. Si leggono essi di mano del Viviani nelle car. 115^{b}*r*., 135*r*.-137*r*., 141*r*. e *t*., 142^{a}*r*. del citato T. VII[3], e si possono distinguere in due serie. La prima (pag. 549 — pag. 551, lin. 11) è un complesso d' appunti che sono stati dettati, secondochè crediamo, quando Galileo si preparava a rispondere all' avversario, e intanto andava notando i pensieri da stendere poi nella *Lettera:* alcuni di essi, come più animati, assumono la forma discorsiva, e il Nostro parla al Liceti come se fosse presente. Abbiamo conservato questi

---

[1] Quando il Liceti cita, nelle postille marginali, luoghi delle opere di Galileo già da noi pubblicate nella presente edizione, e si riporta alle pagine delle edizioni originali di quelle opere, noi, per comodità del lettore, soggiungemmo tra parentesi quadre, e in carattere più piccolo, la citazione delle corrispondenti pagine e linee della nostra ristampa.

[2] Bozza di lettera senza data, ma che è del febbraio 1641, nei Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. 143.

[3] Abbiamo corretto, e segnato appiè di pagina, qualche raro trascorso di penna del Viviani.

appunti nell' ordine stesso in cui si succedono nel manoscritto. La seconda serie (pag. 551, lin. 12 — pag. 556) comprende quattro tratti della stesura della *Lettera*, preparati da Galileo per inserirli « in luogo opportuno », come in capo a due di essi è avvertito. Ne' primi due il Nostro scrive al Liceti, negli altri due invece al Principe Leopoldo: non sapremmo però determinare se anche questi tratti si debbano assegnare a quel primo periodo di preparazione, come può far credere, per i due diretti al Liceti, il trovarli nel manoscritto di seguito a quegli appunti, oppure se siano stati dettati più tardi; e neppure sappiamo per qual motivo non siano stati compresi nella *Lettera*.

CAPITOLO L°

DEL

LITHEOSPHORUS

DI

FORTUNIO LICETI.

De Lunae subobscura luce, prope coniunctiones et in deliquiis observata; digressio physico-mathematica. Cap. L.

Quod in superiori contemplatione quaerebamus, undenam et quae sit obscura lux illa quae spectatur in Lunae tenebrosa parte, solaribus radiis non tacta, prope coniunctiones et in eclipsibus, problema tenebricosum est adeo, ut ingenia clarissima fatigaverit. Ego quid sentiam, in medium afferam, cupiens ut aequi bonique consulant sapientiae cultores meum in proposito conatum, utinam non irritum.

Duas quaesiti caussas esse reor, quarum alterutra, vel etiam utraque, pariat hanc apparentiam. Primum existimo, lumen illud obscurum non esse solare, tunc a Terra revibratum in lunarem superficiem; sed, si quidem Luna lucem aliquam habet in se congenitam, coniunctum quid ex imbecilla Lunae luce nativa et lumine Solis in ipsam repercusso reflexoque ab aetheris alti partibus, lunare corpus ambientibus: quam sententiam multiplex me ratio persuasit. In primis enim, Lunae pars obscura non aliunde lumen repercussum recipere potest, quam ab eo corpore a quo suscipit eiusdem luminis differentias: modo, manente prorsus eadem distantia Telluris a lunari corpore, tam in sextili et minori elongatione a Sole, quam post primam quadraturam et ante secundam, lumen reflexum ad Lunae partem primis radiis rectis intactam, observatu [a] Galilaico spectatur longe magis fulgidum in minori distantia lunaris orbis a Sole, et ex adverso admodum debile in maiori eiusdem distantia: quare non a Terra lumen id repercutitur, quia in eadem distantia Terrae debet a Terra uniforme reflecti. Sed repercutitur ab aethere Lunae contermino, quod simul cum Luna variat pari passu distantiam suam a disco solari: proindeque Luna Soli propinquior in obscura sui parte repercussum ab aethere contermino lumen vividius habet, quia conterminus aether ille corpori lunari minus distat a Sole, sicut et Luna, cui conterminus est; e contra vero, Luna remotior a Sole conterminum sibi aetherem habet pariter a Sole distantiorem, qui proinde, a Sole distantiore radios minus vividos accipiens, non ita splendidum lumen in Lunam repercutere valet post primam quadraturam

[a] pag. 14 Nuncii Siderei. [vol. III, par. I, pag. 73, lin. 5-6]

et ante secundam, ut ille qui, Lunam in sextili et in minori elongatione a Sole conterminam habens, diurno iubari propinquior, vividius lumen a Sole recipit, quod in proximam sibi Lunam derivat. Dein vero, quum in plenilunio Terra perfundatur a Luna fulgidissimis radiis, quibus plenilunii noctes illustrissimae fiunt et plurimum enitet ipsa Terrae superficies, unde recte tunc ab [b] Aristotele Luna dicitur quasi alter Sol minor, dubio procul in coniunctione lunare corpus deberet esse, atque a nobis aspici, splendidius quam Terrae facies in plenilunii nocte; siquidem in novilunio Terra non solum Soli propinquior est, quam Luna in oppositione, proptereaque lumen Solis vividius repercutit ipsa Tellus quam Luna Soli opposita, verum etiam Terra, longe maior quam Luna, plures radios Solis in Lunam coniunctam revibrare deberet, quam Luna opposita in Terram interpositam. Sed tamen e contra contingere videmus, Lunam nimirum circa tempora coniunctionum perexiguo splendore fulgere penes oram obscurae suae peripheriae, nec non aliqua parum sensibili claritate subalbicare penes reliquam superficiem ipsius a lucentibus cornibus circumseptam. Quod argumentum eo maiorem vim habere videtur, quo Cl. Galileus existimat, Lunam plenam splendore [c] superari a Terra solaribus radiis illustrata; quin et ipsam Terram, sua reflexione, [d] maiorem fulgorem reddere Lunae eo quem ab ipsa recipit. Deinde, Luna prope coniunctiones, et in ipsis etiam coniunctionibus, ex repercussu terreni luminis magis illustrari deberet in media sui facie tenebrosa, quam in residua sui superficie marginea, sive quam in extremo suae peripheriae limbo lucentibus cornibus opposito; tum quia plus luminis a Terra reflexi suscipere deberet in media sui superficie, quam in ora extrema; tum quia repercussum lumen ad extremitates Lunae praeterfluit in aetherem conterminum: at reflexum ad Lunae medium in cavitatibus Lunae, a [e] Galileo positis, velut in concavo speculo cogi deberet, ac inde vividius resilire; ponentibus autem Lunae corpus orbiculare politum, radii repercussi a Terra spectari deberent solum in medio lunaris superficiei, non in eius ora extrema: nam speculum convexum et globosum recipit lumen in media superficie sua magis quam in limbo, quem radii praeterfluunt. Sive igitur Lunam compares convexo sive concavo corpori, lumen repercussum a Terra recipienti, deberet in coniunctione, ac prope, lumen id a Terra maius magisque recipere in media sui superficie tenebrosa, quam in eius extremo limbo: nihilominus oppositum evenire videmus, ut observat etiam [f] Galileus, Lunam coniunctioni proximam habere peripheriam partis obscurae magis illustratam quam partes accedentes ad centrum tenebrosae superficiei: quare fulgor ille non est lumen Solis a Terra repercussum in Lunam, sed ab aethere Lunae contermino, qui vicinior est Lunae limbo quam centro. Praeterea, vel ipse Cl. Galileus, dum aliam opinionem struere contendit, nostram plane comprobat, asserens [g] fulgorem qui spectatur in Lunae parte solaribus radiis directis non tacta nasci *ex radiorum solarium vicinitate, tangentium crassiorem quamdam regionem,*

[b] 4 De generatione animalium, c. 10.

[c] Nuncii Siderei, pag. 16. [vol. III, par. I, pag. 75, lin. 12]

[d] De Maculis Solaribus, epistola 3, pag. 133, 136. [vol. V, pag. 221, lin. 11–12; pag. 224, lin. 3-4]

[e] Nuncii Siderei, pag. 10 et seqq. [vol. III, par. I, pag. 65 e seg.]

[f] Nuncii Siderei, pag. 14. [vol. III, par. I, pag. 72-73]

[g] Ibidem.

quae Lunam circulariter ambit: ex quo contactu aurora quaedam in vicinas Lunae plagas effunditur, non secus ac in Terris, tum mane tum vesperi, crepusculinum spargitur lumen. Insuper, si Terra solare lumen in Luna repercuteret, ac magis vividum, ut aiunt, quam illud quod a Luna reflectitur in Terram, Luna Solem nobis eclipsare non posset, seu, verius, in eclipsi solari dies non obscuraretur, sed esset hemisphaerium nihilo minus illustre quam alio tempore, quia Solis disco suppositum Lunae corpus, illustratum ex reverberatione a Terra, nullas omnino tenebras effundere deberet: etenim lumen minus lucidum magis lucido copulatum illius illuminationem non impedit, nec illius lumen imminuit visui, licet ipsum visui prorsus occultetur; namque fax et rogus ardens in radiis Solis nullam advehit obscuritatem, et speculum in radiis itidem Solis collocatum, in quod ab alio speculo maiori repercutiantur solares radii, nihil adimit illuminationis obtutui: umbra vero Lunae, cono suo satis arcto, Terrae partem exiguam solari lumine privat; unde gaudentes aliae partes lumine solari, revibrare possunt ipsum in Lunam Soli coniunctam: contra tamen in eclipsi Solis aër adeo nobis [h] obtenebratur, ut nocti dies aequiparetur, et in caelo stellae meridie spectentur, Aguilonio: unde fit, ut a Terra lumen Solis revibrari nequeat in Lunam ulla ratione. Deinceps, quum Solis vicinia nihil impediat, quin astrum Veneris circa meridiem se nobis in conspectum dederit saepenumero; quod et [i] Galileus et [k] Fromondus asserit, inquiens: *Ita sidera dies supprimit; nuper tamen in fine mensis Augusti anni 1625 Venerem solari et purissimo meridie multis diebus aspeximus, quae uno non amplius fere signo antecedebat Solem: circa perigaeum etiam erat, et satis admota Terris, ut species amplior se oculis ingereret;* procul dubio Luna, quam Cl. Galileus ponit a Terra magis illustrari per luminis reflexionem quam Tellus a Luna plena, quum Terram recepto lumine Solis non minus fulgere [l] statuat quam quodlibet aliud astrum, Luna, inquam, necessario in coniunctionibus, ac prope coniunctiones, a nobis videretur non minus effulgens quam Venus circa meridiem: quod tamen experimento minime respondet; quia Venus, etsi minoris magnitudinis tunc aspiciatur quam noctu, splendidissima tamen luce visum movet, quum terreno lumine repercusso splendens Luna prope coniunctiones vix illuminari ac splendere videatur. Amplius, in eclipsi lunari nullam prorsus illuminationem Luna recipit a Terra, quandoquidem in umbra Terrae Luna conditur omnino; nullam itidem a Sole, cuius radiis nullis attingitur, ut [m] ait et ipse Vir clarus: quum tamen in deliquiis, eiusdem [n] testimonio et oculata fide, fulgor quidam appareat in Luna, subrufus quidem ac quasi aeneus, ut pote lumen secundarium ab aethere, proximo Lunae circumfuso, repercussum ad Lunam, iunctum quidem infirmae luci nativae disci lunaris, sed una cum ea privatum multiplici gradu propriae claritudinis ab umbrae terrenae nigrore. Denique nec illud omittam: data positione Cl. Viri, radii Solis a Terra revibrari deberent adeo vividi ad oppositum caelum, ut in media regione aëris cum defluentibus a Sole primis coëuntes, omnem

[h] Opticorum, pag. 421.

[i] Nuncii Siderei, pag. 16. [vol. III, par. I, pag. 75, lin. 34-36]

[k] 2 Meteorologicorum, c. 3. 1.

[l] De Maculis Solaribus, pag. 133. [vol. V, pag. 221-222]

[m] Nuncii, pag. 15. [vol. III, par. I, pag. 73, lin. 37-38]

[n] Nuncii, pag. 14. [vol. III, par. I, pag. 73, lin. 20-21]

ibi frigiditatem penitus abolerent, ideoque nec eo loci nubes consistere, nec aquarum aut nivium aut grandinum generationes fieri, permitterent: si namque plenilunii noctes observantur [o] tepidiores (indeque fit ut omnia testacea, quae sunt exanguia naturaeque frigidioris, ab ambientis calore fota, proprioque calore propterea vegetato, plenius alantur), iam Terra, plenilunii tempore longe quam Luna Soli vicinior, et longe quam Luna corpore maior, lumen Solis potentius radiosque Solis multo plures repercutere debebit in aërem medium, et iis ab ipso depellere frigiditatem omnem adventitiam, eumdemque, natura sua calidum, certe non frigidum, calidiorem efficere: contra tamen certum est, in aëris media regione perpetuo vigere frigus intensum, a vaporibus aqueis eo sublatis exortum, et ibi assidue conservatum. Quamobrem a Terra non repercutiuntur usque ad Lunam radii solares, qui semper fatiscentes in itinere valde procul a Luna prope Terram, ut ait Aristoteles, in aëre medio [p] deficiunt; quum ibi, data positione Viri Cl., deberent esse vividissimi, propterea que non solum frigiditatis omnis extirpatores, sed etiam teporis et caloris in aëre medio procreatores. Itaque non pertingunt ad Lunam usque radii solares a Terra sursum revibrati; propterea que lux illa tenuis in parte Lunae tenebrosa, quae prope coniunctiones conspicitur et deliquii tempore, meo iudicio, nihil est aliud quam splendor quidam remissus, Lunae nativus, fotus fulgore radiorum Solis, repercussorum ab aethere contermino ad Lunae globum, et in eclipsi turbatus sive turbidus effectus ab umbra terrena. Si tamen ex sese Luna penitus est obscura et opaca perinde ac Terra, ut censet Vir Cl., eam cum lapide Bononiensi magnam et nobilem analogiam habere censeo; ut, absente Sole, ac in umbra, seu Terrae, dum deficit, seu sua, dum Soli coniungitur, in parte lumine solari non tacta, conservet aliquandiu lucem, quam prius a Sole susceperat. Sed et partes aetheris contermini, solaribus affectae radiis, in lunare corpus, opacum et obscurum natura sua, repercutere possunt exiguum lumen, quod et in deliquiis et prope coniunctiones languere conspicitur, ac utcumque minuere nativam lunaris corporis obscuritatem: quemadmodum et apud nos aër umbrae conterminus radiis solaribus in meridie laterales umbrae partes abrodit, in eas vividiori lumine repercusso, proindeque reddit umbram angustioris latitudinis; quod efficere non potest aër matutinus nec vespertinus, mitioribus radiis imbecilliorique Solis tum orientis tum occidentis lumine perfusus: ut non ita pridem scripsimus ad Cl. Naudaeum, qui nos inclyti Gassendi nomine rogavit caussam, ob quam opaci corporis umbra latior appareat Sole prope finitorem humili, strictior e contra editiore Sole procul ab horizonte verticalem regionem perambulante; cuius rei certas observationes ac indubitata prorsus experimenta se dixit habere Cl. Mathematicus. Verum hac de re late perscripsimus ad eximium virum. Sed redeamus iam ad pensum lapidum admirabilium.

[o] De partibus animalium, c. 5.

[p] 1 Meteorologicorum, su. 3, c. 2.

LETTERA

AL

PRINCIPE LEOPOLDO DI TOSCANA.

[1640.]

AL SERENISSIMO PRINCIPE LEOPOLDO

MIO SIGNORE E PADRON COLENDISSIMO.

PISA.

Serenissimo Principe e mio Signor Colendissimo,

Tardi, Serenissimo Principe, pongo io in esecuzione il comandamento fattomi più giorni sono dall'A. V. S. intorno al dovere maturamente considerare il trattato dell' Eccellentissimo Sig. Fortunio Liceti intorno alla pietra lucifera di Bologna, e sopra di questo significarle il giudizio che ne fo. Ho fatta la da lei impostami considerazione, e del darne io conto all'A. V. S. così tardamente, prego che

---

Serenissimo Principe, mio Signore e Padrone Colendissimo,

Tardi, Serenissimo Principe, pongo io in esecuzione il comandamento fattomi più giorni sono dall'A. V. S. intorno al dover io maturamente considerare il valore dell' opposizioni fatte dall' Eccellentissimo Sig. Fortunio Liceti a quella mia opinione, gran tempo fa da me publicata, in proposito della tenue luce, che nel disco lunare si scorge, mentre che ella non è molto lontana dalla sua congiunzione col Sole; della quale apparente luce io referivo la causa al reflesso de' raggi solari nella superficie del globo terrestre. Ho fatta la da lei impostami considerazione, e del darne io conto all'A. V. S. così tardamente, prego

8. *questa,* s —
12. *pongo in esecuzione,* b — 15. *opinione, già tempo,* b — 18. *io referisco,* Mar.; *io riferisco,* b — 19. *Ho fatto,* G, b — 20. *sì tardamente,* Gv. —

sia servita di accettare la mia scusa, condonando tutto l'indugio alla mia miserabil perdita della vista, per il cui mancamento mi è forza ricorrere all'aiuto degli occhi e della penna di altri; dalla qual necessità ne séguita un gran dispendio di tempo, e massime aggiuntovi l'altro mio difetto, di aver, per la grave età, diminuita gran parte della memoria, sì che nel far deporre in carta i miei concetti, molte e molte volte mi bisogna far rileggere i periodi scritti avanti, per poter soggiugnere gli altri seguenti e schivar di non repeter più volte le cose già dette. E creda l'A. V. S. a me, che dalla esperienza ne sono bene addottrinato, che dallo scrivere servendosi degli occhi e della mano proprii, al dover usar quelli di un altro, vi è quasi quella differenzia che altri nel gioco delli scacchi troverebbe tra il giocar con gli occhi aperti e il giocar con gli occhi bendati o chiusi. Imperochè in questa seconda maniera, dalle tre o quattro gite di alcuni pezzi in poi, è impossibile tenere a memoria delle mosse di altri più; nè può bastare il farsi replicar più volte il posto dei pezzi,

---

che sia servita d'accettar la mia scusa, condonando tutto l'indugio alla mia miserabil perdita della vista, per il cui mancamento mi è forza ricorrere all'aiuto delli occhi e della penna di altri, dalla quale necessità ne séguita un gran dispendio di tempo, e massime aggiuntovi l'altro mio difetto, d'aver, per la grave età, diminuita la maggior parte della memoria, sì che nel far deporre in carta i miei concetti, molte e molte volte mi bisogna far rileggere i periodi scritti avanti, per poter soggiungerli gli altri seguenti, e schivar di non repetere più volte le cose già dette. E creda l'A. V. S. a me, che dall'esperienza ne sono bene addottrinato, che dallo scrivere servendosi delli occhi e della mano proprii, al dover usare quelli d'un altro, vi è quella differenza che altri nel gioco delli scacchi troverebbe tra il giocare colli occhi aperti ed il giocare con gli occhi bendati o chiusi. Imperochè in questa seconda maniera, dalle tre o quattro gite d'alcuni pezzi in poi, è impossibile tenere a memoria delle mosse d'altri più; nè può bastare il farsi replicare più volte il posto de' pezzi con pensiero di poter produrre il gioco sino all'ultimo scacco, perchè credo si tratti

17. *condonando l'indugio*, Gv. — 19. *penna d'altrui*, b — 20. *ne segue*, G — 22. *far porre*, G — 23. *molte volte e molte*, G — 24. *soggiungere gli altri*, G — 24-25. *repetere le cose*, G — 27. *mano propria, al*, G, b — *usar quella d'un*, b — 29. *aperti e co' i bendati*, G — *bendati e chiusi*, Gv. — 31. *a memoria le mosse*, Gv. — 32-33. *pezzi, a poter*, b —

con pensiero di poter produrre il gioco fino all' ultimo scacco, perchè credo si tratti poco meno che dell' impossibile. Supposto dunque che l' A. V. S. per sua benignità sia per ammettere la necessaria scusa della mia tardanza, verrò a schiettamente e sinceramente esporle quel giudizio che ho fatto sopra detto libro.

Ma prima che ad altro io descenda, voglio che l'A. V. S. sappia come l' Eccellentissimo Sig. Liceti, subito uscito in luce il suo trattato *De lapide Bononiensi,* me ne inviò una copia, pregandomi che io liberamente dovessi significarli quello che a me pareva di questa sua fatica; e mentre che l'A. V. S. mi ricerca dell'istesso, con ogni schiettezza le aprirò il mio senso.

Dicole dunque, che se io volessi conforme al merito diffondermi nelle lodi dell' ampla e sottilissima dottrina che mi è parso scorgervi, oltre al convenirmi assai in lungo distendere, dubiterei che le mie parole, benchè purissime e sincere, potessero apparire ad alcuno iperboliche o adulatorie: ad alcuno, dico, di quelli, che troppo laconicamente vorrebbero vedere, nei più angusti spazii che possibil fusse, ristretti i filosofici insegnamenti, sì che sempre si usasse quella rigida e concisa maniera, spogliata di qualsivoglia vaghezza ed ornamento, che è propria dei puri geometri, li quali nè pure una parola proferiscono che dalla assoluta necessità non sia loro suggerita. Ma io, all' incontro, non solamente non ascrivo a difetto in un trattato, ancorchè indirizzato ad un solo scopo, interserire altre varie notizie, purchè non siano totalmente separate e senza veruna coerenza annesse al principale instituto; che anzi stimo, la nobiltà, la grandezza e la magnificenza, che fa le azzioni ed imprese nostre meravigliose ed eccellenti, non consistere nelle cose necessarie (ancorchè il mancarvi queste sia il maggior difetto che commetter si possa), ma nelle non necessarie, purchè non sieno poste fuori di proposito, ma abbino qualche relazione, ancorchè piccola, al principale intento. E così, per

---

dell' impossibile. Supposto dunque che l'A. V. per sua benignità sia per ammettere la necessaria scusa della mia tardanza, verrò a schiettamente e sinceramente esporle quello che mi è passato per la men-

10-11. *schiettezza gli aprirò,* VV — 12. *Dicogli,* VV — 21. *non li sia suggerita,* VV — 24. *non fussero totalmente,* VV — 25-27. *instituto; anzi stimo che la .... non consista nelle,* VV — 32-33. *verrò schiettamente e sinceramente ad esporli quello,* G —

esempio, vile e plebeo meritamente si chiamerebbe quel convito nel quale mancassero i cibi e le bevande, principal requisito e necessario; ma non però il non mancar di queste lo fa così magnifico e nobile, che sommamente più non gli arrechino grandezza e nobiltà la vaghezza dell' egregio e sontuoso apparato, lo splendore dei vasi d'argento e d'oro, che, adornando la mensa e le credenze, dilettano la vista, i concenti di varie armonie, le sceniche rappresentazioni, e i piacevoli scherzi, all' udito così graziosi. La maestà di un poema eroico vien sommamente ampliata dalla vaghezza e varietà de gli episodii; e Pindaro, principe de' lirici, si sublima tanto col digredire in maniera dal principale suo intento, che è di lodar l'eroe da esso cantato, che nel tesser le laudi di quello non consuma la decima, nè anco tal ora la vigesima, parte de i versi, i quali spende in varie descrizzioni di cose che in ultimo, con fila assai sottili, sono annesse al principal concetto. Io per tanto interamente applaudo alla maniera che il Sig. Liceti, abbondantissimo di mille e mille notizie, tiene nei suoi componimenti, ed in particolare in questo, nel quale, prima che condurre il famelico lettore a saziare sua brama con l'ultimo insegnamento del problema principalmente desiderato, ci porge un util diletto di tante belle cognizioni, che bene ci obliga a rendergliene mille grazie, mentre che con grato rispiarmo di tempo e di fatica ci libera dal rivoltare i libri di cento e cento autori.

Degna dunque di lodi infinite stimo io questa sua nobile ed util fatica. Ed acciochè l'A. V. S. resti sicura che io schiettamente e non simulatamente discorro, voglio contraporre alle meritate lodi che a tutto il resto del suo libro si convengono, alcune mie considerazioni intorno alla digressione che fa il Sig. Liceti nel capitolo L di questo suo libro, le quali mi pare che possino rendere la dottrina in quello contenuta non ben sicura nè incolpabile; se però, quello che communemente ed umanamente suole accadere, l'interesse proprio non m'inganna, essendo il contenuto di tutto il detto capitolo non altro che

4. *grandezza e ....* [sic] *la,* VV — 19. *ei porge,* s — 21. *con gran rispiarmo,* VV — 23. *nobil e così util,* VV — 31. *tutto detto,* s —

una moltitudine di obiezzioni che egli bene acutamente fa contro ad una mia particolare ed antiquata opinione, nella quale ho creduto ed affermato, quel tenue lume secondario che nella parte tenebrosa della Luna si scorge, massimamente quando ella è poco remota dalla congiunzione col Sole, essere effetto cagionato dal reflesso de' raggi solari nella superficie del nostro globo terrestre: al che egli contradice con molte opposizioni, le quali, contro al mio desiderio, mi pare che non necessariamente convincano la mia opinione di falsità. E dico *contro al mio desiderio,* perchè non vorrei che anco questa nota, benchè piccola, macchiasse il suo, in tutto il resto, così puro e candido trattato: che nelli scritti miei, che poco di peregrino e di apprezzabile si contiene, poco di pregiudizio è l' aggiugnere a tante altre mie fallacie questa qui ancora; chè bene in un panno rozo e vile manco noiano la vista molte grandi ed oscure macchie, che in un drappo vago e per la moltitudine de' fiori riguardevole non farebbe una benchè minima.

Proporrò dunque quelle risposte che al presente paiono sollevarmi, con speranza di dover poi, con mio util particolare, esser dalle sue dottissime repliche tolto di errore e condotto nel possesso del vero, qualunque volta queste mie risposte gli venissero agli orecchi. Ma prima che io descenda a esaminar la forza delle sue obiezzioni, voglio, per mia satisfazione, raccontare all'A. V. S. i miei primi moti, dai quali io fui indotto a credere che di questo tenue lume secondario, che nella parte del disco lunare non tocco dal Sole si scorge (il quale, per brevità, con una sola parola nel progresso chiamerò *candore*), sola ed originaria cagione ne fusse il reflesso de i raggi solari nella superficie del globo terrestre. Avendo ed una e due volte osservato il detto candore, mosso dal natural desiderio d' intender le cause delli effetti di natura, il primo concetto che mi cadde in mente fu, che tal candore potesse essere proprio dell' istessa sustanzia e materia del globo lunare: e per certificarmi se ciò potesse essere, aspettai curio-

1. *multitudine,* s — 5. *Sole, sia effetto,* VV — 22. *primi motivi,* s —

samente il tempo della prima eclisse totale di essa Luna, sicuro che quando ella per sè stessa ritenesse tal lume, molto e molto più splendido ci si mostrerebbe nelle tenebre della notte profonda, che nella chiarezza del crepuscolo; in quel modo che incomparabilmente lo splendore della medesima Luna, conferitole dal Sole, più bello e grande ci si rappresenta nella notte oscura, che non solo nel mezo giorno, ma nell' ora del crepuscolo ancora. Venne l' eclisse; e restando ella talmente oscura, che del tutto restò inconspicua, fui reso certo, il candore non esser nativo suo, e però necessariamente doverle esser conferito *ab extra*. E perchè ad illuminare un corpo opaco ed oscuro vi è necessario il beneficio di un altro ben risplendente, nè trovandosi al mondo altri che le stelle erranti e fisse, il Sole e la Terra, in quanto dal Sole è illustrata, venivo di necessità tratto a ricorrere e a far capo ad alcuno di questi. E cominciando dal Sole, essendo manifesto quanto grande sia l' illuminazione che esso le manda e che nello emisferio lunare ad esso esposto si riceve, giudicai, il candore che nell' altro emisferio, non visto dal Sole, si diffonde, non potere essere opera dei raggi solari. Nè meno potersi attribuire al resto dei lumi celesti, cioè delle stelle: imperochè la vista loro non vien tolta alla Luna posta nelle tenebre dell' eclisse; onde quelle pure illustrandola sempre egualmente, molto più lucida ci si rappresenterebbe nell' oscuro campo della notte, che nel crepuscolo; di che accade tutto l' opposito. E perchè manifestamente si osserva, il candore farsi di grande mediocre, e di mediocre minore e minimo, tal effetto in conto veruno dalle stelle non può derivare. Restavami sola la Terra, atta a poter satisfare a tutte le particolarità, col non fare ella verso la Luna altro che puntualissimamente quello che la Luna fa verso la Terra, illuminando la sua parte oscura nelle tenebre della notte col reflesso de' raggi solari, or più, or meno, or pochissimo, or niente. E meco medesimo più arditamente discorrendo, dissi: Sono la Luna e la Terra due corpi opachi e tenebrosi egualmente; vi è il Sole,

2-3. *splendido ei si,* s — 5. *conferitogli,* VV — 7. *ma nella chiarezza del,* VV — 9. *dovergli,* VV — 15. *esso gli manda,* VV — 18. *Nè meno si può attribuire,* VV — 21. *rappresentarebbe,* s — 22. *oscuro tempo,* s —

che di pari illustra continuamente un emisferio di ciascheduno, lasciando l' altro oscuro; e di questi, la Luna è potente a illuminare l' oscuro della Terra: oh perchè si dovrà metter in dubbio che il luminoso della Terra non incandisca l' oscuro della Luna? Parvemi questo discorso talmente ragionevole, che io presi ardire di palesarlo, stimando che dovesse esser ricevuto come concludente; nè è restato il mio creder vano, poichè niuno de i comuni ingegni speculativi l' ha impugnato, sinchè il discorso dell' Eccellentissimo Sig. Liceti, sopra tutti gli altri eminente, ha con grand' acutezza penetrato, tal mio pensiero ed opinione essere stata manchevole. Tuttavia, o sia per mia debolezza ed incapacità, o pure che le impugnazioni non siano di quella strettissima necessità che nella assoluta demostrativa scienza si richiede, non mi conosco ancora per al tutto convinto; e perchè in me non cessa il desiderio di sapere, bramando di esser tolto del dubbio e posto nel certo, communicherò a lei tutto quello che mi occorre potersi dire in risposta alle sue contradizzioni, per mantenimento della mia opinione.

E facendo principio dal titolo del capitolo 50, che è: *De Lunae subobscura luce, prope coniunctiones et in deliquiis observata; digressio physico-mathematica,* già che egli medesimo le dà titolo di digressione, è manifesto segno di averla esso stimata considerazione non necessaria nel suo trattato, ma solo avervela interposta per magnificarlo; conforme a quel che di sopra ho detto, che la nobiltà e magnificenzia consiste più negli ornamenti non necessarii, che in quelle cose che di necessità devono esser portate. E sin qui approvo e laudo il suo instituto, se non in quanto seco porta indizio del mio non ben saldo discorso. E perchè egli procede come matematico e fisico, andrò

---

te, per diminuire la forza dell' impugnazioni di un tanto campione, qual è l' eminente filosofo Liceti.

E per non lasciar alcuna cosa in dietro, farò la prima considerazione sopra il titolo che ei prepone al capitolo 50 del suo libro *De lapide Bononiensi,* dove ei tratta la materia tra esso e me controversa. Scrive egli dunque: *De Lunae subobscura luce etc.* E perchè ei dà titolo

4. *terra incandisca,* VV — 15-16. *mi sovviene potersi,* VV — 18. *del L° capitolo,* VV — 20. *medesimo gli dà,* VV —

28. *la forza d' un tanto,* G — 31. *che ei propone,* G; *ch' ei pone,* b —

esaminando come filosofo, qualunque io mi sia, e come matematico le sue opposizioni; facendo anco qualche poco di considerazione intorno alla forma dell' argumentare che egli tal volta tiene, quanto ella sia conforme a i dialettici precetti posti da Aristotele.

Piglio dunque la sua prima instanza, contenuta dal principio del capitolo sino a *Dein vero, quum in plenilunio Terra etc.* Mentre io vo con attenzione esaminando questo primo discorso, lo trovo veramente con bello artifizio tessuto; e l' artifizio mi si rappresenta tale. Due parti si contengono in esso conteste: l' una è nella quale ei vuol dimostrare, il candor della Luna non potersi in modo alcuno riconoscere dalla Terra; l' altra è il concludere, tal effetto procedere dall' etere ambiente essa Luna. Quanto alla prima, molto probabilmente cammina il suo discorso, dicendo, il candor della Luna non poter derivare se non da quel corpo dal quale provengono le differenze di esso candore, le quali differenze sono il farsi tal candore or più ed or meno lucido: e questo non può provenire dalla Terra, avvengachè la sua lontananza dalla Luna non si muta: e però il reflesso della Terra deve esser sempre uniforme, ed in conseguenza impotente a produr differenze in esso candore; adunque, nè meno il candor medesimo. Il discorso, pigliandolo a tutto rigore, patisce non leggier mancamento: il quale è, che nel raccorre la conclusione dalle premesse, s' introduce un quarto termine, non toccato nelle premesse, il

---

di digressione a quel che vuol soggiungere, assai apertamente vien a confessare di non aver avuto necessità di trattare cotal materia, la verità o falsità della quale nè pregiudizio nè utile poteva recare al principale scopo ed argomento che ei tratta nel suo libro; onde ne viene in conseguenza che ei mosso solamente, dirò, da certo prorito di contraddire, si sia indotto a intraprendere cotale impresa. Dichiarasi appresso di volere comparire come fisico e matematico, cioè di voler proceder con dimostrazioni tolte non solo dalla natural filosofia, mà dalla matematica ancora: e qui non so perchè ei taccia la logica, la quale, riguardando alla forma del silogizzare, ne insegna a dedurre da vere premesse indubitata necessità della conclusione. Sarò per tanto,

8. *artifizio si rappresenta,* s — 19. *candore, nè meno,* V V — 21-22. *conclusione delle premesse,* s — 24. *trattare simil materia,* G — 25. *verità e falsità,* b — *poteva arrecare,* Mar., G — 26. Con le parole *ei tratta* comincia il manoscritto di pugno del Viviani. — 27. *che e' mosso,* V' — 28. *contradire,* V' —

quale è la Terra. Sono le premesse: « Un effetto mutabile non può provenire da causa immutabile: il candore è effetto mutabile; ma la distanza tra la Terra e la Luna è immutabile; adunque il candore non può provenir dalla Terra ». Ora questo termine « Terra » non è posto nelle premesse, ma vi è in suo luogo « distanza tra la Terra e la Luna »; onde, a voler che l'argumento cammini in buona forma, bisognava, avendo detto nelle premesse « Un effetto mutabile non può provenire da causa immutabile; ma la distanza tra la Terra e la Luna è immutabile », bisognava, dico, dir nella conclusione « Adunque il candore non procede dalla distanza tra la Terra e la Luna »: ed il silogismo, raddrizzato così, quanto alla forma procedeva bene, ma non concludeva niente contro di me. Ho detto che a tutto rigore ne seguirebbe questo inconveniente; ma avendo riguardo a quello che, per mio credere, il Sig. Liceti aveva in intenzione, figuriamo l'argumento in miglior forma, dicendo: « Un effetto mutabile non può derivare da causa immutabile: ma la distanza tra la Luna e la Terra è immutabile, ed immutabile parimente è lo splendor della Terra; adunque il candore non può provenire nè dalla distanza tra la Luna e la Terra, nè dallo splendore della Terra; ed in conseguenza non può provenire dalla Terra ». Non si può negare che il discorso in questa maniera raddrizzato apparisce tanto concludente, che fa-

---

per mio schermo, in obbligo di esaminare il valore delle fisiche dimostrazioni, delle matematiche osservazioni, e delle logicali induzioni.

E venendo ad esaminare il primo argumento col quale l'acutissimo Sig. Filosofo cerca di impugnare la mia oppinione e stabilire la sua, potrà l'A. V. S. sentire quanto egli scrive dal principio di questo capitolo sino a *Dein vero, cum in plenilunio Terra perfundatur a Luna, etc.* Or, mentre io vo considerando questo primo discorso, primieramente mi pare, posto che ei sia concludente, di potere, senza punto partirmi dalle pedate dell'Autore, construirne uno similissimo, il quale dimostri falsa una oppinione che senza verun dubbio ei reputa, insieme con tutti gli uomini, verissima. Imperò che ned egli nè altri metterà dubbio o negherà che quel lume notturno che si scorge in Terra, e che vulgarmente si chiama lume di Luna, proceda dal

11, 21. *ridrizzato,* VV — 13. *ne seguiva questo,* VV — 16-17. *tra la Terra e la Luna è immutabile, ed immutabile è parimente lo,* VV —

cilmente potrebbe essere ammesso per sincero e libero da ogni fallacia da qualsivoglia filosofo; e tanto più ciò mi persuado, quanto che l' istesso Sig. Liceti, da me stimato per filosofo a nissun altro secondo, per niente manchevole lo ha creduto: e pure tra poco spero di esser per dimostrarlo manchevole. In tanto per ora, ammessolo per concludente, dico che egli non fa punto contro di me, il quale non ho mai detto nè scritto che alla produzzione del candore si ricerchi la mutazione della distanza tra la Terra e la Luna o la mutazione dello splendore della Terra. È stato pensiero del Sig. Liceti; il quale, immaginandosi che di tal mutazione non possa esser causa altro che il variarsi la distanza o il mutarsi lo splendore, si è persuaso che escludendo queste due cause venga distrutta la mia opinione. Se io avessi detto che la Terra cagionasse il candore nella Luna con l'appressarsele o discostarsele, o col farsi ella or più splendida ed or meno, egli mi averebbe convinto di errore col mostrare che la Terra nè si avvicina o discosta dalla Luna, nè diviene una volta più vivamente splendida che un'altra. Resto io per tanto sin qui illeso dalla sua prima impugnazione, nella quale è bene ora che veggiamo se vi sia ascosa dentro alcuna fallacia, sì come, ingenuamente parlando, credo che ascosa vi sia: e per farla palese, prima mostrerò in generale che ella vi è; dipoi tenterò di additare, dove e quale ella sia in particolare.

---

reflesso de' raggi solari nel corpo di essa Luna: tuttavia, essendo che tal lume di Luna in Terra grandemente si muta nel crescersi e diminuirsi, nè può (come il medesimo Autore con gran ragione afferma) d'altr'onde derivare la causa di tale augumento e diminuzione che di là donde l'istessa illuminazione deriva, causa di tal mutazione non potrà esser la Luna, poi che la sua lontananza dalla Terra nè si fa maggiore nè minore, dalla quale maggioranza e minoranza riconosce l'Autore l' incremento e decremento della illuminazione; e non si potendo di tal variazione di lume ripor la causa nella Luna, nè essa Luna potrà esser quella che la Terra illustri nelle notturne tenebre. Ma se pure noi vorremo assegnar cotale illuminazione alla Luna, converrà che dello accrescimento e diminuzione di lume si assegni altra cagione

2. *persuado io, quanto,* VV — 13-14. *appressarsegli o discostarsegli,* VV — 17. *io fra tanto,* s — 20. *ascosta,* VV — *in genere che,* VV —
30. *Luna, adunque nè anco essa,* V' —

Che fallacia assolutamente vi sia, lo provo col tessere un argumento formato su le vestigie del suo, senza slargarmene pure un capello, deducendone poi una conclusione falsa; la quale vera doverebbe esser riuscita, quando nella forma dell' argumento non fusse stata fallacia. Formando dunque l' argumento su le sue pedate, proverò che quel lume che la notte si scorge in Terra, mentre che la Luna splendida si trova sopra l'orizonte, e che communemente si chiama lume di Luna, non è altrimenti effetto che, come da causa, dependa dal reflesso de' raggi solari nella superficie della Luna, dicendo così. Questo che noi chiamiamo lume di Luna è effetto mutabile, e però non può derivare se non da causa mutabile. Ma le cause mutabili, atte a produrre una tal mutabilità, sono dal Sig. Liceti ridotte a due capi: l' uno è l' avvicinare o discostare il corpo illuminante da quello che deve essere illuminato; e l'altro è il crescere o il diminuire lo splendore del corpo illuminante. Il primo di questi due capi non ha luogo nella presente operazione, avvengachè, per concessione pur del medesimo Sig. Filosofo, la Luna mantiene sempre la medesima distanza dalla Terra; e l'altro capo molto meno ci ha luogo: il che è manifesto; imperochè l'effetto che seguir si vede procede tutto al contrario di quel che proceder dovrebbe quando pur lo splendor della Luna si facesse ora più vivo e potente ed ora meno. Imperciochè, essendo lo splendor della Luna effetto dei raggi solari che la illustrano, chiara

---

che l' avvicinarsi o allontanarsi la Luna dalla Terra: e certamente, benchè sia vero che l' avvicinare o allontanare il corpo tenebroso dal risplendente, che illuminare lo deve, faccia maggiore e minore la illuminazione, tutta via non doviamo fermarci su questa posizione, quasi che altra non ne sia in natura, mentre pure ce n' è un' altra al meno, che è il servirsi di lume or più grande ed or più piccolo, mentre veggiamo una gran torcia accesa assai più gagliardamente illuminare un corpo tenebroso che una piccola candeletta, posta nella medesima distanza. E questa sì gran differenza di illuminare si assesta tanto puntualmente nel proposito di che si tratta, che resto con qualche ammirazione che il Sig. Liceti, tanto perspicace ed accorto nel penetrare i più reconditi secreti di natura, abbia trapassato questo sotto silenzio.

4. *dello argumentare non,* VV — 6. *mentre la,* VV — 14. *crescere e il,* s — 18. *meno ancora ci,* VV — 28. *ed ora più,* V' — 28-29. *piccolo, essendochè veggiamo,* V' —

cosa è che ei sarà più vivo quando ella è men lontana dal Sole, e più debile nella sua maggior lontananza: e però, posta la Luna in congiunzione col Sole, lo splendore che ella da lui riceve, più efficace sarà che quando ella li è posta all'opposizione, trovandosi in questo luogo più lontana dal Sole, che in quello, tanto quanto importa il diametro del dragone, cerchio massimo dell'orbe nel quale la Luna si rivolge; ed è manifesto, che partendosi ella dalla congiunzione e venendo verso il sestile e di lì al quadrato, ella si va continuamente discostando dal Sole, continuando pure il discostamento nell'aspetto trino, e finalmente conducendosi alla massima lontananza nella diametrale opposizione. Si va per tanto continuamente indebolendo lo splendore della Luna: ma l'effetto suo in Terra procede al contrario. Imperochè nel tempo della congiunzione l'illuminazione in Terra è minima, anzi pur nulla, e si comincia a far sensibile nel separarsi la Luna dalla congiunzione, nè molto si fa ella apparente sino allo aspetto sestile; ma continuando lo allontanamento della Luna dal Sole, passando per il quadrato e trino, sempre il lume di Luna in Terra si fa maggiore e maggiore, sin che diviene massimo nella opposizione. Poichè dunque la mutazione nel lume si fa al contrario di quel che far si dovrebbe quando tal mutazione dependesse dal farsi lo splendore della Luna or più or meno grande e gagliardo; chiara cosa rimane, che nè anco il secondo capo ha luogo in questa operazione del farsi il lume in Terra or più or meno vivace. Adunque non ha la

---

Del corpo lunare sempre ne è la metà della superficie tocca da i raggi del Sole, trattone quelle poche ore delli ecclissi, e l'altra metà resta oscura: della medesima superficie lunare sempre ne è una metà esposta a gli occhi nostri ed alla Terra. Il disco lunare illuminato dal Sole è potente a ripercuotere i raggi di quello, e con tal lume ripercosso illuminare ogni corpo tenebroso che egli incontri: il che accade alla Terra ed a noi, mentre, trovandoci tra la Luna e il Sole, veggiamo l'emisferio di quella tutto pieno di luce, dalla quale venghiamo favoriti ed illuminati; all'incontro, posta la Luna tra il Sole e la Terra, nulla veggiamo dell'emisferio lunare illustrato dal Sole, perchè ci è averso, e solo risguarda verso di noi l'altro emisferio lunare, non tocco dallo splendore del Sole. Comincia la Luna a separarsi ed allonta-

3. *congiunzione al Sole,* VV — 19. *mutazione del lume,* s — 23. *or più ed or meno,* VV —

Luna parte alcuna nella mutazione di quel lume in Terra, del quale noi parliamo; e non avendo ella parte in tal mutazione, per la verissima ipotesi del medesimo Filosofo nè meno l' istesso lume sarà effetto della Luna: tuttavia egli pure tanto manifestamente depende dalla Luna, che niuno degli uomini si troverà che vi ponga dubbio. E veramente dubbio non vi si può porre, mentre che la causa della mutazione, cioè del farsi di piccolissimo, e di giorno in giorno andar crescendo, sin che grandissimo divenga, è tanto manifesta, che non è uomo che non la comprenda, e non vegga che la Luna nuova poco o niente può illuminar la Terra, non ci mostrando del suo emisferio illuminato dal Sole altro che una sottilissima falce, la quale la sera seguente fatta più larga, e di sera in sera ingrossando le sue corna, allargatasi per buono spazio dal Sole, comincia a rendere osservabile l' effetto del suo splendore, quanto all' illuminar la Terra; ridottasi poi, dopo sette o otto giorni, al quadrato, scuopre alla Terra di sè la metà del suo emisferio splendido; e seguitando di allontanarsi ancor più dal Sole, più e più di sera in sera mostra ampla la sua faccia rilucente; e finalmente nella opposizione l' emisferio suo, in figura d' intero e perfetto cerchio, grandissima ne produce in Terra la sua illuminazione.

Io veramente mi meraviglio che l' Eccellentissimo Signore, di ingegno tanto provido in contemplare e penetrare le cause e gli effetti

---

narsi dalla congiunzione col Sole, della illuminazione del quale comincia insieme a participarne una sottile striscia dell' emisferio oscuro, che verso noi riguarda; e questa piccola particella è quella sottilissima falce che si comincia a vedere il secondo o il terzo giorno dopo la congiunzione, dallo splendor della quale, per essere una sottile e piccola fiaccola, poco o niente riceve di lume la Terra. Continuando la separazione ed allontanamento della Luna dal Sole, si ingrossano le lucide corna, e cresciuta la torcia, comincia a farsi sensibile la illuminazione di quella sopra la Terra. Séguita l'allontanamento e l'ingrossamento, talmente che nell' aspetto quadrato già dell' emisferio lunare esposto a gli occhi nostri ne è la metà illuminato; onde veggiamo un mezzo cerchio risplendente e, come molto accresciuto sopra le corna, con molto maggior luce illuminante la Terra. Séguita dopo il qua-

23. *Sole, e della illuminazione di esso comincia,* V' —

meravigliosi della natura, non so per qual ragione, non abbia fatto reflesso sopra così patente causa della mutazione del lume di Luna in Terra; o perchè, avendovela fatta, non l' abbia poi riconosciuta nello splendore della Terra nel produrre simile mutazione nel candor della Luna, mentre che il negozio cammina nell' istessa maniera puntualissimamente. Cioè, perchè, stante sempre un intero emisferio della Terra illustrato dal Sole, la Luna non però si trova perpetuamente costituita in sito tale, che continuamente se gli opponga o scuopra o tutto o la medesima parte del detto emisferio terrestre luminoso; ma talora lo vede tutto, talora ne perde una parte, e poi un' altra maggiore, e finalmente ancora ne perde il tutto. L'intero ne vede la Luna posta alla congiunzione col Sole; nel qual tempo, esponendo essa Luna il suo emisferio opaco, non tocco da i raggi solari, alla Terra, sommamente viene incandita dalla piazza immensa luminosa di quella. Partendosi poi dalla congiunzione, comincia a scoprire una particella dell' emisferio tenebroso della Terra, rimanendole però veduta grandissima parte ancora del luminoso; onde il suo candore si debilita alquanto, e va continuamente debilitandosi mentre che, nello allontanarsi dal Sole, va sempre di giorno in giorno perdendo di vista parte maggiore del terrestre emisferio luminoso, sin che, giunta al quadrato, scuopre del terrestre emisferio, esposto alla sua vista, la metà dell' illuminato, e l' altra metà del tenebroso: cresce dunque

---

drato l' aspetto trino, e già dall' emisferio lunare, più che la metà illuminato, è la illuminazione grandemente in Terra accresciuta; sin che finalmente nella totale elongazione, cioè nell'opposizione, l'intero cerchio ed emisferio volto verso noi compare tutto lucido, e la torcia, fatta grandissima, gran lume diffonde sopra la superficie della Terra. Ora, se questo discorso, che tanto chiaramente rende la ragione del crescersi e calarsi il lume di Luna in Terra, si trovasse adattarsi a capello a quel crescimento e decremento del lume tenue e secondario che si scorge nel disco lunare, e che, per brevità, con una sola parola ne' seguenti discorsi chiameremo *candore,* certo che non dovrebbe alcuno ritirarsi dal concederlo, come a sua causa primaria, al

1–2. *fatto reflessione sopra,* VV — 10–11. *ne perde parte maggiore, e poi maggiore, e finalmente,* VV — 16. *rimanendoli,* VV — 22. *del tutto tenebroso,* s —

23–24. *già dell' emisferio lunare più che la metà illuminato è la illuminazione,* V; *già dall' emisferio lunare è più che la metà illuminato è la illuminazione,* V' — 26. *comparisce,* V' —

la causa del diminuirsi il candore. E così, continuando di perdersi di sera in sera maggiore e maggior parte dell' emisferio splendido della Terra, il candore si fa a poco a poco impercettibile, sendo anco di gran pregiudizio a gli occhi del riguardante la presenzia della parte molto lucida della Luna, che confina con quello che di lei resta privo della illuminazione del Sole. Al che possiamo aggiugner ancora (come punto di gran considerazione) la chiarezza che il medesimo lume lunare introduce nel suo ambiente, la qual chiarezza è tanta, che ci offusca e toglie la vista delle stelle fisse, le quali anco per assai grande spazio son lontane dalla Luna; tal che molto meno ci deve restar cospicuo il candore, anco per altro, tenuissimo fatto.

Parmi, Serenissimo Signore, d' aver sin qui a bastanza dimostrato come l' opinion mia resta illesa da questa sua prima obbiezzione, ed insieme aver concluso che nella sua instanza è forza che sia qualche fallacia. Séguita ora che io dichiari in quel che a me pare che la fallacia consista: ed è, s' io non m' inganno, che argumentando egli *ex suppositione,* quello che egli suppone è mutilo; e dove egli è almanco di tre membra, ne prende solamente due, lasciando indietro il terzo. Del potersi fare il candore, o altra illuminazione, maggiore o minore, ne assegna il Sig. Liceti due modi solamente: cioè il mutarsi la distanza tra il corpo illuminante e il corpo che si illumina, che è l' uno de i modi;

---

reflesso del lume solare nella terrestre superficie: ma egli veramente se gli accomoda *ad unguem.* Già è manifesto, che posta la Luna in qualsivoglia sito, ha perpetuamente opposto or questo ed or quello emisferio del globo terrestre; nè meno è chiara cosa, che rigirandosi il Sole intorno alla Terra, egli ne illumina or questo ed or quello emisferio, lasciandone l' altro tenebroso: ed essendo che la Luna ancora si va rivolgendo intorno alla Terra, accade che ella tal ora si trova tra la Terra e il Sole, nel qual tempo l' emisferio terrestre illustrato dal Sole è esposto alla vista della Luna; onde quando il suo reflesso abbia potere di illuminare, certo farà egli ciò nell' emisferio lunare oppostogli, che è la parte della Luna tenebrosa per non esser tocca da i raggi solari. Produrrassi dunque nel disco lunare quello che chiamiamo candore, il quale resterà del tutto estinto quando la Luna sarà all'opposizione del Sole; perchè allora, della Terra inter-

31. *illuminare, certamente farà,* V' —

e l'altro, col farsi lo splendore dello illuminante intensivamente più o meno gagliardo. Ma ci è il terzo, il quale è quando non intensivamente, ma estensivamente, si fa maggiore quella luce da cui l'illuminazione deriva: e così il lume di una torcia grande più gagliardamente illuminerà che d'una piccola candela, benchè gli splendori di amendue intensivamente siano eguali. Ora qui averei voluto che il Sig. Liceti avesse considerato, quanto questa terza maniera è più potente in produrre l'effetto della mutazione del lume di Luna in Terra. Imperochè l'ingrandirsi estensivamente lo splendore della Luna, come fa, mostrandosi da principio in figura di una sottilissima falce, andandosi poi pian piano e di sera in sera dilatando, cioè facendosi estensivamente maggiore, gran mutazione di accrescimento produce nell' illuminar la Terra, ancorchè intensivamente vadia debilitandosi, onde per tal rispetto il lume dovrebbe farsi men vivo. Debolissima dunque è l'efficacia delle altre due maniere, in comparazione di questa terza, la quale l'A. V. S. vede quanto sia gagliarda.

Sarà bene adesso che andiamo esaminando quello che operar possa circa l'incandire la Luna il reflesso del suo etere ambiente, dal Sig. Liceti assegnato per vera cagione dell'effetto: la quale dubito che non possa essere se non assai languida ed inefficace. Ma prima che io venga a questo, voglio qui interporre un mio, tal qual si sia,

---

media tra essa Luna e il Sole, l'emisferio tenebroso è quello, che risguarda verso la Luna, sì che ella niente scopre dell'emisferio terrestre illuminato dal Sole. Partesi la Luna dall'opposizione, e venendo verso il Sole, perde parte dell'emisferio tenebroso della Terra ed acquista la veduta di una particella dello illuminato, la qual particella in figura di sottil falce si rappresenta ad essa Luna; e procedendo ella verso la quadratura, andrà di giorno in giorno scoprendo più e più dell'emisferio terrestre luminoso, per lo che le apparenti corna del lume terrestre si anderanno ingrossando, sin che, giunta la Luna al quadrato, scoprirà dell'emisferio della Terra a sè opposto la metà lucida, cioè quella che guarda verso il Sole, e l'altra metà oscura, ed in questo stato il candor nella Luna sarà fatto assai sensibile, come prodotto dalla metà dell'emisferio terrestre luminoso; e final-

5. *che una*, VV —
31. *emisferio luminoso della*, V; *emisferio della*, V' —

pensiero, per ritrovar l' origine donde sia proceduto il restare per tanti secoli passati occulta a gli ingegni speculativi questa, per mio credere, assai vera e concludente ragione, del derivare il candor della Luna veramente dal reflesso de' raggi solari nella terrestre superficie. Mentre che il Sole è sopra l' orizonte ed illumina il nostro emisferio terrestre, in qualsivoglia luogo che sia posta la Luna, il candor di lei non ci si rende visibile; per lo che nessuno in tal tempo si sarebbe mosso a credere nè a dire che il lume della nostra Terra avesse forza di illuminare la parte della superficie lunare non tocca dal Sole: onde molto meno gli potrebbe cadere in mente che la superficie della Terra priva di splendore fusse potente a incandire la Luna, cioè fusse potente, essendo tenebrosa, a portar luce là dove ella non la portò essendo luminosa. Quando dunque, tramontato che sia il Sole ed imbrunita la nostra Terra, mentre si vede scoprirsi il candore nella Luna, il giudizio popolare ad ogni altra causa lo potrebbe referire, fuorchè alla Terra: per lo che gli uomini, persuasi da questa prima e semplice apprensione, o non vi fecero reflessione, o cercarono di ritrovarne la ragione in ogni altra cosa fuorchè nello splendor terrestre.

Ora, varii sono i riscontri e le ragioni le quali mi distolgono dal prestar l' assenso all' opinione del Sig. Liceti, che il candore lunare sia effetto di una parte del suo etere ambiente, la quale, come al-

---

mente, procedendo pur la Luna verso la congiunzione col Sole, più e più dell' emisferio terrestre luminoso andrà scoprendo, ed il suo candore crescendo. Contrariamente dunque si rispondono le reciproche illuminazioni de i due reflessi lunare e terrestre. Massimo è il candore della Luna nel tempo della sua congiunzione col Sole; ma nulla allora riceve la Terra dalla Luna, voltandosegli l' emisferio tenebroso: nella opposizione, massimo è il candore in Terra, cioè il lume di Luna, la quale li oppone l'intero emisferio illuminato dal Sole: nel partirsi ed allontanarsi la Luna dalla congiunzione, scema in lei il candore, ma cresce il lume di Luna in Terra, e nel quadrato si trova essere altr' e tanto scemato il candore nella Luna, quanto accresciuto il lume di Luna in Terra; nel qual caso sono i reciprochi benefizii delle illuminazioni equilibrati, se non in quanto quello che la Luna riceve dalla Terra deve esser

12. *portar lume là dove ella non lo portò,* VV — 17-18. *di ritrovare la,* s — 27. *voltandosele,* V' — 28. *la quale le,* V' —

quanto più densa dell' etere purissimo che il resto del cielo ingombra, possa ricevere e ripercuotere i raggi solari nella parte tenebrosa della Luna; in quella maniera che la parte dell' aria contermina alla Terra, fatta densa dalla mistione de i vapori, riceve lume da i raggi solari, e quello reflette sopra la Terra, producendo il crepuscolo e l' aurora. E perchè, oltre a questo, egli suppone che la Luna pure abbia per sè stessa alquanto di lume, suo proprio e naturale; questo parimente e primieramente non credo io esser vero, nè potere, quando pur vero fusse, averci parte alcuna: nè so penetrare da che cosa mosso egli ve lo abbia voluto introdurre. E prima, che egli non vi sia, ce ne rende sicuri il perder noi talvolta del tutto di vista la Luna, quando ella, nella sua totale eclisse, nel mezo del cono dell' ombra terrestre si riduce; chè quando ella avesse qualche proprio lume, benchè tenue, nella profondissima notte si farebbe visibile: tal lume proprio non ha dunque la Luna. E quando ben ne avesse, non potendo egli esser se non tenuissimo, di niente potrebbe aiutare il candore, il quale è molto grande: in quella maniera che niente opera il lume della Luna circa l' illuminar la Terra, qualvolta il Sole, elevato sopra l' orizonte, con i suoi lucidissimi raggi l' illustra; chè quando la notte, in assenza del Sole, la Luna piena di splendore non ci avesse illuminato, giammai di giorno, alla presenza del Sole, non averemmo

---

maggiore di quello che ella gli porge, per esser la parte illuminante della Terra molto maggiore della illuminante della Luna. Ecco dunque trovato il modo e la ragione del crescersi e diminuirsi il candore nella Luna, senza bisogno di accostarsi o allontanarsi dalla Terra.

Questo discorso, come ben vede l'A. V. S., tanto placidamente e concludentemente cammina, che molto mi maraviglio del non esser caduto immediatamente nel pensiero dell' Eccellentissimo Sig. Liceti. Ma più dirò, che maggiore ammirazione prendo di certo mancamento logicale, che mi par di scorgere nel suo modo di argumentare. Ristringo, per chiarezza, il suo argumento in poche parole. Egli dice: « Un effetto mutabile non può dependere da causa immutabile: il candore della Luna è effetto mutabile; ma la lontananza della Terra dalla Luna

7. *e nativo; questo,* VV — 12. *quando, nel suo totale,* VV — 12-13. *nel mezo dell'ombra del cono terrestre,* s — 16-17. *potrebbe egli aiutare il candore della Luna, il,* VV — 19. *raggi illustra la Terra; chè,* VV — 21. *Sole, averemmo,* VV —
22. *le porge,* V' — 32. *immutabile: ma il,* V' —

potuto assicurarci della illuminazione della Luna: e così nel gran campo del candore, molto bene luminoso, ogni altro picciol lume resterebbe offuscato e come nullo. Quanto poi all' operazione dell' etere ambiente, circa il candire la Luna, non veggo che in modo alcuno possa satisfare a quello che al senso ci apparisce: imperochè tutto il campo tenebroso della Luna è egualmente candito, e non intorno alla circonferenzia solamente, dove solo per breve spazio si dovrebbe distendere il lume che dallo etere ambiente le perviene; in quel modo che il reflesso della parte dell' aria vaporosa solamente tal parte dell' emisferio terrestre illustra, qual parte è il tempo della durazione del crepuscolo del tempo della lunghezza di tutta la notte: che se l' illuminazione del crepuscolo potesse diffondersi sopra tutto l' emisferio terrestre, non averemmo mai notte profonda, ma un' aurora o un crepuscolo perpetuo; ed avvengachè secondo che in maggiore altezza si sublimasse l' orbe vaporoso intorno al globo terrestre, tanto più diuturno si farebbe il crepuscolo, in immensa altezza converrebbe che si elevassero i vapori per illuminare l' intero emisferio. Ora, quando il Sig. Liceti volesse mantenere che il candore che può illustrare tutto l' emisferio tenebroso della Luna, derivasse dal reflesso dell' etere ambiente, sarebbe in obligo di insegnarci a quanta altezza, o vogliamo

---

è immutabile: adunque tal candore non può dependere dalla Terra ». Ma, Eccellentissimo Sig. Filosofo, V. S. mi esce addosso con un quarto termine non toccato nelle premesse, il che viene stimato tra i più gravi errori in logica. Sono i tre primi termini: primo, *effetto mutabile;* secondo, *causa immutabile;* terzo, *lontananza immutabile tra la Terra e la Luna:* ella poi ci aggiugne il quarto, che è *la Terra,* e pargli di potere direttamente concludere, e dire: « Adunque non può esser la Terra causa del candore della Luna ». Di grazia, ridrizzisi il silogismo in buona forma; il che sarà se noi l'ordineremo così: « Un effetto mutabile non può dependere da causa immutabile »; vero: « Il candore della Luna è effetto mutabile »; vero: « ma la lontananza della Terra dalla Luna è immutabile »; vero: adunque, che ne viene in conseguenza? « la lontananza della Terra dalla Luna non può

8. *ambiente gli perviene,* VV —

30-31. *immutabile »; concedo: « Il,* V' — 31. *mutabile »; concedo: « ma,* V' — 32. *immutabile »; pure concedo: adunque,* V' —

dir distanza, fuor dell' orbe lunare dovesse tal parte d' etere addensato sublimarsi; nella quale impresa, oltre che alquanto laboriosa gli riuscirebbe, credo che incontrerebbe assai gagliarde contraindicanze. Una delle quali è, che giammai in verun modo potrebbero le parti di mezo essere egualmente luminose come le altre più verso la circonferenza, ma grandemente più tenebrose, avvenga che le parti intorno alla circonferenza goderebbero non solo delle parti a sè contigue, ed anco delle prossime, ma di tutte le remote ed altissime; dove che le parti di mezo, restando prive della vista delle prossime e tangenti l' estremo limbo, riceverebbero il lume solamente dalle alte e remote: ora, quanto importi l' avere l' illuminante prossimo, più che l' averlo lontano, per esser più vivamente illuminato, è tanto per sè manifesto, che non occorre spendervi più parole. E doppo questa ci è un' altra contraindicanza, pur gagliardissima; e questa è, che nel farsi l' eclisse, finito che fusse di entrare nel cono dell' ombra il disco lunare, restando ancora fuor di tal cono gran parte dell' etere alto che la Luna circonda, essendo ancora questo visto ed illuminato dal Sole, pure continuerebbe di incandire ancora la medesima faccia della Luna, e massimamente la parte conseguente all' ultimo orificio che si sommerse nell' ombra: al che troppo altamente repugna l' espe-

---

esser causa del candor mutabile »; e questo è verissimo, e si concede, e l' argumento direttamente conclude: ma non conclude già contro di me, il quale non ho mai detto, che il candore dependa dalla lontananza della Terra dalla Luna, ma ben dal reflesso de' raggi solari nella faccia della Terra.

Resta dunque sin qui illeso il mio discorso, il quale referisce il candore della Luna alla Terra illuminata, e non alla lontananza della Terra dalla Luna. Concluderebbe l' argomento del Filosofo, quando la Terra fusse il medesimo che la lontananza tra essa e la Luna; il che non è, nè credo che il sottil Filosofo creda. Molto puntualmente si accomoda il reflesso della Terra a render ragione di ciò che appare nel candore della Luna; ma non così aggiustatamente mi pare che ridur si possa cotale effetto all'etere ambiente la Luna, il quale, or più or meno illuminato dal Sole, accresca e scemi il nominato candore lunare, sì come assai ingegnosamente ha stimato l'Autore: ed a così credere

24. *Luna, ma sì bene dal,* V' —

rienza, la quale ce lo mostra bene alquanto sparso di luce, e, per mio credere, conferitale dallo etere suo ambiente, ma tal luce con infinita proporzione minore del vero candore; il quale, se nella profonda notte potesse conservarsi, io tengo per fermo che ei sarebbe potente a illuminarci, non ardirò di dire quanto la Luna nel suo plenilunio, ma che non cederebbe a quello che ci viene dalle corna della Luna posta presso all'aspetto sestile[1]. E finalmente, del non potere il candore in verun modo essere effetto dell'etere ambiente, molto chiaramente lo mostra la gran diminuzione che in esso si scorge dal partirsi dalla congiunzione col Sole sino all'arrivare al quadrato, alla qual diminuzione converrebbe che proporzionalmente rispondesse la diminuzione del lume nell'etere ambiente; la quale non può esser se non piccolissima e per avventura insensibile, non si potendo, come il medesimo Sig. Liceti afferma, riconoscere da altro che dallo allontanamento di esso etere dal Sole. Ed ancorchè nè l'etere ambiente nè il suo lume scorgiamo, nulladimeno quale possa essere la diminuzione di quello, lo

---

mi muovo, perchè l'ambiente della Luna poco più vivamente può essere illuminato dal Sole nella minor lontananza da esso che in altra maggiore, dove che, all'incontro, l'augumento e diminuzione del candore è molto grande e notabile; ed essendo che di uno effetto mutabile è necessario altresì che la cagione sia mutabile, e che essendo la mutabilità nell'effetto molto grande, molto grande parimente debba essere la mutabilità nella causa, malagevolmente si potrà referire il candore all'illuminazione dell'etere ambiente. Ma bene molto acconciamente troveremo accomodarsegli il reflesso dell'emisferio terrestre.

Mostraci l'osservazione, il candor della Luna posta presso alla congiunzione col Sole esser notabilmente maggiore e più cospicuo di quello che si scorge nella sua quadratura. Di una sì notabil differenza molto bene ne può esser causa il reflesso della Terra, mentre che la Luna presso alla congiunzione riceve il lume da tutto l'emi-

5. *ma ben che,* VV. Prima era scritto: *ma tengo ben per fermo che;* poi cancellò *tengo* e *per fermo.* — 6-7. *posta all'aspetto,* s — 8. *chiaramente ce lo,* VV — 15. *ancorchè noi nè,* VV —

---

[1] Di fronte alla lin. 20 della pag. 508 e alle lin. 1-7 della presente pagina, e più specialmente di fronte alle parole « ma tal luce con infinita proporzione minore del vero candore », si legge, sopra il margine del manoscritto di pugno del VIVIANI, la seguente nota, pure autografa di esso VIVIANI: « Considerare meglio questo ».

possiamo argumentare dalla diminuzione di splendore che nel corpo stesso della Luna si scorge, mentre che alla lontananza, che è tra il Sole e la Luna posta nel quadrato, si aggiugne quello di più che ella si scosta passando dal quadrato all' opposizione: e veramente credo che niuna vista possa esser bastante a comprendere, lo splendore della Luna nel quadrato essere intensivamente maggiore che nella opposizione; e così il lume dell' etere ambiente nella congiunzione della Luna col Sole poco scapiterà nel ridursi alla quadratura, perchè finalmente il suo discostamento non è altro che la trentesima parte della distanza tra il Sole e la Luna postagli in congiunzione; onde, a tal ragguaglio, il lume in questo luogo potrà diminuirsi per la trentesima parte appena, nel venire al quadrato. E tale per consequenza doverebbe essere la diminuzione del candore nella Luna, cioè appena sensibile: ma ella è non pur sensibile, ma assai grande; e ben grande può ella essere, mentre che nella congiunzione viene il disco lunare incandito dall' intero emisferio splendido della Terra, dalla cui metà solamente viene ella illustrata nella quadratura.

---

sferio luminoso terrestre: ma nella quadratura viene illuminata dalla metà del medesimo emisferio, sì che del candore può la metà perdersene. Ma per quello che appartiene alla maggiore o minor lontananza dell' etere ambiente dal Sole, nè anco per la trentesima parte può il medesimo candore farsi minore, non essendo la lontananza della Luna, e in conseguenza del suo etere ambiente, fatta maggiore più della trentesima parte della lontananza dal Sole, posta ella nella congiunzione. E veramente della insensibile o nulla diminuzione di lume che accader possa nella Luna mediante l' allontanarsi dal Sole, ce lo mostra il vedere il suo splendore niente meno vivace, posta lei all'opposizione del Sole, che nella quadratura o nel sestile: e quello che accade circa l' illuminazione del corpo lunare, è necessario che avvenga proporzionalmente nell' illuminazione dell' etere ambiente la Luna; ed in conseguenza il medesimo avverrebbe del candore, quando ei fusse effetto dell' etere ambiente.

18. *illuminata solamente dalla,* V' — 22. *minore nella quadratura che nella congiunzione, non,* V' — 24. *posta essa nella,* V' —

Ora venghiamo al secondo argumento, leggendo sino a *Deinde Luna prope coniunctiones etc.* Io di questo argumento concedo tutte le premesse, ma non concedo già che non ne segua quello che dalla concessione di esse seguir ne dovrebbe; anzi affermo che puntualmente ne séguita e che così si scorge, cioè che, per esser la Terra più da vicino illuminata dal Sole che la Luna posta in opposizione, e che per esser l' emisferio terrestre molto e molto maggiore, cioè circa dodici volte, di quello della Luna, il candore lunare dovrebbe di gran lunga superare il lume di Luna in Terra; ed affermo di più che così segue, che è quello che dal Sig. Liceti vien negato, affermando egli vedersi il contrario, cioè molto più debole il candore della Luna che l' illuminazione terrestre derivante dalla Luna piena: e perchè ei dice ciò vedersi, mi sarebbe parso necessario il dichiarare la maniera come tal vista possa ottenersi con sicurezza e senza che il senso si ingannasse. Imperochè, mentre io vo ricercando di assicurarmi della verità del fatto, trovo che non mancano circustanze, per le quali il senso, nella prima apprensione, può errare ed esser bisognoso di correzzione, da ottenersi mediante l' aiuto del retto discorso razionale. Io veramente, domandando persone anco di bonissimo giudizio, quale si rappresenti all' occhio, più vivo e risplendente, o il lume di Luna in Terra, o il candore nella Luna, mi sento subito rispondere, che di gran lunga è superiore il lume di Luna; tuttavia credo che, applicando il discorso e la considerazione a gli accidenti che la prima apparenza possono perturbare, si troverà potere essere, ed in fatto essere, il contrario di quello che a prima vista si giudica. E prima, essendo assai manifesto che l' istesso corpo lucido, potente a illuminare altri corpi tenebrosi, più e più vivamente gli illustra secondo ch' ei sarà meno e meno lontano da essi; da questo effetto notissimo e chiaro parmi che con assai conveniente proporzione si possa anco affermare, che alla vista nostra meno risplendente si mostri il medesimo oggetto luminoso, posto in grandissima lontananza dall' occhio, che postoci molto da vicino. E se così è, vorrei che il Sig. Liceti avvertisse, che nel voler noi far paragone del lume di Luna in Terra col candor della Luna vicina alla congiunzione, e di essi giudicare

13. *che,* V; *come,* V' — 18. *dall',* V; *mediante l',* V' — 21-22. *Luna, rispondono subito, di gran lunga esser superiore,* V; *Luna, mi sento ... è,* V' — 32. *l'oculatissimo,* V; *il,* V' — 33. *voler far noi,* V —

quello che alla prima vista si rappresenta, avvertisse, dico, che la Terra illuminata dalla Luna non è dall' occhio nostro più lontana di tre o quattro braccia, lontananza incomparabilmente minore di quella della Luna candente posta alla congiunzione, la quale eccede di assai trecento milioni di braccia: qual dunque meraviglia è che, posto anco che il candor della Luna fusse eguale all' illuminazione della Luna in Terra, in tanta differenza di lontananza ci apparisse minore? Eccellentissimo Sig. Liceti, per giudicare nella presente causa senza fallacia, bisognerebbe che, notato a parte quello che vi si rappresenta alla vista mentre che, stando in Terra, guardate il lume di Luna in Terra, paragonandolo al candor della Luna quando poi è posta nella congiunzione, notaste ancora a parte quello che vi si rappresenterebbe alla vista quando voi foste constituito nella Luna incandita dal lume terrestre, e di lì poteste poi vedere la Terra, da voi lontanissima, illuminata dalla Luna; e se nell' una e nell' altra esperienzia voi trovaste che la Terra si mostrasse più candida della Luna incandita postavi sotto i piedi, bene e concludentemente avereste sentenziato; ma dubito che la seconda esperienzia vi farebbe mutar parere, e giudicare tutto l' opposito di quello che la prima vista intorno a questo vi persuase. Cessi per tanto la fede che in questo caso l' intelletto deve prestare al senso. Ed aggiunghiamo di più, che di due oggetti visibili, ma in grandezza diseguali, il minore meno ingombrerà l' occhio di luce che il maggiore, ancorchè amendue fussero dell' istesso splendore in specie. Ora notisi che il disco lunare viene compreso sotto un angolo acutissimo, avvengachè la sua base non suttenda più che a mezo grado: ma l'angolo che dalla massima divaricazione de i raggi visivi si constituisce nell' occhio, essendo più grande che retto, suttende a più di novanta gradi interi, e questo viene tutto ingombrato dall'area e piazza luminosa della Terra, mentre che da vicino la rimiriamo: essendo adunque l'ampiezza di questo grande angolo circa dugento volte maggiore dell' altro acuto, che comprende il disco lunare, meraviglia non abbiamo a prenderci dell'apparente maggioranza di luce nel rimirar la Terra, che la Luna incandita. Taccio che della differenzia dei nominati due angoli lineari molto e molto maggiore è quella delli angoli solidi, da essi lineari nascenti:

1. *appresenta,* V; *rappresenta,* V' — 13. *fossi,* V; *foste,* V' — 16. *che la,* V — 32. *dobbiamo,* V — 12–13. *rappresentarebbe,* s — 28. *suttenda più,* s — *nonanta,* s —

e veramente angoli solidi sono i compresi dentro a i coni formati da i raggi visuali, de i quali angoli quello che ha per base la parte, ancorchè piccolissima, della terrestre superficie all' occhio esposta, è ben più di quaranta mila volte maggiore dell' altro, che si fonda sul disco lunare.

Non è dunque meraviglia che il senso nella prima apparenza distortamente giudichi nella presente causa: però sarà bene che veggiamo se ci è modo di correggerlo; e potendo per avventura i modi e le maniere esser molte, io per ora ne proporrò una o due. E già che noi non possiamo mettere a petto a petto il candor della Luna ed il lume di Luna in Terra, parmi che assai sicuramente potremmo giudicare tra essi, facendo parallelo di amendue ad un terzo lume di un corpo illuminato: imperochè se accadesse che lo splendore di questo terzo superasse il lume di Luna, ma fusse superato dal candor della Luna, senza dubbio credo che potremmo asserire, il candor della Luna superare il lume di Luna in Terra. Mi si rappresenta, atto mezo termine per ciò fare esser lo splendore del crepuscolo, facendo comparazione ad esso del lume de gli altri due. Tramontato che sia il Sole, vedesi rimanere per buono spazio di tempo la superficie della Terra assai chiara, mercè del crepuscolo, cioè molto più che quando è illustrata dalla Luna piena; il che manifestamente si scorge dal veder noi qualsivoglino minuzie in Terra molto più distintamente in virtù del crepuscolo, che non si scorgono, passato esso, nell' illuminazione della Luna. Il quale effetto anco apertamente si conferma: perchè se averemo in Terra qualche corpo oscuro, come, per esempio, una colonna o la nostra persona medesima, la illuminazione della Luna piena non farà far ombra in Terra a esso corpo tenebroso sin che il lume del crepuscolo non sarà di molto scemato, cioè sin tanto che il lume della Luna gli prevaglia; segno evidente, questo della Luna esser a quello, da principio e per lungo spazio di tempo, assai inferiore. Ma aggiunghiamo un' altra esperienzia, che pure ci conferma, l' illuminazione del crepuscolo superare di assai l' illuminazione del plenilunio. Osservisi qualche grande edifizio posto sopra luogo eminente, in lontananza da noi di quattro o sei o più

12-13. *terzo corpo illuminato,* V; *terzo lume di un corpo,* V' — 17-18. *facendo nell' istesso tempo comparazione ad esso delli altri,* V; *facendo comparazione ad esso del lume degli altri,* V' — 30. *assai,* V; *lungo,* V' —

miglia: certo per assai lungo spazio dopo il tramontar del Sole dureremo noi a scorgerlo bene, e tal vista non perderemo se non dopo notabile diminuzione del lume crepuscolino; ma se, estinta la illuminazione del crepuscolo, sopraverrà la illuminazione del plenilunio, potrà molto bene accadere che il medesimo edifizio più da noi non si scorga. Cede dunque di assai il lume di Luna al lume del crepuscolo: ma all' incontro, per scorgere il candore nella Luna non ci fa di mestiero aspettare che tanto si debiliti il lume crepuscolino, ma di non piccol tempo avanti che la Luna muova l' ombre, lo vedremo noi biancheggiare nel medesimo lume crepuscolino: cede dunque il terrestre lume di Luna al candor della lunare superficie.

Ma finalmente con nodo, al mio parere insolubile, veggiamo stretta e confermata la verità della mia conclusione: dico dell' essere il candor della Luna effetto del reflesso de' raggi solari ripercossi dal globo terrestre. Stima il Sig. Liceti, il candor della Luna essere effetto del reflesso de' raggi solari nell' etere alquanto condensato che da vicino circonda il globo lunare, in quella guisa che l' orbe vaporoso circonda la Terra; e del tutto esclude il reflesso della Terra, come nullo: io ammetto al Sig. Liceti il reflesso dell' etere ambiente, ma vi aggiungo il reflesso della Terra, che egli nega, e questo assai più potente che quello dell' etere: ed avvenga che il Sig. Liceti reputi nullo questo, da me stimato per principale, adunque di niuno pregiudizio dovrà essere al candore della Luna il privarla di questo, che io reputo benefizio concernente al produr tal candore, purchè se gli lasci il reflesso dell' etere ambiente. E per ciò fare compitamente, ponghiamo la Luna in opposizione al Sole, onde verso di lei nulla si esponga dell' emisferio terrestre luminoso, ma solo riguardi verso lei l' emisferio tenebroso; ed in tal constituzione ponghiamo che segua l' eclisse totale della Luna, sì che ella perda ancora la illuminazione de i raggi primarii del Sole, onde resti spogliata di questi e del tutto priva della vista della faccia luminosa della Terra. Qui è manifesto, che non così immediatamente che il corpo lunare si è finito d' immergere nel cono dell' ombra terrestre, si è finito di immergere ancora l' orbe dell' etere che lo circonda, ma ne resta parte fuori; la qual parte godendo ancora de i raggi solari, può incandire quella parte

2. *perderemo noi se,* V; *perderemo se,* V' — 20-21. *di quello,* V — 30. *onde ella resti,* V; *onde resti,* V' — 32. *non immediatamente,* V; *non così immediatamente,* V' —

del corpo lunare che fu l' ultima a cadere nell' ombra: ed in questo tempo potremo noi scorgere qual sia il candore prodotto dal solo etere ambiente. Ma questo poco che si vede, non si diffonde per tutta la faccia della Luna, ma solamente in parte del suo limbo; nè la grandezza del suo lume ha che fare col candore grande ed argenteo che si vede nella congiunzione, ma è una assai tenue tintura bronzina: chè quando fusse in spezie così vivace quale è il candore, vivacissimo e molto più limpido dovrebbe dimostrarsi in questo tempo dell' eclisse, mentre che la Luna si trova constituita in un campo molto oscuro, cioè nelle tenebre della notte, dove che, all' incontro, il candore del novilunio viene da noi veduto nel campo ancora assai chiaro del crepuscolo. Vedesi dunque, che privata la Luna del reflesso della Terra, e favorita solo da quello del suo etere ambiente, perde a molti doppi quel bel candore: per lo che ben necessariamente doviamo concludere, pochissima essere la parte che vi ha il reflesso dell' etere ambiente; anzi pure vi è ella come nulla, mentre le sopragiugne il tanto più vivace e potente reflesso della Terra.

Qui, prima che passar più avanti, non voglio tacere certa meraviglia che mi nasce nell' animo; ed è, che avendo il Sig. Liceti detto di voler discorrere nella presente materia fisicomatematicamente, nella presente occasione ei si serva solo della fisica, tralasciando la matematica: perchè cosa da fisico e naturale è stata il formar giudizio tra il candor della Luna e il lume di Luna dalla prima e sensuale apparenza; nel qual giudizio non credo ch' ei fusse con fallacia incorso, se egli avesse aggiunto quello che ne insegna la matematica, cioè che la lontananza della Luna candita dall' occhio è più di cento milioni di volte maggiore della lontananza della Terra, e che l' angolo visuale nascente dalla Terra è più di quaranta mila volte maggiore che il nascente dalla superficie lunare, le quali disuguaglianze, come non piccole, hanno potuto perturbare il retto giudizio. Quindi apprenda ciascuno quale è talvolta la differenza tra il discorrere de i matematici e de i puri filosofi naturali: e perchè, senza digredire dalla materia che si tratta, mi si porge qui occasione di conferire all'A. V. S. certo mio concetto non scritto da me in altro luogo, nè credo toccato da altri, glie le esporrò.

8. *limpido,* V; *lucido,* V' — 9. *delli eclissi,* V — 14. *il,* V; *quel,* V' — 19. *l' acutissimo Sig. Filosofo,* V; *il Sig. Liceti,* V' — 22. *stato,* V; *stata,* V' — 31. *chi che sia,* V; *ciascuno,* V' —

Mostra l' esperienzia come il sopranominato tenue splendore bronzino, che resta nella faccia della Luna, ma per breve tempo, dopo la sua totale adombrazione, si va a poco a poco diminuendo: ed accade tal volta che pure nelle totali e centrali eclissi tal lume del tutto si ammorza, in guisa che del tutto si perde la vista della Luna; ed alcun' altra volta, pur nelle stesse totali eclissi, non così adiviene, ma resta il lunar corpo pure alquanto apparente e visibile. Già è manifesto, tal debolissima luce non le poter provenire nè dal Sole nè dalla Terra, la vista de' quali le è del tutto tolta; nè meno essere effetto del suo etere ambiente, di già esso ancora immerso nell'ombra e privato della vista del Sole; nè può tampoco esser nativo e proprio del corpo lunare, poichè, se fusse tale, in tutte le eclissi si scorgerebbe, come anco accaderebbe se fusse per avventura effetto delle stelle sparse per l' immenso cielo: ed in somma il punto grande della difficoltà consiste nel seguire alcune volte sì ed alcune volte no questo totale perdimento di vista della medesima Luna, il quale effetto, per la sua variazione, ricerca varietà nella causa effettrice. Io, doppo molte reflessioni di mente, considerato che l' effetto del quale si cerca la causa è effetto di lume, ho meco medesimo concluso, non potere esso provenire se non da qualche cosa che abbia facultà di illuminare, del benefizio della quale resti ora favorita ed ora privata la Luna; nè avendo noi altro di lucido, atto a ciò poter fare, che i luminosi corpi celesti, a quelli è forza ricorrere, e tra essi investigare chi possa operare or sì ed or no nell'effetto del quale parliamo. Se questo è effetto di qualche stella, è necessario che ella, o vero alcuna volta risplenda più ed altra manco, o vero che ella ora sia esposta ed ora no alla vista della Luna; e conviene anco che tale stella sia di non minima forza d' illuminare. Tra i corpi celesti, trattone il Sole e la Luna, potenti assai per la lor vicinanza e grandezza, la prima fra le stelle mi si offre Venere, la quale in alcune constituzioni col Sole, cioè circa alle massime digressioni, riluce tanto vivamente, che si vede la notte i corpi ombrosi, tocchi dal suo fulgore, sparger ombra, e Giove appresso di lei con poca differenza far quasi il medesimo effetto. Ora, stante questo, che pure è verissimo,

6. *volta, pur nelle totali eclissi,* V; *volta, nelle totali* [sopra *totali,* non cancellato, è scritto, tra le linee, *istesse*], *eclissi,* V' — 8. *li,* V — 9. *gli,* V — 12. *perchè,* V — 28. *minimissima,* V — 11. *tanpoco,* s —

qualvolta accadesse che queste due stelle nel tempo dell' eclisse lunare fussero verso la Luna talmente costituite che la potessero ferire con i loro raggi, potrebbero in consequenza conferirle qualche lume, bastante per renderla visibile; e quando poi in altra eclisse Giove fusse verso l'opposizione del Sole, ed in consequenza dietro all' emisferio lunare a noi ascosto, e che Venere, per l'opposito, fusse prossima alla congiunzione col Sole, sì che la Terra, nel privar la Luna della vista del Sole, le togliesse anco il veder Venere, restando ella abbandonata da amendue tali fulgori, resterebbe ancora a gli occhi nostri invisibile. Potrebbesi ancora accomunare a questo benefizio qualche stella fissa, e massime la più di tutte le altre fulgente, dico la Canicola; e parmi poter far capitale di queste tre sole, ed in particolare dei due pianeti, perchè debole è l'operazione di tutto il resto delle stelle fisse. E veramente par nel primo aspetto cosa assai maravigliosa, che lo splendore di tanti lumi celesti abbia sì poco ad operare circa l'illuminare la Terra o altro corpo da esse remotissimo: ma dovrà far cessare la meraviglia il considerare quanto avanzi in grandezza il disco solare, ed anco quello della Luna, la apparente piccolezza delle stelle fisse, mercè dell' immensa loro lontananza, poichè per fare un' area o piazza luminosa eguale al disco del Sole o della Luna, composta di stelle, ciascheduna anco eguale al Cane, non basterebbero quaranta mila accoppiate e distese insieme: giudichiamo ora quello che si può ricevere dalle quindici sole della prima grandezza, insieme con le altre, poche più di mille, e tanto minori, sparse per il Cielo. E ben che moltissime siano quelle che per la loro piccolezza restano invisibili, tuttavia veggiamo, che di tali piccolissime congiuntone gran numero insieme, finalmente non formano altro che una piccola piazzetta sì poco luminosa, che gli astronomi passati chiamorono con nome di stelle nebulose. E tanto basti per risposta alla seconda instanza del Sig. Liceti.

E venendo alla terza, senta l'A. V. S. quello che l'autore scrive consequentemente, sino alle parole: *Praeterea, vel ipse Clarissimus Galileus, dum aliam opinionem etc.* Qui, se mi è lecito liberamente parlare, non bene resto capace de i motivi per i quali il Sig. Liceti inferisce, che posto che il candor della Luna derivasse dal reflesso del lume terreno, ei dovesse essere più illustre nel mezo della sua faccia

3. *conferirgli,* V; *conferirle,* V' — 8. *gli,* V; *le,* V' — 12. *parmi di poter,* V — 29. *dell'acuto,* V — 10. *accumunare,* s — 23. *quindeci,* s —

oscura, che nel rimanente verso l'estremo margine; e mentre adduce per ragione di questo il ricevere le parti di mezo più lume dalla Terra, e lo sfuggire il medesimo lume dal margine estremo, spargendosi nell' ambiente, io non veggo occasion nessuna di ricever più lume nel mezo, nè veggo che i raggi dello splendore terrestre debbano sfuggire dall' estremo limbo. Ciò forse accaderebbe quando il globo lunare fusse terso e liscio come uno specchio; ma egli è scabroso quanto la Terra, se non più: e di questo non riceversi maggior lume nel mezo che nell'estremo ambito, pur troppo chiaramente ce lo mostra l'istessa Luna, mentre che essendo ella, nella opposizione, piena di lume del Sole, senza veruna differenza di mezo o di estremo egualmente luminosa si mostra, argumento della sua asprezza e del non sfuggire i raggi solari verso l'estrema circunferenza; che quando ella fusse tersa come uno specchio, giammai da gli uomini non sarebbe stata veduta, come io diffusamente ho dimostrato altrove.

Oltre che, posto anco che la superficie lunare fusse tersa, sì che i raggi luminosi, che dalla Terra le pervengono, potessero sfuggire nel contatto estremo dell'orbe lunare, e perciò quivi men vivamente potessero incandirlo, non per questo all'occhio nostro tal diminuzione di lume potrebbe esser compresa: e la ragione è questa. La superficie luminosa della Terra, come quella che è vicina alla Luna, ed in ampiezza è ben dodici volte maggior di essa, molto più d'un suo emisferio abbraccia ed illumina con i suoi raggi; all' incontro poi i raggi nostri visivi, come quelli che non da una ampiezza così grande quanto è l' emisferio terrestre si partono, ma escono da un punto solo, cioè dall'occhio nostro, notabilmente meno di un emisferio lunare abbracciano; talchè oltre all' ultimo cerchio che i raggi nostri visivi nella superficie lunare descrivono, una grande striscia di luminoso resta tra essa e l' ultimo cerchio che termina la parte della superficie lunare illustrata dalla Terra, la quale striscia è a gli occhi nostri invisibile. Perchè dunque nella parte veduta da noi non vi entra della poco luminosa, mercè dello sfuggimento de i raggi terrestri, niuna diminuzione di candore possiamo noi veder nella Luna. Di qui l'A. V. S. può vedere con quanto più salda ragione io dichiaro che

11. *lume, senza,* V; *lume del Sole, senza,* V' — 12-13. *asprezza; che,* V; *asprezza e del non sfuggire i raggi solari verso l'estrema circonferenza; che,* V' —
12. *luminoso,* s —
17. *Terra gli pervenissero,* VV — 22. *dodeci,* s — 33. *potiamo,* s — 34. *dechiaro,* s —

l'obiezzione del Sig. Liceti contro il derivare il candore dalla Terra è invalida, e quanto, all' incontro, valida e concludente sia la mia, posta di sopra, in provare che il candore non sia effetto dell' etere ambiente, mentre che io concludo che se ciò fusse, il candore nelle parti di mezo dovria apparir più oscuro che nell' estreme; la quale mia conseguenza non so se il Sig. Liceti potesse così agevolmente rimuovere, come ho potuto io ora rimuovere la sua, che il candore nelle parti di mezo dovesse mostrarsi più chiaro che nelle estreme, quando derivasse dalla Terra. <—

Quanto poi all' attribuirmi l'Autore, che io abbia poste nella Luna concavità, le quali poi, a guisa di cavi specchi, possino ripercuotere lume maggiore che altre parti non concave; sia detto con pace del mio Signore, io non ho mai nè scritta nè pronunziata tal cosa. Sono nella superficie della Luna lunghi tratti di asprissime montagne, gruppi di scogli scoscesi, moltissimi spazii grandi e piccoli, circondati da argini sublimi e per lo più di figure rotonde; veggonvisi alcune cavità: ma che elle sieno terse, sì che a guisa di specchi cavi possino ripercuotere i raggi, ciò è alienissimo dal mio detto e dal mio credere; ma stimo bene, tutte queste figure essere ruvide, aspere, ed in somma quali in Terra se ne veggono, naturalmente e rozamente composte. In oltre, quando pure nella faccia della Luna fussero concavità più che qualsivoglia de i nostri specchi pulite e lustrate, sì che vivacissimamente potessero reflettere non meno il lume terrestre che gli stessi raggi solari, che vedremmo noi di tali raggi, reflessi nell' ambiente della Luna? Esposto uno de' nostri specchi concavi a' raggi diretti del Sole, che lume reflettono essi, che punto illumini l' aria nostra ambiente? Nulla sicurissimamente; e pure è vero, tali raggi reflettersi gagliardissimamente, ed in figura di cono andare ad unirsi, ed esser veramente potenti ad illuminare i corpi tenebrosi, ed illuminargli ancora più potentemente che l' istesso Sole: ma bisogna nella cuspide del cono, o a lei vicino, porre qualche materia densa ed opaca, la quale, tocca da tali raggi, si vedrà splendere ed offen-

1. *contro al derivare,* VV — *della Terra,* s — 4. *io conclusi che,* VV — 5. *nell'estremo,* s — 16. *argini e,* V; *argini sublimi e,* V' — 19. *stimo, tutte,* V; *stimo bene, tutte,* V' — 22. *qualsivoglia specchio pulite,* V; *qualsivoglia de i nostri specchi pulite,* V; *qualsivoglia specchi de i nostri pulite,* s — 23-24. *non pure il lume terrestre, ma,* V; *non meno il ... che,* V' — 31. *o lei,* V; *o a lei,* V' —

13. *nè scritto nè,* s —

der la vista più che l' istesso Sole, e massime se lo specchio sarà grande; e se la materia sarà combustibile, immediatamente si accenderà; ed essendo fusibile, qual è il piombo o lo stagno, si fonderà, ed il rame o altro metallo più duro si infuocherà. Bisogna dunque, per vedere il suo reflesso, farlo incontrare in materia atta ad essere illuminata; e finalmente potremo vedere manifestissimamente tutto il cono, ponendogli sotto carboni accesi e buttando sopra essi semola o incenso o altra cosa tale che faccia fumo; e questo, passando per i raggi del cono, si illuminerà, e ci farà vedere quanto tali raggi reflessi siano più vivi delli incidenti e primarii del Sole. Adunque, siano pure quali e quanti si voglino specchi concavi nella Luna, niente faranno più vivo lo splendore diffuso per l' etere ambiente.

Io non credo che all' Eccellentissimo Sig. Liceti sia ignoto, che i raggi reflessi da uno specchio concavo non vadano in figura di cono a unirsi se non in piccola distanza da esso specchio, e che il loro vivacissimo lume non può vedersi se non in qualche materia densa ed opaca, la quale, tocca da i detti raggi, come ho detto, acquista un lume più vivo che lo splendore dell' istesso Sole: ma la parte aversa della detta materia niente si illumina, essendo opaca; tal che a noi che siamo in Terra, dove non credo che il Sig. Liceti fusse per dire che arrivassero i coni de i raggi reflessi da gli specchi concavi sparsi nella superficie della Luna, a noi, dico, non toccherebbe a vedere se non le dette parti averse, le quali verrebbero illuminate solo dalla superficie della Terra, come il restante dell' emisferio lunare, e però ci resterebbero elle indistinte dal resto del lunar disco. Lascio stare che il metter lamine di materia opaca separate dal corpo lunare e sospese nel suo etere circunfuso, è cosa troppo ridicola, e da non ci far sopra fondamento veruno. Ma più poteva il Sig. Liceti, come fisicomatematico, raccorre dalle matematiche, che non solo i piccoli specchietti concavi, sparsi nella superficie lunare, non sono bastanti a far l' effetto che egli ne deduce, ma quando tutto l' emisferio lunare fusse un solo specchio concavo o porzione di sfera tanto grande che il suo semidiametro fusse l' intervallo che è tra la Terra e la Luna, che è il medesimo che dire che ei fosse porzione dell' istessa sfera nella quale è posta la Luna, appena sarebbe bastante a reflet-

3. *quale il,* V — 8. *segatura,* V; *incenso,* V' —
14. *concavo vadano,* VV — 25. *resterebbono,* VV — 32. *concavo e porzione,* VV —

tere e produrre il cono de' raggi reflessi insino in Terra, dove, uniti e terminati nel vertice di detto cono, potessero ravvivare il lume; il quale poi un sol punto o una minimissima particella dell'emisferio terrestre occuperebbe, e quivi solo farebbe la multiplicazione dello splendore, superiore allo splendore terrestre, ma però tanto languido, mercè della minima ed insensibile cavità dello specchio, che il cercare di vederlo o vero di ritrovarlo sarebbe un tempo vanissimamente speso. Anzi pure, non potendo pervenire all'occhio del riguardante salvo che nelle centrali congiunzioni de i tre centri terrestre, lunare e solare, giammai da noi, che siamo fuor de' tropici, tale accidente non potrebbe esser incontrato; essendo che impossibile cosa è il costituire l'occhio nella medesima linea retta che li tre centri sopradetti congiunge, l'occhio, dico, di un che fuora della torrida zona, cioè de' tropici, sia costituito. Vede dunque l'A. V. S. come il discorso matematico serve a schivare quelli scogli, ne' quali talvolta il puro fisico porta pericolo d' incontrarsi e rompersi.

Qui non posso non maravigliarmi alquanto di esser portato io in testimonio contro a me medesimo, mentre sento dirmi che io medesimo ho scritto, l'estremo limbo della Luna mostrarsi più lucido che le parti di mezo. È vero che io ho scritto che tali parti estreme si mostrano a prima vista più chiare che quelle di mezo; ma immediatamente ho soggiunto, ciò *in rei veritate* esser falso ed una illusione, e soggiunto che tutto il disco è egualmente candido: ed il medesimo Autore nel capitolo precedente registra puntualmente le mie parole, che sono: *Dum Luna, tum ante tum etiam post coniunctionem, non procul a Sole reperitur, non modo ipsius globus, ex parte qua lucentibus cornibus exornatur, visui nostro spectandum sese offert; verum etiam tenuis quaedam sublucens peripheria tenebrosae partis, Soli nempe aversae, orbitam delineare, atque ab ipsius aetheris obscuriori campo seiungere, videtur. Verum, si exactiori inspectione rem consideremus, videbimus, non tantum extremum tenebrosae partis limbum incerta quadam claritate lucentem, sed integram Lunae faciem, illam nempe quae Solis fulgorem nondum sentit, lumine quodam, nec exiguo, albicare: apparet tamen primo intuitu subtilis tantummodo circumferentia lucens propter obscuriores Caeli partes sibi conterminas; reliqua vero superficies obscurior e contra videtur ob fulgentium cornuum, aciem nostram obtenebrantium, contactum. Verum si quis talem sibi eligat situm, ut a tecto vel camino aut aliquo alio obice inter visum et*

3. *minimissima parte,* VV — 8. *non potendo egli pervenire,* VV —

Lunam (sed procul ab oculo posito) cornua ipsa lucentia occultentur, pars vero reliqua lunaris globi aspectui nostro exposita relinquatur; tunc luce non exigua hanc quoque Lunae plagam, licet solari lumine destitutam, splendere depraehendet, idque potissimum, si iam nocturnus horror ob Solis absentiam increverit; in campo enim obscuriori eadem lux clarior apparet. (pag. 237, v. 32 [1]). Or il troncare le mie sentenze, portando, come da me detto asseverantemente, quello che io nella prima parte propongo per confutarlo poi nelle seguenti parole da me poste, e far ciò forse per imprimere nell' animo del lettore concetto tutto contrario a quello che io scrivo, non saprei in altra maniera scusarlo, fuor che per una scorsa di memoria.

Segue con altra instanza, dicendo: *Praeterea, vel ipse Clarissimus Galileus etc.,* sino a *Insuper, si Terra solare lumen in Luna etc.* Il Sig. Liceti con grande accortezza trapassa sotto poche parole questa instanza che egli mi fa contro, toccando solo una parte del mio detto, onde il lettore, non sentendo la mia sentenza intera, potria formarsi concetto che quello che da me vien portato in altro proposito, serva per confermare un' altra opinione, molto lontana da quella che io tengo. È vero che io ho detto, tenere che possa essere intorno alla Luna una parte del suo etere ambiente più densa del resto dell' etere purissimo la quale possa reflettere i raggi del Sole, illustrando l' estremo margine del disco lunare: al che credere mi muove il vedere nell' eclisse totale della Luna, doppo che ella si è immersa nell' ombra terrestre, restare quell' estrema parte del suo limbo che fu l' ultima a cadere nell' ombra, restar, dico, alquanto illustrata, ma di un lume che tira più al rame che all' argento, il qual colore non si estende egualmente per il restante del disco lunare, che resta molto più oscuro; e che finalmente, entrata la Luna nel mezo dell' ombra, ella del tutto perde quel poco che la faceva visibile, e noi alcune volte totalmente la perdiamo di vista. Ora, che il Sig. Liceti inferisca, che da quanto ho scritto si possa raccorre che io abbia detto o conceduto che il candore, il quale grandissimo si sparge per tutto il disco lunare nel no-

6. *questo,* V; *il,* V' — 8. *ciò per,* V; *ciò forse per,* V' — 10-11. *è (s' io debbo liberamente parlare) peccato in filosofia morale, assai meno scusabile delli errori commessi nella naturale,* V; *non saprei . . . memoria,* V' — 13. *Il dottissimo,* V; *Il,* V' — 15. *toccando, o, per dir meglio, troncando, qualche mio detto,* V; *toccando solo una parte di un mio detto,* V' — 16. *si formi,* V; *potria formarsi,* V' —

[1] La citazione si riferisce al *Litheosphorus* del Liceti. Il luogo del *Sidereus Nuncius* qui riportato si legge nel vol. III, par. I, della nostra edizione, a pag. 72, lin. 22 e seg.

vilunio, derivi dal reflesso del Sole nell' etere ambiente la Luna, è consequenza da me non pensata, non che detta; anzi di presente stimata falsissima. E qui è bene che io tocchi certo particolare degno di esser avvertito ed inteso.

Circonda perpetuamente l' etere, diciamo addensato, il globo della Luna, intorno alla quale si eleva sino a una certa altezza; sta la Luna esposta a i raggi del Sole, i quali illustrano l' emisferio lunare insieme con l' emisferio addensato e potente ad illuminare una parte dell' emisferio lunare non tocco dai raggi del Sole; e tal parte illuminata circonderà, a guisa di un anello, una striscia della superficie lunare, che confina con l' emisferio illuminato dai raggi solari; e questo anello apporterebbe il lume crepuscolino nella Luna e da noi si scorgerebbe, quando un altro lume molto maggiore non ce lo offuscasse; e questo maggior lume è il reflesso della grandissima faccia della Terra: sì che posto, per esempio, che il reflesso terrestre abbia venti gradi di luce, ma quello del reflesso dell'etere ambiente ne abbia, v. g., otto o dieci, chi crederà, potersi distinguere tale anello lucido nella piazza tanto più risplendente? Certo nessuno, salvo che chi volesse dire, il reflesso dell'etere superare in candore quello della Terra, il che è falso: imperochè quello che nell' eclisse lunare rimane, somministratoli dall' etere ambiente, è di lunghissimo intervallo inferiore al candore del novilunio; che quando fusse prodotto dall'istessa causa, dovrebbe molto e molto maggiore mostrarsi nell' oscurità della notte, al tempo dell' eclisse, che nello splendore del nostro crepuscolo, come altra volta di sopra abbiamo detto. Aggiunghiamo di più, che l' essere egualmente diffuso il candore per tutto il disco lunare, ci assicura che egli non depende dall' etere ambiente, il quale non è potente ad arrivare nella parte di mezo del disco lunare; in quel modo che il crepuscolo nostro non illumina tutto un emisferio terrestre, perchè se ciò fusse averemmo tutta la notte il lume crepuscolino, dove che per la maggior parte della Terra molte sono le ore notturne che restano senza crepuscolo, nelle tenebre profondissime. In oltre, con gran ragione possiamo credere che l' etere ambiente la Luna non sia così atto a reflettere vivamente i raggi del Sole sopra la Luna, come è l'ambiente nostro vaporoso a ripercuoterli sopra la

5-6. *lunare, intorno al,* V; *della Luna, intorno alla,* V' — 15-16. *abbia, verbigrazia, venti,* V; *abbia venti,* V' — 21. *dal solo,* V — 23. *mostrarcisi,* V — 28. *nelle parti,* V — 30. *così,* V; *se ciò fusse,* V' —

Terra. Imperochè, essendo in universale la materia dell' etere celeste più pura dell' elementare aerea, così è credibile che la parte dell' etere condensato intorno alla Luna sia assai men densa, ed in conseguenza men potente a reflettere, che l' aere condensato, per la mistione de' vapori, intorno alla Terra.

Che poi l' etere ambiente la Luna sia grandemente men denso della parte dell' aria vaporosa che circonda la Terra, posso io con chiara esperienzia far manifesto. I vapori intorno alla Terra sono di maniera densi, che il Sole posto vicinissimo all' orizonte illumina una muraglia, o altro corpo opaco oppostogli, molto debolmente in comparazione del lume che gli porgeva mentre per molti gradi era sopra l' orizonte elevato; e questa molto notabile differenza non può procedere, per mio credere, da altro, se non che i raggi del Sole nel tramontare hanno a traversare per lunghissimo spazio i vapori che la Terra circondano, dove che i raggi del Sole molto elevato per spazio più breve hanno a traversare i vapori tra il Sole e l' oggetto opaco interposti: che quando non ci fussero i vapori, ma l' aria fusse purissima, l' illuminazione del Sole sarebbe sempre del medesimo vigore, tanto da i luoghi sublimi quanto da i bassi, tuttavolta che nelle superficie da essere illuminate fussero con angoli eguali ricevuti. Onde, tuttavolta che noi potessimo far paragone di due luoghi posti nella Luna, all' uno de i quali i raggi solari pervenissero passando molto obliquamente per l' etere addensato intorno alla Luna, ed all' altro assai direttamente si conducessero, cioè per breve spazio camminassero per l' etere ambiente, e che noi scorgessimo le illuminazioni di amendue essere eguali o pochissimo differenti; senz' alcun dubbio potremmo affermare, l' etere ambiente la Luna o nulla o pochissimo più essere addensato che tutto il resto del purissimo etere. Ma tali due luoghi frequentemente li possiamo vedere: imperochè, posta la Luna intorno alla quadratura del Sole, considerando il termine che dissepara la parte illuminata da i raggi solari dall' altra tenebrosa, si veggono in questa tenebrosa alcune cuspidi di monti, assai distaccate e lontane dal detto termine, le quali essendo illuminate dal Sole prima che le parti più basse, benchè i raggi solari a quelle obliquamente pervenghino, nulladimeno lo splendore e il lume di quelle si mostra egualmente vivo e chiaro come qualsivoglia altra parte notata nel

2. *assai più,* V; *più,* V' — 3. *denso,* V —
10. *corpo oppostogli,* s —

mezo della parte illuminata. E pure alla cuspide distaccata pervengono i raggi solari, obliquamente segando l' etere ambiente, che ad altri luoghi notati nella parte illuminata direttamente o meno obliquamente pervengono; segno manifesto, assai piccolo essere l' impedimento che l' etere ambiente può dare alla penetrazione de' raggi solari, ed, in conseguenza, assai tenue essere il lume che da esso etere può la parte oscura della Luna ricevere.

Passo alla seguente instanza: *Insuper, si Terra solare lumen in Luna etc.* Poco fa il Sig. Liceti acutamente stimò che io, contro all' intenzion mia, corroborassi e confermassi una sua opinione, mentre io m' ingegnava di confermarne un' altra mia, dalla sua molto differente. Penso di essermi sincerato della inavvertenza placidamente impostami: non so se con altretanta evidenzia egli potrà sciogliersi da simile imputazione che mi pare che se gli possa fare, del destruggere egli una sua proposizione, mentre tenta di destruggere una mia, attenente all' istesso proposito di che si tratta. È la sua intenzione di voler provare, che il candore nel disco lunare non dependa dal reflesso de' raggi solari nella Terra, e dice: « Se tal candore derivasse dal reflesso della Terra, non si farebbe l' eclisse solare: ma l' eclisse si fa; adunque tal candore non procede dalla Terra ». Nell' assegnar poi la ragione, perchè l' eclisse non dovesse farsi, stante tal candore nella Luna, dice che ciò avverrebbe perchè lo splendore o illuminazione di quello rischiarerebbe le tenebre, che senza quello si troverebbero nel cono dell' ombra lunare, e per esso in una parte della superficie terrestre. Ora, per tor via l' operazione di tal candore, bisogna tor via l' istesso candore, e per conseguenza, quando segue l' eclisse solare (la quale egli medesimo pure ammette seguire, e tanto oscura quanto la profonda notte), dire che tal candore non vi è: ma questo poi si tira dietro necessariamente il dovere affermare, che l' etere ambiente la Luna non la incandisce, conseguenza del tutto contraria a quella che il Sig. Liceti ha creduto e scritto. Ed aggiungo di più, che se giammai può esser potente il reflesso dell' etere a ripercuotere i raggi solari sopra l' emisferio della Luna, ciò farebbe egli massimamente, per essere allora la Luna nella massima propinquità, anzi nell' istessa puntuale congiunzione, col Sole; sì che da tutte le parti

9. *l'argutissimo Sig. Liceti stimò,* V; *il … stimò,* V' — 10-11. *mentre che io,* V — 13. *potessi,* V — 23. *rischiarirebbe,* V — 26. *lui medesimo,* V; *l'istesso candore,* V' —
12. *inadvertenza,* s — 28. *dice che tal,* s —

dell' etere circunfuso si farebbe tal reflessione, e perciò validissima. Il discorso dunque del Filosofo Eccellentissimo non meno toglie la posizione mia che la sua, posto però che egli direttamente proceda; ma la verità è che ei non perturba nè la sua nè la mia posizione, come appresso dirò. Dico dunque, che può benissimo essere che si faccia l' eclisse del Sole per l' interposizione della Luna, e che la oscurazione sia tale che permetta il vedersi le stelle, e che il candore nella Luna vi sia, e quanto più valido esser possa, senza però esser potente a proibire tale eclisse, e che finalmente nessuno di questi particolari favorisca o pregiudichi all' opinione tanto di chi lo attribuisce e giudica effetto del reflesso del lume terrestre, quanto di chi lo referisce al reflesso dell' etere ambiente la Luna. Imperochè già convenghiamo che il candore vi sia nel tempo dell' eclisse solare; tal che se ei fusse potente a vietare l' eclisse, tanto la vieterebbe derivando egli dalla Terra, quanto dall' etere ambiente la Luna: ma il volerlo far poi così efficace, che ei possa supplire al lume primario del Sole, sì che il cono dell' ombra lunare non possa macchiare ed oscurare quella parte della superficie terrestre che il medesimo cono ingombra, è veramente troppo gran domanda. Signore Eccellentissimo, quel lume che in tale occasione può scorgersi in Terra, è un quarto, procedente dal primo dell' istesso Sole; il quale primo illumina l' ambiente della Luna, e questo secondo illumina il disco lunare, il quale, come terzo, ha da illuminare la Terra: onde il volere che questo terzo compensi il primo, è veramente, come ho detto, domanda troppo ardita. Il dir poi che questo terzo lume, benchè debile, accoppiato col massimo primario non lo indebolisca, lo concederei io liberamente, quando tal copula si facesse: ma la adombrazione che si fa in Terra è terminata e compresa dal cono dell' ombra lunare, per il quale cono non passano i raggi solari, ma sì bene quelli solamente del candore della Luna: sì che alla parte della Terra ottenebrata e macchiata dall' ombra lunare niente vi arriva di splendido, fuorchè il reflesso del candore, cioè un reflesso di un altro reflesso di un altro reflesso, derivante da i raggi primarii del Sole, dei quali nessuno entra nel cono dell' ombra lunare a mescolarsi con quel lume tenuissimo che dal candore della Luna per entro il suo cono si va diffondendo. Che poi il corpo lunare densissimo, nè sparso di maggior lume che quello del suo candore, possa indurre tal eclisse nel Sole, che le diurne tenebre permettano la vista delle

31. *fuora che,* s — 32. *cioè un reflesso di un altro reflesso,* s —

stelle, non doverebbe molto favorire il discorso del Sig. Liceti, mentre che egli afferma, essersi anco nell' aperto cielo, e nella maggior limpidezza del Sole, vedute stelle: e communemente non son elleno le costituzioni del crepuscolo e dell' aurora, di lume benchè tanto diminuito, che permettono vedersi gran copia di stelle? E finalmente, chi dà tanta sicurtà all' Eccellentissimo Signore che ei possa resolutamente pronunziare che nel tempo della totale eclisse del Sole non si scorga il candor della Luna? Bisognerebbe che ei producesse testimonii degni di fede, li quali deponessero avere attentamente osservato e ricercato se tal candore si vegga, ed asserito poi non si vedere; ma non so che egli potesse trovare una tal testimonianza: ma ben più tosto, all' incontro, può essere che da alcuno vi sia stato tal candore veduto, il quale, ignorando la vera cagione del reflesso della Terra, abbia creduto, il corpo della Luna esser in parte trasparente ed atto ad esser penetrato, ed in qualche modo illuminato, da i raggi solari. Ma che tale trasparenza non sia nel globo lunare, ho io in altro luogo assai concludentemente dimostrato, ed in particolare dal vedersi manifestissimamente, scogli sopra la Luna, piccolissimi in comparazione di tutto il suo globo, spargere ombre oscurissime; argumento necessariamente concludente, la materia lunare, nè anco di minima profondità, esser diafana. Se dunque è stato veduto nella totale eclisse la Luna alquanto lucida, e perciò stimata trasparente, questo non poteva derivare se non dal reflesso dell' emisferio terrestre, dal Sole illuminato, del quale solo restando piccola parte ottenebrata dal cono dell' ombra lunare, il rimanente, cioè la parte grandissima, ben continuava di conservare il candore nella Luna. Quanto poi a quello che il Sig. Liceti scrive, che un corpo lucido minore, congiunto con un lucido maggiore, non impedisce la sua illuminazione; per dichiarazione di che egli induce una fiaccola o una maggior fiamma ardente, copulata coi raggi del Sole, o vero due specchi, nel minor dei quali, collocato nei raggi solari, da un altro maggiore siano reflessi i medesimi raggi, niente leva la illuminazione alla vista; qui liberamente confesso la mia incapacità, e duolmi assai di non poter cavare costrutto dal discorso che qui vien portato, il quale stimo che sia pieno di ben salda dottrina, e duolmi di non poterne esser partecipe:

1. *dell' Eccellentissimo Filosofo*, V; *del Sig. Liceti*, V' — 4. *lume tanto*, V; *lume benchè tanto*, V' — 5. *permette*, V — 22. *eclisse del Sole*, V — 23. *potette*, V — 24. *restando solo*, V — 28. *impedisca*, V — 31. *da un*, V: *dall'*, V' — 34. *del*, V —

concederò bene il tutto, se però l'intenzione dell'Autore è stata quella che io conietturalmente posso imaginarmi.

Dico adunque che interamente presterò il mio assenso, che sopraggiungendo ad un gran lume un lume minore, detrimento nessuno può ad esso maggiore sopravenire dalla aggiunta del minore, tuttavolta che questo minore sia schietto e puro, e non congiunto con qualche corpo opaco, il quale con la sua opacità sia potente a impedire la strada per la quale viene il maggior lume. Mi dichiaro, stando ne i medesimi termini dei quali si tratta. Intendasi la Luna, corpo densissimo, tenebroso per sè stesso e niente trasparente, esser interposta tra il Sole e la Terra: qui non è dubbio alcuno che ella all'opposito del Sole distenderà verso la Terra il cono della sua ombra, macchiando di tenebre tutta quella parte della terrestre superficie che resterà compresa dentro il cono dell'ombra lunare; e se altronde non gli sopraggiugne qualche altra illuminazione, tal macchia sarà oscurissima. Intendasi ora, sopraggiugnere nella faccia della Luna, esposta alla vista della Terra, un tal qual si sia lume: se questo sarà potente

---

concederò bene il tutto, se però l'intenzione dell'Autore è stata quella che io conietturalmente posso imaginarmi; cioè che quando, per esempio, una parete fussi illuminata da una torcia, overo da uno specchio che sopra vi ripercuotesse i raggi del Sole, niuna di queste due illuminazioni impedirebbe niente la massima e diretta illuminazione del sopravenente primario lume del Sole; ma dico bene che le due prime illuminazioni, della torcia e dello specchio, niente opererebbero sopra la parete, nè augumenterebbero o diminuirebbero punto la vivacissima illustrazione del Sole [(1)]. E così quel tenuissimo lume

14. *dentro al cono,* VV —

23-26. *ma dico bene che delle due illuminazioni, della torcia e dello specchio, quella della torcia, come debolissima, niente rende più viva l'illuminazione del Sole; anzi si vede, la fiamma della torcia fare un poco di ombra sopra la parete illuminata dal Sole; quanto poi al reflesso di uno specchio, questo può in certo modo raddoppiare la prima* [sopra *prima,* non cancellato, si legge *sola*] *illuminazione del Sole, atteso che i raggi reflessi in uno specchio, di poco cedono a i primarii del Sole, sì come l'esperienza mostra a chiunque rimira nello specchio la imagine del Sole, dalla quale non meno gli viene offesa la vista che nel rimirare dirittamente il solare disco. E così quel tenuissimo,* V' —

---

(1) Di fronte alle parole « nè augumenterebbero o diminuirebbero punto la vivacissima illustrazione del Sole » si legge nel margine del ms. autografo del VIVIANI la seguente nota, pur di sua mano: « l'esperienza mostra che il reflesso dello specchio

quanto il lume dell'istesso Sole, senza dubbio caccierà le tenebre, e ridurrà tutto l'emisferio terrestre egualmente in ciascuna sua parte illuminato; ma se il sopravenente lume nella Luna sarà debole, e quale è il suo candore in comparazione dell'istesso Sole, qual lume potrà egli arrecare alla macchia scura cagionatavi dal corpo opacissimo di essa Luna? certo che molto piccolo. E quello che il Sig. Liceti dice del lume reflesso da uno specchio maggiore in un minore, e da questo minore in un altro oggetto illuminato da' primarii raggi del Sole, e che questo lume reflesso non impedisca l'illuminazione del Sole, ciò sarebbe vero, quando questo minore specchio fosse non di materia densa ed opaca, sì che potesse, col proibire il transito a i raggi solari, produrre ombra, ma di un cristallo limpidissimo e trasparentissimo; ma quando fusse tale, nè si illuminerebbe, nè farebbe reflessione de' raggi che altronde gli sopraggiugnessero e lo ferissero. Per esser dunque il corpo lunare impenetrabilissimo da i raggi del Sole, produce ombra oscurissima in Terra, la quale viene, ma molto debilmente, diminuita dall' opposto nostro lunar candore.

---

che dal candore della Luna può arrivare in Terra, senza verun dubbio niente progiudicherebbe all' immensa illuminazione del Sole, quando i suoi raggi potessero diffondersi per tutta la superficie terrestre; ma in quella parte la quale, per l'interposizione del corpo lunare, da i raggi solari non è ferita, sicuramente il solare lume non perviene, per lo che altro di lume non gli resta che quel piccolissimo che il candore della Luna gli sumministra.

2. *ciascheduna,* VV — 6. *certo molto,* VV — 7. *reflesso di uno,* s — 13. *illuminarebbe,* s — 14. *reflessione alcuna di raggi che di altronde,* VV —

---

accresce il lume primario ». Vedi la lezione di V' delle lin. 23-26 di pag. 528. Le lin. 3-17 della pag. 528 e le lin. 1-17 della presente pagina sono scritte su di un cartellino, col quale il VIVIANI ricoperse un altro cartellino, su cui si legge la lezione di V' e che alla sua volta è sovrapposto alla carta, su cui sono scritte le lin. 19-26 della pag. 528 e le lin. 18-24 della pagina presente. Questa carta e il cartellino contenente la lezione di V' furono ora rimesse alla luce, distaccando il cartellino che contiene le citate lin. 2-17 della pag. 528 e 1-17 di questa pag. 529.

Segue l' argumento tolto dall' apparizione di Venere di giorno, nelle seguenti parole: *Deinceps, quum Solis vicinia nihil impediat etc.;* e continuando pur nell' instituto di voler dimostrare che il candor della Luna non depende dal reflesso della Terra, premette le seguenti proposizioni. Prima, che il lume di Venere è tanto vivo, che la vicinanza del Sole, anco di mezo giorno, non l' offusca sì che vedere non la possiamo; anzi pure si scorge ella splendida, benchè minore di quello che ella si mostra nelle tenebre della notte. Pone l' altra proposizione, la quale è che io affermo, la Terra non venire illustrata dal Sole manco che qualsivoglia pianeta, ed in conseguenza non meno che Venere. Aggiugne la terza proposizione, pur da me creduta e concessa, la quale è che il reflesso del lume terrestre sopra la Luna sia più illustre di quello che la Terra riceve dalla Luna. Le quali premesse io liberamente concedo tutte, ma non so poi dedurne la conclusione che il mio oppositore ne cava; cioè che da tali premesse ne segua in conseguenza, che la Luna prossima alla congiunzione del Sole dovesse non meno che Venere, mostrarsi splendida nel mezo giorno. Io, per me, dalle due prime premesse, cioè dall' esser la Terra non meno illustrata dal Sole che Venere, e dal vedersi Venere di giorno, non saprei dedurne altro, se non che la Terra, non meno che Venere, dovrebbe esser visibile di giorno; conseguenza tanto vera, che non credo che alcuno vi ponga dubbio, ed io più d' ogni altro l' affermo. Dall' esser poi il reflesso del lume terrestre più gagliardo sopra la Luna che quel della Luna sopra la Terra, non capisco come ne debba seguire che il candor della Luna debba essere non inferiore allo splendore di Venere, procedente dall' illuminazione dei raggi primarii e diretti del Sole; e se tal consequenza dovesse aver luogo contro di me, converrebbe che il mio oppositore facesse constare che io avessi creduto e scritto che lo splendore della Terra fosse eguale allo splendore dell' istesso Sole, cosa che io giammai non ho detta, nè pur pensata. Restano dunque verissime le premesse da me concedute, come vera anco la consequenza che da quelle direttamente si può dedurre, cioè che lo splendore di Venere è tanto superiore al candor della Luna, quanto i vivi e primarii raggi solari sono più

4. *reflesso de' raggi solari nella,* V; *reflesso della Terra,* V' — 15. *mio dottissimo,* V; *mio,* V' — 24-25. *come da questo ne,* V; *come ne,* V' —

23. *affermo. Dell' esser,* s —

illustri che i reflessi dalla superficie terrestre. E qui se alcuno logico volesse ridurre questo argumento in forma sillogistica, dubito che non pure ei incontrerebbe il quarto termine, ma anco il quinto. Imperochè nè della Terra, come causa illuminante, nè del candor della Luna, come effetto della illuminazione della Terra, niente si è parlato nelle premesse; onde il dedurre che la Luna incandita dalla Terra dovesse vedersi di giorno, è conclusione sospesa in aria e che nulla ha da fare con la illuminazione del Sole sopra Venere e la Terra e con l'esser rese per ciò visibili di mezo giorno. In troppo oscura maniera veramente si deduce che la Luna, incandita dalla Terra, debba vedersi di mezo giorno *ex eo quod* Venere, illustrata dal Sole, di mezo giorno si scorge.

Passiamo all'altra seguente obiezzione: *Amplius, in eclipsi lunari nullam prorsus etc.* Quanto egli qui dice, gli concedo, cioè che nell'eclisse totale della Luna ella non riceva illuminazione alcuna dalla Terra, nella cui ombra ella resta immersa, nè tampoco goda de i raggi diretti del Sole, i quali nel cono dell'ombra terrestre non penetrano; e finalmente gli concedo che il reflesso dell'etere ambiente la Luna gli porge quel poco di rossigno che la rende visibile, spezialmente in quella parte del suo limbo che è l'ultima a restar coperta dal cono dell'ombra terrestre: ma tutto questo, niente veggo che debiliti il mio detto, che il candore della Luna venga dalla Terra. Parmi bene di scorgere che il mio oppositore accortamente cerchi di imprimere nella mente del lettore, che io abbia largamente conceduto, il medesimo candore essere effetto dell'etere ambiente la Luna, il che manifestamente apparisca mentre che nell'eclisse lunare, mancando il reflesso della Terra e l'illuminazione de i raggi diretti del Sole, io ammetto quel tenue splendore bronzino che in parte della Luna si scorge; e perchè questo è sommamente inferiore al candore argenteo nel novilunio, vorrebbe farlo diminuito ed in gran parte ammorzato dal dover passare egli per il cono dell'ombra terrestre: il quale effetto io asseverantemente dico esser vano e falso, atteso che la illuminazione di un corpo splendido che va ad illustrare

6. *dedurne*, V — 9-11. *Io non saprei a qual figura potesse ridursi cotal silogismo, se non forse, per esser di cinque termini, alla nona quinquesillaba frisesomorum; ma riducasi alla nona o alla prima*, V; *In troppo .... si scorge*, V' — 22. *l'accorto Filosofo*, V; *il mio oppositore accortamente*, V' — 25. *si scorga*, V; *apparisca*, V' — 29. *vorrebbe il nostro oppositore farlo*, V; *vorrebbe farlo*, V' —

1. *reflessi della superficie*, s —

un corpo opaco, niente perde nel dover passare per un mezo diafano, quanto si voglia sparso di tenebre; anzi le medesime tenebre faranno apparire più vivamente il ricevuto lume, cosa tanto chiara e nota, che assai mi maraviglio di sentirla passare come ignota o non avvertita: chè ben sa il medesimo Sig. Liceti che tutti i lumi celesti che a noi si fanno visibili e spargono di qualche luce l' emisferio terrestre nella profonda notte, passano per il medesimo cono dell' ombra terrestre, e da quello acquistano vigore di maggiormente illuminarci e farcisi visibili. Concedesi dunque, la tintura di rame derivare dall' etere ambiente la Luna: dove anco non mi par necessario di porre nel corpo lunare quel tenue lume nativo, da mescolarsi, come stima il Sig. Liceti, con questo reflesso dell' ambiente. Imperochè, se quello vi fosse, nel mezo della massima eclisse, quando il centro della Luna cade nell' asse del cono dell' ombra, pure resterebbe essa Luna in qualche modo visibile mercè del suo proprio nativo lume: tuttavia io e molti altri insieme abbiamo del tutto perduto di vista il disco lunare in più di una delle totali eclissi.

Vengo finalmente all' ultima instanza: *Denique, nec illud omittam data positione etc.* Continuando il Sig. Filosofo in volere in ogni maniera scuoprire l' impossibilità della mia opinione, s' ingegna di dimostrare come il reflesso della faccia terrestre in nessuna maniera può arrivare alla Luna; e per ciò dimostrare, introduce molte proposizioni da non esser da me così di leggiero concedute. E cominciando da questo capo, certo mirabil cosa è che i caldissimi e lucidissimi raggi solari, reflessi dalla Terra, e più incontrandosi ed unendosi con i primarii incidenti, come l' istesso Sig. Liceti afferma, non siano potenti a valicare la grossezza della media regione dell' aria ad essa vicinissima, ammortiti dalla frigidità di quella, la qual grossezza non arriva alla lunghezza di un miglio; e che poi i reflessi dalla Luna, distante dalla medesima media regione fredda assai più di cento mila miglia, ed anco soli e non accompagnati da i diretti raggi solari, siano potenti a mantenersi così lucidi e caldi, che trapassando per quella abbiano forza di riscaldare l' aria contigua alla Terra ed al

4. *maraviglia il,* V — 5. *perspicacissimo Filosofo,* V; *medesimo Sig. Liceti,* V' — 15. *visibile: tuttavia,* V; *visibile mercè del suo proprio lume nativo: tuttavia,* V' — 19. *l'acutissimo,* V; *il,* V' — 26. *Filosofo,* V; *Liceti,* V' — 27. *ad essi,* V, s — 31-32. *miglia, siano,* V; *miglia, ed anco ... solari, siano,* V' —

5. *avertita,* s —

mare, per il qual calore le conchiglie testate, fomentate dal caldo dell' ambiente, possano più pienamente nutrirsi ed ingrassarsi. Ma che dallo ingrassamento di questi animali si possa argumentare augumento di calore nell' ambiente che li circonda, parmi, se io non erro, che con altretanta o più ragione se ne potrebbe inferire accrescimento di freddezza, mentre che generalmente si scorge in tutti gli altri animali far miglior digestione, e più copiosamente cibarsi ed ingrassarsi, nell' arie freddissime che nelle tiepide o calde: per lo che si può inferire, la grand' illuminazione della Luna nel plenilunio accrescere appresso di noi più tosto la frigidità che il calore, e tanto più, che è tritissima e popolare osservazione, ne i tempi che l' acque si congelano farsi i ghiacci notabilmente maggiori nelle notti del plenilunio, che quando il lume della Luna è diminuito. Ma ben so io che quello augumento di calore interno dell' animale, che il Sig. Liceti riconosce dall' accoppiamento del calore esterno dell' ambiente, qualche altro filosofo non meno confidentemente lo attribuirebbe al maggior freddo dell' ambiente, il quale per antiperistasi facesse concentrare il nativo calore interno.

→ Nè devo qui tacere un' altra meraviglia non minore, che pure in questa maniera di filosofare si esercita; ed è che talvolta si assegnano per produrre il medesimo effetto cause tra loro diametralmente contrarie, nè meno in altre occasioni si pone la medesima causa produrre effetti contrarii. Quanto al primo caso, ecco dell' istessa più forte digestione addursi per causa da alcuni il caldo dell' ambiente, e da altri il freddo. Quanto all' altro caso, il Sig. Liceti afferma qui, il medesimo lume di Luna esser caldo, il quale in altro luogo asserì esser freddo, come si legge nelle seguenti parole poste nel libro *De novis astris et cometis,* alla faccia 127, versi 7: *Quin et lumen lunare nullo calore pollere, sed frigiditatem invehere, quilibet experitur.* Nè forse è minor la contrarietà che il medesimo Signore pone nel mezo ombroso, o vogliamo dire nel cono dell' ombra terrestre; il quale egli non nega che talvolta molto più splendidi ci mostri li oggetti luminosi, mentre il lume loro deve trapassare per esso; ed altra volta pronunzia, il medesimo cono, mescolandosi con quel tenue lume della Luna prodotto dal suo etere ambiente e congiunto col

1. *calore i granchi, i gamberi e le,* V; *calore le,* V' — 6. *scorge, tutti,* V — 12. *farsi i,* V; *farsi,* V' — 13. *diminuito,* V; *diminuto,* V' — 14. *il dottissimo,* V; *il,* V' —

suo nativo, l' offusca e rende men chiaro. ← E qui si scorge la sicurezza del puro fisico argumentare, poichè egualmente si adatta a render ragione di uno effetto tanto per una causa naturale, quanto per la contraria. Oltre a ciò, non veggo con qual confidenza possino gli accuratissimi Signori filosofi fare il cielo e i corpi celesti soggetti a qualità ed accidenti di caldo e di freddo, mentre gli predicano per impassibili, inalterabili ed esenti da queste qualità elementari; sì che, partendosi i raggi dal corpo lunare, che pure è celeste, possano esser caldi, e tali mantenersi nel trapassare quella parte del cielo della Luna che termina sopra la sfera elementare, e quindi ancora scorrere per il fuoco e per tutta la più alta regione dell' aria, e passare ancora di più la media freddissima, conservandosi sempre caldi: e che poi, all' incontro, il reflesso della Terra, la quale pur troppo sensatamente sentiamo riscaldarsi e quasi direi infiammarsi nel più ardente sole dell' estate, non esser bastante a trapassare la a sè vicinissima media regione, la cui sublimità, come ho detto, non arriva a un miglio di spazio, sì come il breve intervallo di tempo che tra il lampo del baleno ed il romor del tuono intercede, sicuramente ci insegna: oltre che, se si deve prestar fede a gli istorici, nè le pioggе, nè le nevi, nè le grandini, nè i lampi, nè i tuoni, nè i fulmini, si fanno in maggior lontananza, mentre si dice, constare per la esperienzia, esser monti tanto eminenti, che la loro più eccelsa parte non è giammai offesa da i nominati insulti; e bene molto alto conviene che sia quel monte la cui perpendicolare altezza sia più di un miglio. Lascio stare che frequentemente si vede che dalla eminenza delle nostre più alte montagne si scorgono le pianure suggette, ed anco le minori colline, ricoperte da nuvole, sì che tal vista sembra quasi un mare nel quale in qua ed in là si scorgano surgere, quasi scogli, vertici di altri mediocri monticelli; ed in questa constituzione di nuvole cade tal volta la pioggia nelle pianure più basse.

Parmi, oltre di questo, di raccorre dal discorso del mio oppositore, che egli voglia mandar di pari lo scaldare e l' illuminare, sì che dove non arrivi il calore del corpo caldo e lucido, non vi deva anco arrivare l' illuminazione, e che però, non sendo possente il caldo, che noi proviamo grandissimo nella Terra illuminata e riscaldata dal

6. *freddo etc.,* V — 26. *scuoprono,* V — 31. *prudentissimo,* V; *mio,* V' —
12. *la freddissima,* s —

Sole, a varcare la fredda regione vaporosa dell' aria, nè meno ciò possa fare il lume dalla medesima Terra reflesso. Tuttavia, se noi vorremo prestar fede al senso ed alla esperienza, troveremo che il lume di una grandissima fiamma di quantità grande di paglia o di sterpi che sopra una montagna abbruci, si distenderà ed arriverà a noi constituiti in molto maggior lontananza di quella nella quale il caldo di essa fiamma ci si facesse sentire. Ma che accade che, per assicurarci del poter esser la strada del caldo differente da quella del lume, ricorriamo a fiamme poste sopra montagne, o ad altre esperienze più incommode a farsi? Accosti chi si voglia il dito così per fianco alla fiammella di una candela accesa; certo non sentirà offendersi dal caldo, sinchè per un brevissimo spazio non se gli accosta e che poco meno che non la tocchi: ma, per l' opposito, esponga la mano sopra la medesima fiammella; sentirà l' offesa del caldo in distanza ben cento volte maggiore di quell' altra per fianco: tuttavia l' illuminazione che dalla medesima fiammella deriva, per tutti i versi si diffonde, cioè in su, in giù, lateralmente, ed in somma per tutto, ed in lontananza più di cento mila volte maggiore, sfericamente si distende.

→ Parmi per tanto di poter sicuramente dire che lo scaldare e l' illuminare non vadiano del tutto con pari passo: ma ben credo di poter con sicurezza affermare, che l' illuminare ed il muover la vista vadano talmente congiunti, che dovunque arrivi il lume, di quivi si renda il corpo luminoso visibile; di maniera che il muovere il senso della vista, altro non sia che l' illuminare la pupilla dell' occhio, alla quale quando non pervenisse il lume, l' oggetto lontano, benchè luminoso, veder non si potrebbe. Quando dunque, conforme a quello che scrive il Sig. Liceti, il reflesso del lume terrestre, come quello che, per suo

1. *freddissima,* V; *fredda,* V′ — 14. *per,* V; *in,* V′ — *mille,* V; *cento,* V′ — 17-18. *in gran lontananza, sfericamente,* V; *in lontananza più . . . sfericamente,* V′ —

5. *abbrucci,* s —

19-20. *che l' illuminare e lo scaldare,* VV — 21. *che l' illuminare ed il muover il senso della vista,* s [1] —

[1] La lezione che noi abbiamo restituito nelle lin. 21-23 è in una prima bozza di mano del Viviani, quale si legge alla carta 132^{a}*t.* del ms.: la lezione difettiva ed erronea della stampa procurata dal Liceti (e dietro a questa, della volgata) si legge nella trascrizione al pulito che fece il Viviani stesso nella carta 132^{b}*r.* Questa carta, da lui sovrapposta all' altra, è stata ora per la prima volta, sdoppiandole, distaccata, e così fu rimessa alla luce la carta 132^{a}*t.*

detto, va di pari col calore, non si estendesse oltre alla media regione dell' aria, resterebbe in conseguenza la Terra invisibile dall' occhio posto oltre alla detta media regione, come che quivi non arrivasse il lume, che solo è potente a fare il corpo luminoso visibile; ed in oltre, parte alcuna della Terra non verrebbe da noi veduta la quale più di un miglio o due ci fusse remota, chè oltre a tale altezza non si estende la grossezza della media regione dell' aria. Ma io difficilmente potrei accomodar l' intelletto al prestar assenso a una tal proposizione, e massime mentre che il senso mi rende visibili pur piccole parti della Terra illuminata in lontananza di più di cento miglia, avvenga che da un luogo molto alto si scorgeranno altre montagne ed isole non meno di cento miglia lontane; e la Corsica e talora la Sardigna ben si veggono da i colli intorno a Pisa, e più distintamente ancora dalli scogli eminentissimi di Pietrapana; e da i monti della Romagna ben si scorgono, oltre al sino Adriatico, quelli della Dalmazia. E sì come noi qui di Terra vegghiamo la Luna luminosa, così tengo per molto sicuro che dalla Luna e grandissima e luminosissima si scorgerebbe la Terra, in quella parte da i raggi solari illustrata, ed in conseguenza che la medesima Luna da essa Terra verrebbe illuminata. ←

5. *Terra da noi non verrebbe veduta,* VV — 9-10. *visibile anco piccole,* VV — 10. *in distanza di,* VV — 15. *si veggono, oltre,* VV — 17. *tengo io per,* VV — 18-19. *parte che da i raggi solari è illustrata,* VV —

Ma passo ad una proposizione forse molto a proposito per il mantenimento della mia opinione, e per la quale nel medesimo tempo si scorga, non piccola esser la differenza tra l' illuminazione ed il riscaldamento de i raggi solari. E prima, l' illuminazione si fa in un istante; ma il riscaldare non così, ma ci vuol tempo, e non breve: e parimente, all' incontro, si toglie via l' illuminazione in un instante; ma non si estingue il conceputo caldo se non con tempo. Non molta si ricerca che sia la densità della materia per potere essere egualmente illuminata come qual si voglia densissima; onde veggiamo bene spesso tenui nugole non meno vivamente illuminate da i raggi solari, che se fussero vastissime montagne di solidi marmi; e bene possiamo noi chiamar piccola la densità di tali nugole in rispetto a quella di una montagna di marmi, ancorchè la medesima densità sia molto grande in comparazione di quella dell' aria vaporosa, mentre che la medesima nugola, se fusse interposta tra il Sole e noi, ci torrebbe la vista di esso, cosa che non la fa l' aria vaporosa. Ma, all' incontro, quanto al concepire il caldo, massima si trova la differenza tra le materie di diversa densità; chè molto più si scaldano i densi metalli e le pietre, che il

---

Ma passo ad una proposizione forse molto approposito per il mantenimento della mia oppinione circa il candor della Luna: e parmi di poter dir sicuramente che l' esser riscaldato ed illuminato sia de i corpi densi ed opachi, e tanto più e più quanto più densi, ed in particolare quanto al riscaldarsi; ma che, all' incontro, i corpi tenuissimi e rarissimi, quali io stimo che siano l' aria pura e l' etere purissimo, credo che nè si illuminino nè si riscaldino, e questo ritraggo da osservazioni a tutte le ore fattibili. Le materie dense, come legne, pietre, metalli, terra, ed anco l' acqua istessa, da i raggi del Sole vengono molto riscaldate; e riscaldate che sono, per non breve tempo mantengono il calore, rimossi i raggi solari che lo introdussero; e sì come gli più densi maggiormente si riscaldano, così per più lungo tempo conservano il calore imbeuto: onde mi pare che noi potessimo inferire, che se qualche materia che ferita per lungo tempo dal Sole, rimosso il Sole, immediatamente si riducesse a freddezza, ella sicu-

4. *in istanti*, VV — 12-13. *tali nuvole in comparazione di una montagna di marmo, ancorchè*, VV — 13. *sia grande*, VV — 14-15. *nugola si fusse*, s —

20. *oppinione: e parmi*, V' —

men denso legno o altre materie più rare. L'illuminazione, oltre al farsi in instanti, si estende per intervallo dirò quasi che infinito, chè ben tale si può chiamare quello delle innumerabili piccolissime stelle fisse, le quali, essendo dalla vista nostra libera impercettibili, pur visibili si rendono con l'aiuto del telescopio; argumento necessario che l'illuminazione di quelle sino a Terra si conduce, chè se ciò non fusse vero, tutti i cristalli del mondo visibili non le renderebbono: non so poi se il caldo loro in altretanta lontananza così sensibile possa rendersi. Non piccola dunque è la differenza tra l'illuminare e lo scaldare; tuttavia amendue tali impressioni non si vede che possano essere ricevute se non in materie, come si è detto, che ritengano qualche densità: chè le tenuissime, rarissime e diafanissime, quali si tiene che siano l'aria pura e l'etere purissimo, veramente nè si illuminano nè si riscaldano, effetto che anco dalla esperienza ci può esser dimostrato, ancorchè far nulla possiamo nè nel purissimo etere nè nell'aria schietta e sincera, avvengachè nella mista e turbata da i vapori continuamente

---

ramente non fusse mai stata calda. Ora, che tale evento si scorga nell'aria, mi pare che l'uso delle ombrelle lo insegni a' viandanti; il quale uso resterebbe inutile e vano, se l'aria, che altri crede essere scaldata dal Sole, per qualche tempo, benchè brevissimo, ritenesse il caldo, rimosso il contatto de' raggi solari. Imperochè, mentre che uno stesse fermo e si facesse ombra con l'ombrella, bene sta che non sentisse l'offesa de'raggi solari; ma che egli non la senta tampoco nel camminare, benchè egli trapassi repentinamente dall'aria adombrata dal parasole nell'altra aria conseguente sottoposta a i raggi, segno manifesto è che l'aria per nessun tempo conserva il calore, ed in conseguenza che già mai non lo riceve. Ma attendasi un'altra anco assai più potente osservazione, dico del non si riscaldare o illuminare l'aria, la quale trarremo noi dalla sopranarrata esperienza del grande specchio concavo: il quale reflette i raggi solari tanto vivamente e tanto caldi, che immediate abbrucia le materie combustibili e liquefà le fusibili etc., ed oltre allo scaldarle, le illumina sì che il loro fulgore supera quello dello istesso Sole; ma l'aria dentro al medesimo cono com-

5. *argumento ben necessario,* VV — 6-7. *chè quando ciò non fusse, tutti,* VV — 10. *amendui,* s — 11. *tengano,* s — 14. *ci viene dimostrato,* VV — 15. *possiamo nel,* s —

18. *viaggianti,* V' —

ci ritroviamo. Tuttavia in questa ancora gli effetti dello illuminarsi e scaldarsi non si veggono esser se non debolissimi, come chiaramente ci mostrano i raggi solari dal sopradetto grande specchio concavo ripercossi, i quali nè illuminano nè scaldano l'aria compresa dal cono, come di sopra si è dichiarato. Che poi nè l'aria pura nè il purissimo etere si illuminino, ce lo mostrano le profonde notti: imperochè, non restando di tutto l'elemento dell'aria altro non tocco dal Sole che la piccola parte compresa dentro al cono dell'ombra della Terra, e talvolta qualche altra minor particella ingombrata dalle ultime parti del cono dell'ombra lunare, sicuramente quando tutto il restante fusse illuminato, averemmo un perpetuo crepuscolo, e non mai profonde tenebre.

---

presa nè pur si vede come illuminata, nè si sente come calda, poichè, coperto lo specchio e subito messa la mano là dove si faceva l'incendio e la fusione del metallo, non si sente un minimo vestigio di caldo: sì che, non lo ritenendo essa aria pure un momento di tempo, manifesta cosa è che nè ella lo riceve. Ma che più? di qual altra esperienza aviamo noi bisogno per esser sicuri che nè l'aria nè il purissimo etere si illuminino, che quello che ci mostrano le profonde notti? Imperò che, non restando di tutto l'elemento dell'aria altro non tocco dal Sole che la piccola parte compresa dentro al cono dell'ombra della Terra, sicuramente quando tutto il restante fusse illuminato, averemmo noi un perpetuo crepuscolo, e non mai profonde tenebre.

4–5. *l'aria avanti compresa dal cono luminoso, come,* VV — 5. *poi l'aria,* s — 11. *averemmo noi un,* VV —

Concludo per tanto, che non si imprimendo il caldo, mercè de' raggi solari, se non in materie solide, dense ed opache, o che almeno partecipino tanto di densità che non diano il transito totalmente libero ai medesimi raggi solari, il caldo che noi proviamo è quello che la Terra e gli altri corpi solidi riscaldati ci somministrano; il qual calore può esser che non si elevi tanto sopra la Terra, che possa tor via la freddezza di quella regione vaporosa nella quale si generano le pioggie, le nevi e le altre meteorologiche impressioni. Può dunque il calore del reflesso de' raggi solari nella Terra non transcendere la media regione vaporosa e fredda, ma ben l' illuminazione trapassar questa ed arrivare sino alla Luna, e per distanza anco molte e molte volte maggiore.

Oltre che, se io devo liberamente confessare la mia poca scienza fisica, dirò di non sapere nè intender punto come tali impressioni si faccino; e quando io mi ristringo in me medesimo per vedere se io potessi penetrarne alcuna, mi ritrovo in una immensa oscurità e confusione. Io non ho mai inteso, nè credo di esser per intendere, in qual maniera, doppo essere stati mesi e mesi senza pur vedersi una nuvola, possa improvisamente in brevissimo tempo spargersene sopra un gran tratto di terra, e quindi precipitosamente cadervi millioni di barili di acqua; ed altra volta comparire altre simili nugole, e poco dopo dissolversi, senza diffondere una minima stilla. Che io intenda per fisica scienza come tra le tenui e molli nuvole si produchino suoni e strepiti così immensi quanto sono i tuoni, mentre che il filosofo vuol che io creda, alla produzion del suono esser necessario la collisione de' corpi solidi e duri, *absit* che io ne possa restar capace. Ma per non entrare in un pelago infinito di problemi a me insolubili, voglio far qui fine, senza però tacere la veramente ingegnosa comparazione che lo eruditissimo Sig. Liceti, dirò, con leggiadro scherzo poetico, pone tra la Luna e la pietra lucifera di Bologna; cioè che essa Luna, immergendosi nell' ombra della Terra, conservi per qualche tempo la tenue luce imbevuta o dal Sole o dall' etere suo ambiente, la qual luce svanisca dopo qualche dimora nell' ombra. Io veramente ammetterei questo pensiero, se non mi conturbasse la diversa maniera

3-4. *transito a i medesimi raggi totalmente libero, il caldo,* V — 8-13. *impressioni. Oltre,* V; *impressioni. Può dunque ... non trascendere la regione vaporosa e fredda, ma bene l' illuminazione ... maggiore. Oltre,* V' — 16. *trovo,* V — 21. *nuvole,* V — 24. *tanto,* V — 26. *di,* V — 28-29. *analogia,* V —

che tengono nel recuperare la luce smarrita e la Luna e la pietra: imperochè la Luna nello allontanarsi dal mezo del cono dell' ombra comincia a recuperare quello smarrito lume molto prima che ella scappi fuori dell' ombra e torni a godere di quel maggior lume dal quale ella fu ingravidata; effetto che non così accade nella pietra, alla quale per concepire il lume non basta l'avvicinarsi a quel maggior lume che ha da illustrarla, ma le bisogna per assai spazio di tempo soggiacergli, e così concepire la luce, da conservarsi poi per altro breve tempo nelle tenebre.

Circa quello che in ultimo soggiugne, del farsi l'ombre maggiori dal Sole basso che dall' alto, non ho che dirci altro se non che mi pare che egli altra volta negasse cotale effetto, ma che pure, benchè falso, stimava di poterne render ragione non meno che se fusse vero, come egli con assai lunga ed accurata scrittura fece. E qui parimente si scorge la gran fecondia delle fisiche dimostrazioni, delle quali non ne mancano per dimostrare tanto le conclusioni vere quanto le false. Ma nel presente caso, se le ragioni addotte son concludenti, è necessario che la conclusione sia vera: e se è vera, perchè negarla o metterla in dubbio? e se le ragioni prodotte non son concludenti, perchè produrle?

So, Serenissimo Principe, che troppo averò tediata l'A. V. con questo mio lungo discorso; ma il suo benigno invito, e la necessità che avevo di sincerarmi appresso il mondo e purgarmi dalle imputazioni attribuitemi da questo famoso Filosofo, mi hanno porto libertà di fare quello che ho fatto. E se bene il Sig. Liceti, publicando con le stampe, ha contro di me parlato con tutto il mondo, voglio che a me basti il portar le mie difese nel cospetto solo dell'A. V. S., il cui assenso

1-3. *recuperare quello smarrito lume molto prima,* V; *recuperare quello smarrito lume: atteso che la Luna lo recupera molto prima,* V', s [1] — 7. *gli,* V — 14. *e dottissima,* V; *ed accurata,* V' — 21. *l'A. V. S. con,* V —

3-4. *ella scampi fuori,* s — 11. *dallo alto,* s — 14. *accurata dottrina fece,* s —

[1] La lezione che abbiamo restituito nelle lin. 1-3 si legge, per intero, nel cod. Gv. e, in parte, nell' edizione bolognese. Il Viviani, trascrivendo, come crediamo, da bozze anteriori, trascorse con l'occhio dal *recuperare* di lin. 1 a quello di lin. 3, omettendo le parole intermedie, e così nacque la lezione di V: accortosi poi dell' errore commesso, lo corresse, ma non felicemente, inserendo dopo *lume* le parole *atteso che la Luna lo recupera,* che sono aggiunte sul margine del ms. Questa lezione di V' passò nella stampa procurata dal Liceti, mentre il cod. Mar. trascrisse tal e quale la lezione di V, e il cod. G la corresse arbitrariamente, allontanandosi ancor più dalla vera lezione.

agguaglio a quello di tutto il mondo; benchè io non possa negare che riceverei anche per mia gran ventura se le fussero sentite o lette da i filosofi e litterati di cotesta fioritissima Accademia, da i quali spererei aver assenso ed applauso alle mie giustificazioni, poichè esse non procedono contro alla peripatetica filosofia, ma contro ad alcuno di quelli i quali la filosofia e la aristotelica autorità oltre a i limitati termini vogliono estenderla, e con essa farsi scudo contro alle opposizioni di qualsivoglia altro che pur razionabilmente discorra. Del guadagnarmi poi l'assenso di tutti i filosofi di cotesta Accademia, gran caparra me ne porge l'Eccellentissimo Sig. Alessandro Marsilii, della cui graziosissima conversazione ho, non molti anni sono, goduto per cinque mesi continui che mi trovai in Siena in casa l'Illustrissimo e Reverendissimo Monsig. Arcivescovo Piccolomini, dove giornalmente avemmo discorsi filosofici. Questo Signore in particolare nomino io all'A. V. S. per la lunga pratica che ho avuta con sua Signoria Eccellentissima; e come da questo mi prometto l'assenso, così me lo prometto da ogn'altro che con occhio sincero vorrà riguardare le imputazioni fattemi e le mie difese. E qui, umilmente inchinandomeli, le bacio la veste, e le prego da Dio il colmo di ogni felicità.

Di Arcetri, l'ultimo di Marzo 1640.

Dell'Altezza Vostra Serenissima

Umilissimo e Devotissimo Servitore
GALILEO GALILEI.

1–3. *e tanto più se, per mia ventura, potessero queste mie difese esser sentite da,* V; *benchè ...... se elle fussero sentite o lette da,* V' — 4. *di avere,* V — 4–10. *le quali non contro alla peripatetica filosofia procedono, ma contro a chi la peripatetica filosofia ha sinistramente adoperata. E di questo che io dico, ho io larga e sicurissima caparra dall',* V; *poichè esse .... di cotesta fioritissima Accademia gran caparra me ne porge l',* V' — 17. *impugnazioni,* V — 18. *li,* V — 19. *gli,* V; *le,* V' — 22. *Obbligatissimo,* V —

10. *Sig. N., della,* s — 12–13. *continui etc., dove,* s —

AL MOLTO ILLUSTRE ED ECCELLENTISSIMO

Sig. FORTUNIO LICETI

FILOSOFO EMINENTISSIMO

GALILEO GALILEI VERO E CORDIALE AMICO S.[1]

Appena aveva V. S. Eccellentissima finito di mandare alla luce il suo trattato della pietra lucifera di Bologna, che ella me ne mandò una copia, accompagnandola con una sua lettera, piena di affetti di cortesia, nella quale, in segno della stima che ella fa del mio giudizio in potere librar con giusta lance i momenti della dottrina che nel suo trattato si contiene, mi pregò che io, con quella filosofica libertà che tra gli indagatori del vero si ricerca, sinceramente gli scoprissi e significassi i miei sensi. Io, per sodisfare a due debiti ne i quali mi sentivo obligato, risposi immediatamente al primo, che era di renderle le debite grazie del regalo fattomi in mandarmi il libro, registrandomi nel numero de i primi e suoi più cari amici: quanto all' altro obligo, che è di eseguire il suo cenno circa il liberamente manifestarli il giudizio che fo sopra la dottrina e i concetti in esso libro racchiusi, mi è stato forza, rispetto all' infelicità della perduta vista, che al servirmi, nel leggere e nello scrivere, degli occhi e della penna di altri mi necessita, differire sino al presente di deporre in carta tutto quello che ho stimato poter dar sodisfazzione alla sua domanda.

Dicogli dunque, che se io volessi conforme al merito diffondermi nelle lodi dell' ampla e sottilissima dottrina che mi è parso scorgervi; oltre al convenirmi assai in lungo distendere, dubiterei che le mie parole, benchè purissime e sincere, potessero apparire ad alcuno iperboliche o adulatorie; ad alcuno, dico, di quelli, che troppo laconica-

14. *renderli,* A — 21. *satisfazione,* A —

---

[1] Saggio della forma nella quale Galileo intendeva rivolgere al Liceti la lettera indirizzata originalmente, e poi definitivamente, al Principe Leopoldo di Toscana. Veggasi a questo proposito l'Avvertimento.

mente vorrebbero vedere, ne i più angusti spazii che possibil fusse, ristretti i filosofici insegnamenti, sì che sempre si usasse quella rigida e concisa maniera, spogliata di qualsivoglia vaghezza ed ornamento, che è propria de i puri geometri, i quali nè pure una parola profferiscono che dalla assoluta necessità non li sia suggerita. Ma io, all' incontro, non solamente non ascrivo a difetto in un trattato, ancorchè indirizzato a un solo scopo, inserire altre varie notizie, purchè non fussero totalmente separate e senza veruna coerenza annesse al principale instituto; anzi stimo che la nobiltà, la grandezza e la magnificenzia, che fa le azzioni ed imprese nostre meravigliose ed eccellenti, non consista nelle cose necessarie (ancorchè il mancarvi queste sia il maggior difetto che commetter si possa), ma nelle non necessarie, purchè non siano poste del tutto fuori di proposito, ma abbiano qualche relazione, ancorchè piccola, al principale intento. E così, per esempio, vile e plebeo meritamente si chiamerebbe quel convito nel quale mancassero i cibi e le bevande, principale requisito e necessario; ma non però il non mancare di queste lo fa così magnifico e nobile, che sommamente più non gli arrechino grandezza e maestà la vaghezza dell' egregio e sontuoso apparato, lo splendore de i vasi d' argento e d' oro, che, adornando la mensa e le credenze, dilettano la vista, i concenti di varie armonie, le sceniche rappresentazioni, e i piacevoli scherzi, all' udito così graziosi. La maestà di un poema eroico viene sommamente ampliata dalla vaghezza e varietà degli episodii; e Pindaro, principe de i lirici, si sublima tanto col digredire in maniera dal primario suo intento, che è di lodare l' eroe da esso cantato, che nel tessere le laudi di quello non consuma la decima, nè anco talora la vigesima, parte de i versi, li quali spende in varie descrizioni di cose che in ultimo, con fila assai sottili, sono attaccate al principal concetto. Io pertanto interamente applaudo alla maniera che V. S., abbondantissima di mille e mille notizie, tiene ne i suoi componimenti, ed in particolare in questo, nel quale, prima che condurre il famelico lettore a saziar sua brama con l' ultimo insegnamento del problema principalmente desiderato, ci porge un utile diletto di tante belle notizie, che bene ci obliga a rendergliene mille grazie, mentre che con gran rispiarmo di tempo e di fatica ci libera dal rivoltare i libri di cento e cento autori.

7. *interserire,* A — 10. *magnificenza,* A —

Degna dunque di lodi infinite stimo io questa sua nobile e così utile fatica. Ed acciochè V. S. Eccellentissima resti sicura che io schiettamente e non simulatamente gli parlo, voglio contraporre alle meritate lodi che a tutto il resto del suo libro si convengono, alcune mie considerazioni intorno alla digressione che Ella fa nel capitolo L, le quali mi pare che possano rendere la dottrina in quello contenuta non ben sicura nè incolpabile; se però, quello che comunemente e umanamente suole accadere, l'interesse proprio non mi abbaglia e inganna, essendo il contenuto di tutto il detto capitolo non altro che una moltitudine di obbiezzioni che ella bene acutamente fa contro ad una mia particolare ed antiquata opinione, nella quale ho creduto e affermato, quel tenue secondario lume che nella parte tenebrosa della Luna si scorge, massimamente quando ella è poco remota dalla congiunzione del Sole, sia effetto cagionato dal reflesso de i raggi solari nella superficie del nostro globo terrestre: al che ella contradice con molte opposizioni, le quali, contro al mio desiderio, mi pare che non necessariamente convincano la mia opinione di falsità. E dico *contro al mio desiderio,* perchè non vorrei che anco questa nota, benchè piccola, macchiasse il suo, in tutto il resto, così puro e candido trattato: chè nelli scritti miei, che poco di pellegrino e di apprezzabile si contiene, poco di pregiudizio è l'aggiugnere a tante altre mie fallacie questa qui ancora; chè bene in un panno rozo e vile manco noiano la vista molte grandi ed oscure macchie, che in un drappo vago e per la moltitudine de i fiori riguardevole non farebbe una benchè minima.

Proporrò dunque, con la tra noi concertata filosofica libertà, quelle risposte che al presente mi paiono sollevarmi, con speranza di dover poi, con mio utile particolare, essere dalle sue dottissime repliche tolto di errore e condotto nel possesso del vero. Ma prima che io descenda a esaminare la forza delle sue obiezzioni, voglio, per mia satisfazzione, raccontare a V. S. Eccellentissima i miei primi moti, da i quali io fui indotto a credere . . . .[1]

2-3. *stiettamente,* A — 13. *ella poco è remota,* A — 20. *peregrino,* A —

[1] Cfr. pag. 493, lin. 23.

FRAMMENTI

ATTENENTI

ALLA LETTERA AL PRINCIPE LEOPOLDO DI TOSCANA.

Meglio provo io che il mezzo del candore dovrebbe esser oscuro quando l'illuminazione venisse dall'etere, che non prova il Liceti che dovessi esser più chiaro quando venisse dalla Terra.

Il Liceti confonde lo sfuggire de i raggi illuminanti con lo sfuggire de' raggi visivi.

Maggior parte della Luna illumina la Terra, che non ne illumina il Sole, benchè il Sole sia maggior della Terra [1].

avendomi pregato V. S. che io schiettamente li dica il mio giudizio sopra il suo libro, li dico essermi il tutto parso ammirabile; ed acciochè la resti sicura che io non la adulo, li soggiungo che pur ci ho scorto qualche cosa, per mio giudizio, capace di miglioramento, la quale liberamente li spiego, etc.

Vedi in proposito dell'ultimo argomento quello che scrive l'istesso Liceti nel libro *De cometis* etc., faccie 127, versi 7, con manifeste contradizioni a sè stesso.

Spiegare il discorso che io feci in su il principio per rimaner certo di questa conclusione, cioè quello che farebbe il vulgo, ma che poi innalzandomi....

---

[1] Mss. Gal., Par. III, T. VII, 1, car. $115^{b}r$.

I Peripatetici si servono de i testi di Aristotele in quella guisa che un nocchiero di un medesimo vento si serve per andar con una nave verso qualsivoglia parte.

V. S. si tiene onorato con l'avere io pieno 15 mezzi fogli in confutare un mezzo de i sua, mentre che il mezzo foglio è fatto in confutazione di 4 soli versi de i mia.

Il lume di Luna apparisce superare il candore della Luna, mentre vegghiamo tal lume in Terra già fatta oscura per la lontananza del Sole; ma il candore, quando è massimo, lo vegghiamo sendo noi circondati dal crepuscolo.

Non sendo il candore nativo nella Luna, come mostrano i suoi eclissi, bisogna che gli venga contribuito ab estra. Già non dal Sole, nè dalle stelle; perchè anco nelli eclissi lo mostrerebbe, sì che non resterebbe mai senza. Conviene, in oltre, che quello che glielo cagiona, sia tale che ora glielo celi ed ora glielo mostri; e per ciò fare la sola Terra è attissima, mostrandogli la sua faccia luminosa, e del tutto ascondendogliela nelli eclissi, dove la faccia tenebrosa terrestre è esposta alla vista della Luna.

In prova di quanto importi la vicinanza dell' oggetto in farlo apparire più luminoso, scorgesi in Marte, il quale, fatto vicino a noi, fulgentissimo si rappresenta, e posto in maggior lontananza, assai meno lucido ci apparisce, ancorchè in questo caso riceva la luce del Sole più da vicino.

De i tre superiori, che essi ancora, per sè tenebrosi, ricevino il lume dal Sole, ci mostrano i satelliti di Giove, che immersi nella ombra di Giove restano oscuri ed invisibili: segno ancora che l'emisferio superiore di Giove manca di splendore. In Marte ancora, che intorno alla quadratura col Sole si vede sguanciato, aviamo chiaro argomento del non esser egli per sè splendido: talchè l'argomento col quale il Liceti prova, i tre superiori esser per sè lucidi, svanisce;

1. *servano* —

e le loro intelligenze, che li governano, non vengono a superare molto di nobiltà quelle che governano Mercurio, Venere, Luna e la nostra Terra, se però anche ella ha la sua governatrice. Però queste intelligenzie non sono forse quello che il Liceti crede e scrive nel libro *De cometis et novis astris* etc., lib. 2°, cap. 65, faccia 127, versi 25.

In oltre, se il risplendere è segno di maggior nobiltà e perfezzione, le lucciole, alcuni vermi, saranno più perfetti di infiniti altri animali che nulla risplendono: e quei legni che, sendo prima tenebrosi, si fanno poi risplendenti, non camminano, come V. S. e comunemente si crede, alla corruzione e allo infradiciarsi, ma al perfezionarsi e nobilitarsi, etc.[1].

Veramente il pensiero di V. S., dello stimare i 3 pianeti superiori essere per sè stessi lucidi, come quelli che da più nobili e perfette intelligenze sono governati, mi è parso mirabile e degno di essere abbracciato e ritenuto, tuttavolta però che mi venissero rimossi alcuni scrupoli e risolute certe difficoltà, delle quali, per mia debolezza, non so ridurre la soluzione alle intelligenze. Ed essendo che, conforme al pronunziato sicurissimo d'Aristotile, *qui dat esse, dat consequentia ad esse,* dando l'intelligenzia lo splendore, per esempio, a Giove, deve, in conseguenza, contenere le cagioni delle varietà che nello splendore di Giove si scorgono; delle quali ben pare a me di ritrovare apertamente e indubitatamente le cagioni mentre che io costituisco Giove per sè naturalmente tenebroso, e solo lucido per l'illuminazione del Sole. Si rivolgono in cerchi differenti e diseguali, concentrici però al centro di Giove, 4 minori stelle, le quali in statuiti e preveduti tempi restano in tutto prive di lume e come eclissate: tale accidente non patiscono esse se non vicine a Giove, e costituite

1. *vengano* —

---

[1] Mss. Gal., Tomo cit., car. 135*r.-t.*

nella parte superiore de' cerchi loro; ma nella parte inferiore vengono a congiugnersi ed a separarsi dall' istesso Giove senza patire eclisse alcuna: in oltre si nascondono nelle tenebre alcune volte avanti che arrivino al contatto di Giove, ed altre volte, dopo l' essersi con esso corporalmente congiunte, non tornano a rimostrarsi risplendenti se non in distanza notabile dal disco di Giove: e queste distanze si fanno in alcuni tempi maggiori ed in altri minori, e tal ora accade che senza perdere punto di luce si conducono al contatto ed alla puntuale separazione dal medesimo Giove: e di tutte queste diversità puntualissima rispondenza se ne ha dalla diversa costituzione ed aspetto di Giove col Sole. Di più, tal perdita di lume, e con tal regole accadente, a me pare che ci assicuri che sola la metà del disco di Giove che risguarda verso il Sole sia luminosa, restando l' altro suo emisferio privo di luce: chè quando egli risplendesse, li suoi satelliti, essendogli tanto vicini, riterrebbono lume bastante a farsi cospicui, nè potrebbe il cono dell' ombra di Giove del tutto denigrarli; oltre che accade tal volta che uno di essi, che in grandezza supera gli altri, offusca col picciol cono della sua ombra uno che gli è superiore. Come poi tali diverse apparenze possino trarre origine dalla intelligenza la quale in genere infonde lo splendore nel corpo di Giove, veramente non so io capire senza porre varietà e mutazioni nella istessa intelligenza; e però volentieri sentirei come tali corde potessero accordarsi col tenore della corda principale. Di Marte ancora, che solo risplenda mercè del Sole etc.[1].

Ora, Eccellentissimo mio Signor, facciami grazia di considerare con quanto bella analogia si rispondano nella Luna e nella Terra le tre diverse illuminazioni, le quali tutte, come da un istesso fonte, scaturiscono dal fulgore immenso del lucidissimo Sole, senza il quale nè queste illuminazioni e splendori, nè quello di qualsisia de i pianeti erranti, resterebbe al mondo. E prima, essendo perpetuamente uno emisferio della Luna esposto alla vista del Sole, viene in ogni

---

[1] Mss. Gal., Tomo cit., car. 135*t.*-136*r.*; premessavi, sempre di mano del VIVIANI, l' indicazione: « Per inserirsi in luogo opportuno ». — Tra questo frammento e quello che pubblichiamo qui immediatamente di seguito (e che anche nel codice tien dietro a questo) si legge nel manoscritto, sotto le cancellature, quanto appresso: « Ho trapassato, come argomento che in buona forma possa concludere, il candore derivare dallo etere ambiente; ma considerando meglio, parmi che si potrà trovare difettoso ».

sua parte egualmente da quello illustrato: l'istesso accade dello emisferio terrestre, dico di essere interamente illuminato tutto. Oltre a questa massima illuminazione ce n'è una parziale e secondaria, prodotta nella Terra e pur da i raggi solari reflessi dalla sfera vaporosa, la quale essa Terra circonda; e secondo che il Sole si abbassa sotto l'orizonte, quella parte di essi vapori illustrati che sopra l'orizonte rimane, reflette i raggi solari sopra la propinqua parte della superficie terrestre: ma questa illuminazione non molto adentro si distende, per essere l'altezza de i vapori non molta, e la superficie della Terra non piana, ma sfericamente tuberosa. A questo risponde una simile illuminazione fatta da quella parte dell'etere ambiente la Luna che, per essere alquanto più denso del resto che per gli immensi spazii del cielo si diffonde, è potente a reflettere i raggi solari intorno a quella parte dello emisferio tenebroso della Luna, la quale con l'altro suo emisferio illuminato da i raggi primarii del Sole è contermina: ma tale illuminazione è assai debile, per essere la parte dell'etere ambiente assai meno atta a fare la reflessione gagliarda sopra la Luna, che non è la parte molto più densa de i vapori sopra la Terra; e questa parimente non candisce tutto l'emisferio tenebroso, ma solo una parte che confina con l'emisferio illustrato dal Sole: e di questo ne aviamo la sensata esperienza nelle eclissi, mentre che, dopo essersi immersa la Luna nel cono dell'ombra terrestre, e persa la primaria illuminazione de' raggi solari, si vede immediatamente per qualche tempo biancheggiare alquanto quella parte della gengiva della Luna che fu l'ultima a entrar nell'ombra; ma tal bianchezza tosto si perde, nel profondarsi la Luna verso il mezzo del cono tenebroso.

Ci è la terza e pure ampla illuminazione, prodotta in Terra pur da i medesimi raggi solari reflessi nella Luna ed inviati allo intero emisferio terrestre, il quale, non tocco da i raggi solari, è esposto alla vista della splendida Luna. A questa ultima totale illuminazione risponde il candore della Luna, il quale si vede egualmente diffuso nello emisferio della Luna non tocco da i raggi solari; e tal candore amplo e massimo si scorge presso alla congiunzione di essa Luna col Sole, nel qual tempo viene opposto alla Luna il grande emisferio terrestre illuminato da i raggi solari. Ora, Eccellentissimo mio Signor, qual ragione può indurla a volere di questo gran candore

riporne la causa nel medesimo etere ambiente, il quale aviamo veduto che pochissima parte della Luna tigne di un debile colore, più tosto plumbeo che argenteo, dove che quando l'etere ambiente fusse potente a produrre l'amplo e assai vivo candore, molto più vivo ci si rappresenterebbe egli nel campo oscuro della notte che nello assai ben lucido del crepuscolo e della aurora? Io non mi posso persuadere che, facendo V. S. col suo perspicacissimo ingegno reflessione sopra questa così bella analogia, non sia per prestargli l'assenso, e massime che io ho grande oppinione che tra i fenomeni che indussero grandissimi filosofi ed Aristotile istesso, sommo tra tutti, a concedere gran simpatia e corrispondenza tra la Luna e la Terra, non solo la similitudine di figura e della faccia maculosa, quale in essa Luna veggiamo, e nella Terra si scorgerebbe, cagionata da i mari e da i continenti, quando da luogo tenebroso e molto lontano potessimo vedere la faccia terrestre illuminata, gli avesse indotti, ma molto più la corrispondenza di questa triplice illuminazione; che non è credibile che da Aristotile, tanto sagace contemplatore delli effetti di natura, questo sì bello e nobile restasse inosservato. E se io avessi quella pratica in tutti i libri fisiologici di Aristotile, e che la memoria mi servisse, come di altri sagaci contemplatori accade, non diffiderei di poter, con andar sottilmente rintracciando e conferendo questa particola con quella e quella con quell'altra, accozzar tanti luoghi insieme, che io vi ritrovassi scritta questa verità; chè bene è ragionevole che là tutte le verità si ritrovino, donde le proposizioni che scaturiscono son tutte vere [1].

Non voglio tacere in questo luogo a V. A. Serenissima certa mia particolare osservazione fatta nel candore della Luna, dalla quale risulta una nuova molto probabil coniettura a favore del reflesso terrestre per produrre il candore, la quale non ha luogo nell'etere ambiente per il medesimo effetto: e l'osservazione è tale. Avendo io, dua o tre giorni avanti il novilunio, posto diligente cura quale si

[1] Mss. Gal., Tomo cit., car. 136*r*.-137*r*.; premessavi, sempre di mano del Viviani, l'indicazione: « Da mettersi al segno ♀, overo nel fine dell'opera ».

rappresenti la chiarezza del candor lunare mentre ella, surgendo dall'oriente, fa di sè mostra nell'aurora, e di poi altro e tanto tempo dopo il novilunio attentamente rimirandola in occidente nel crepuscolo vespertino, parmi aver ritrovato non piccola diminuzion nel suo medesimo candore, il quale men vivo si dimostra; ed avendo pregato alcuni amici che facciano la medesima osservazione, trovo che concordemente affermano, agli occhi loro dimostrarsi quella medesima differenza che a' miei più volte dimostrata si era. Ora, se in questo effetto si trova una tal mutazione, bene è necessario che nella causa, di tale effetto produttrice, mutazione si trovi, quanto al potere or più vivamente or meno illuminare; e se la causa, come io ho stimato, è il reflesso dei raggi solari nella terrestre superficie, converrà che ella or più or meno risplendente si mostri all' emisferio lunare: ed essendo che, posta la Luna in oriente, a lei si espone delli due emisferii terrestri, separati dal nostro meridiano, lo orientale, ed all' incontro vede ella, posta in occidente, l' emisferio occidentale, bisognerebbe, per mantenimento della mia oppinione, che il terrestre emisferio orientale più splendidamente reflettesse i raggi solari che l'altro emisferio occidentale. Questa necessità mi indusse a pensare se differenza alcuna potesse cadere tra i detti due emisferii, per la quale con qualche disegualità procedesse il loro reflesso. E veramente assai probabilmente mi pare che ella por vi si possa, regolandoci con quella apparenza che nella Luna si scorge, cioè che la sua superficie non è per tutto egualmente lucida, ma sono in quella sparse molte macchie, meno del restante lucide.

La superficie del nostro globo terrestre è composta di due parti massime, dico de i mari e de i continenti: queste, percosse da i raggi del Sole, non egualmente si illustrano, ma notabilmente più si illuminano le parti terrene che quelle dell' acqua; per lo che più potenti saranno i raggi reflessi dalla terra che i reflessi dal mare. Ora, se noi considereremo qual proporzione abbiano in grandezza le parti marittime con le terrestri nell' emisferio orientale; e parimente andremo esaminando quello che accaggia tra i mari e continenti dell' emisferio occidentale; troveremo senza dubbio, dell'emisferio orientale vastissime essere le campagne terrestri, e minori assai quelle de i mari, e nell'altro emisferio troveremo accader tutto l'opposito. Tutta l'Asia, parte vastissima sopra le altre, è a noi orientale, con gran

parte dell' Europa e dell'Affrica ancora. In Occidente aviamo sola la America, con parte dell'Affrica; e qui sono i mari vastissimi Atlantico e Pacifico, sommamente più ampli di quelli che restano verso l'Oriente. Quando dunque sia vero che il reflesso della terra superi quello del mare, molto probabile conierttura averemo per rendere ragione del candore più lucido in oriente che in occidente; della quale differenza non si può referir la causa nell' etere ambiente la Luna, trovandosi egli in amendue questi casi egualmente lontano dal Sole [1].

Ma, oltre a tutti gli altri argumenti per i quali doviamo ragionevolmente restar persuasi, del candor della Luna esserne causa il reflesso de' raggi solari nella Terra, una, per l'ultima, mi par di poter soggiugnere di grande efficacia. Io son molto ben sicuro, che domandando al Sig. Liceti o a qual altro si sia filosofo razionale, che cosa sia nella Luna che a noi la renda visibile, sentirò rispondermi, essere lo splendore contribuitoli da' raggi solari, senza il quale, essendo ella per sè stessa tenebrosa, invisibile resterebbe. E domandando di nuovo, che cosa sia nella Luna che frequentemente nella profonda notte ci rende visibile la Terra, per sè stessa oscurissima ed impotente a muover la vista senza essere illuminata, parimente sentirò rispondermi, essere lo splendore della medesima Luna, che, illuminando la superficie della Terra, la fa a noi visibile. Dal medesimo fonte dunque e dalla medesima causa depende il farsi la Luna a gli occhi nostri visibile e l'illuminarsi la Terra nell' oscurità della notte . . . [2].

---

[1] Mss. Gal., Tomo cit., car. 141*r.* e *t.;* premessavi, pur di mano del VIVIANI, la nota: « Per metterla in luogo opportuno ».

[2] Mss. Gal., Tomo cit., car. 142^{a}*r.*

SCRITTURE E FRAMMENTI
DI DATA INCERTA.

AVVERTIMENTO.

Nell' ultima parte del presente volume, ultimo di quelli destinati alle Opere scientifiche del Nostro, abbiamo raccolto alcune scritture delle quali non possiamo determinare la data di composizione, e tutti quei frammenti di vario argomento scientifico che abbiamo potuto da ogni parte adunare.

Scrive Vincenzio Viviani, ragguagliando delle ultime opere di Galileo: « Nelle mani *del dottor Vincenzio, suo figliuolo,*... veddi, oltre alle bozze originali dell' opere già stampate, quelle ancora di varie lettere e discorsi, scritti dal Galileo in diversi tempi, in occasioni di ragguagliare o di rispondere o di dir pareri sopra quesiti fattigli o simili; che di tutte si contentò ch' io ne avessi copia, dettandomene molte da sè stesso, quando, e bene spesso, mi ritrovavo da lui, se bene ò veduto poi che della maggior parte di queste vanno attorno altre copie, pur manoscritte » [1]. Sono appunto pareri a proposito di macchine novamente proposte, o di questioni e difficoltà promosse, le cinque scritture che pubblichiamo qui per prime.

Le prime due sono *Intorno agli effetti degl' istrumenti meccanici,* e applicano a casi particolari un concetto fondamentale che ritorna più volte nelle opere del Nostro: che la natura non può esser superata e defraudata dall' arte, cioè che non è possibile, per artifizio di nessuna macchina, che forza nessuna superi o muova resistenza maggiore di lei, così che o con minor fatica, o con minor dispendio di tempo, si effettuino quelle operazioni che senza la macchina non si effettuerebbero se non con più fatica o in maggior tempo; ma bisogna che la maggiore velocità della forza minore ragguagli il maggior momento della resistenza più tarda. Questo concetto è applicato nel primo parere *A proposito di*

[1] *Quinto libro degli Elementi d'Euclide, ovvero Scienza universale delle proporzioni spiegata colla dottrina del Galileo* ecc. *da* VINCENZIO VIVIANI ecc. In Firenze, alla Condotta, M.DC.LXXIV, pag. 102.

una macchina con gravissimo pendolo adattato ad una leva, immaginata e fabbricata, per uso di superare con piccola forza grandissime resistenze, da un ingegnere (siciliano, si dice), di cui ignoriamo il nome, e della quale l'inventore aveva fatto vedere il modello al Gran Duca di Toscana (Ferdinando II, come credesi), presenti altri Principi e Signori, e con essi Galileo. La macchina, che poteva essere adoperata per varie operazioni, era per allora applicata dall'ingegnere ad una tromba per alzar acqua, e più particolarmente ad una macine da grano: e Galileo, scorgendo la fallacia dell'invenzione, risolse di comunicare all'artefice il suo pensiero, mostrando come l'ordigno proposto apportava piuttosto danno che vantaggio.

Relative a questo parere possediamo tre stesure diverse, le quali non ci furono conservate, per quanto è a nostra cognizione, da verun codice; così che noi dovemmo riprodurle di sull'edizione fiorentina del 1718 delle *Opere* del Nostro, che per prima le pubblicò [1], cavandole forse, come fu di altre fra le scritture per cui quella stampa s'avvantaggia sull'edizione bolognese del 1655-1656, da un manoscritto proveniente dal Viviani e che poi andò miseramente smarrito. Nella prima delle tre stesure, che pubblichiamo secondo l'ordine in cui si susseguono nella stampa fiorentina, Galileo si rivolge, in forma di discorso, all'inventore stesso della macchina; la seconda, e più breve, potrebbe forse considerarsi come anteriore all'altra, chè in essa il Nostro espone per conto proprio le sue considerazioni circa l'invenzione della « parte » e dell'« avversario »; la terza è in dialogo, interlocutori il Salviati e il Sagredo, ed evidentemente fu preparata per quella continuazione dei *Dialoghi delle Nuove Scienze,* che era nella mente dell'Autore [2]. La forma in cui questi scritti ci pervennero, lascia alquanto a desiderare in più luoghi, sia perchè il Nostro non li conducesse alla perfezione, sia per colpa della stampa, che siamo costretti a seguire. Noi abbiamo corretto alcune lezioni della stampa fiorentina, che ci parve dovessero, e potessero con sicurezza, sanarsi, e le abbiamo notate appiè di pagina con l'indicazione *s:* abbiamo

---

(1) *Opere di* Galileo Galilei ecc. In Firenze, MDCCXVIII. Nella Stamp. di S. A. R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi. Tomo III, pag. 33-46.

(2) Nell'edizione fiorentina queste tre scritture sono intitolate: *Frammenti di un parere di Galileo Galilei sopra una macchina col pendolo per alzar acqua:* e in capo alla prima stesura si legge: *Frammento I di un parere di Galileo Galilei sopra una macchina col pendolo per alzar acqua, proposta da un ingegnere siciliano al Serenissimo Gran Duca Ferdinando II;* in capo alla seconda: *Frammento II di un parere di Galileo Galilei sopra una macchina mulino col pendolo, proposta da un Siciliano al Serenissimo Gran Duca Ferdinando II;* in capo alla terza: *Frammento III dell'istesso parere di Galileo Galilei, cominciato a distendere in dialogo.* — In un elenco di « opere inedite del Galileo », scritto di mano del Viviani e che si trova in una busta della Biblioteca Nazionale di Firenze intitolata « Nelli Gio. Batta Clemente. Filza 1. Appunti coi quali furono da lui create le prime bozze della Vita di Galileo Galilei », troviamo anche « Un discorso contro una proposta macchina col pendolo; Altro discorso contro ad un molino di nuova invenzione »; coi quali titoli possiamo credere, siano indicate la prima e la seconda stesura del parere di cui ci occupiamo. Cfr. Antonio Favaro, *Intorno ad alcuni documenti galileiani recentemente scoperti nella Biblioteca Nazionale di Firenze,* nel *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche,* Tomo XIX, 1886, pag. 18.

rispettato invece altri passi ne' quali la correzione non era strettamente necessaria, benchè sarebbe stata molto desiderabile [1].

La seconda scrittura, pure intorno agli effetti degl' istrumenti meccanici, è *A proposito di una macchina per pestare,* in virtù della quale un artefice, avendo veduto quattro pistoni esser fatti lavorare dalla forza d' un uomo, si persuadeva di moltiplicar tanto la forza del motore, che facesse andar sedici pistoni e si ottenesse lavoro, dentro il medesimo tempo, per quattro dell' altre macchine. Galileo nel suo breve discorso scopre l' errore dell' artefice; ed a ciò fare egli, come scrive, è « comandato da chi sopra di me tiene assoluto imperio », ossia, possiamo congetturare, dal Gran Duca, al quale forse quell' artefice aveva proposto la sua macchina, ch' egli applicava a pestare carbone o salnitro per la fabbricazione della polvere da fuoco.

La scrittura galileiana ci è stata conservata da una copia di mano del secolo XVIII, o fors' anco del presente, che è a car. 7*r.*-10*t.* del T. II della Par. VI dei Manoscritti Galileiani posseduti dalla Biblioteca Nazionale di Firenze. In capo a questa copia, nella quale la scrittura non porta titolo alcuno, il copista ha trascritto la seguente nota: « Dal Sig. Cosimo Galilei, di sua propria mano; copiato, disse, da un foglio di bozza originale del Galileo ». E poichè Vincenzio Viviani scrive ch' egli ebbe « di mano del ... Sig. Cosimo copia d' un frammento di parere o risposta del Galileo a quesito meccanico » [2], si può ragionevolmente pensare che il manoscritto da noi posseduto sia copia di quello che il nipote di Galileo dette, esemplato di suo pugno dall' originale dell' avo, al Viviani, il quale in principio vi scrisse, com' egli soleva fare, quell' annotazione, trascritta poi fedelmente dal copista moderno. Da tale copia abbiamo riprodotto il parere di Galileo, correggendo però gli strafalcioni grossolani del moderno menante, dei quali non abbiamo stimato mettesse conto di tener nota neppure appiè di pagina [3].

Porge argomento alla terza scrittura, che ci parve di poter intitolare *Di alcuni effetti del contatto e della confricazione,* la questione, proposta non sappiamo da chi, di una sfera che posa sulla base superiore orizzontale d' un cilindro retto, toccandola nel centro: in tal caso, alla conversion del cilindro intorno al suo asse verticale la sfera dovrebbe rimanere immobile, perchè tocca il cilindro in un punto

---

[1] Fra gli emendamenti che abbiamo introdotto notiamo, a pag. 574, lin. 26, *pura* corretto in *prima,* e a pag. 575, lin. 4, *sicchè* corretto in *sin che:* in questi due luoghi l' errore della stampa fiorentina è derivato probabilmente da falsa lettura del manoscritto (*p*ª letto per *pura, sī che* letto per *sicchè*). Invece abbiamo rispettato a pag. 571, lin. 12, *servirsi;* il fortissimo anacoluto a pag. 581, lin. 8-11; a pag. 584, lin. 14, *accompagnare,* ecc.

[2] *Quinto libro degli Elementi d'Euclide* ecc., pag. 104.

[3] Basti citarne, per esempio, qualcuno: a pag. 585, lin. 19, *si persuaso* e *tanto a forza;* a pag. 586, lin. 9, *un pesto ne solo,* ecc. Abbiamo corretto, dopo siffatti esempi, anche *pestono* a pag. 586, lin. 5, e *sarebbano* a pag. 587, lin. 1.

che non si muove. Galileo concede la verità di tal conclusione, presa in astratto; ma dimostra come, pigliandola in concreto, ossia trattando di palle materiali, e più ancora di prismi e cubi (che era il secondo caso considerato da chi proponeva la questione), incumbenti al cilindro, si lascerebbero trasportare al moto di questo, e ciò in conseguenza del contatto e della confricazione tra le superficie della palla o del cubo e la base del cilindro.

Di questo breve scritto abbiamo la bozza autografa, che è in un mezzo foglio a car. 3*r.-t.* del T. II della Par. VI dei Manoscritti Galileiani, e sopra essa lo pubblichiamo; laddove il Venturi, che per primo lo dette in luce [1], ma non intero (e fu poi seguito dagli altri editori), lo riprodusse da una copia, che ora nei Manoscritti Galileiani è a car. 56*r.*-58*r.* del T. VII, 1 della Par. III, e che egli credette di mano di Vincenzio Galilei, ma invece è di mano del secolo XVIII, e noi giudichiamo sia copia di una copia tratta da Vincenzio Viviani, per mezzo di Vincenzio Galilei, dall'autografo fino a noi pervenuto [2]. Abbiamo bensì cavato partito anche noi di questa copia, perchè l'originale non lascia ormai più leggere, per guasti della carta, alcune parole, o parti di parola, le quali perciò abbiamo dalla copia supplito, racchiudendole tra parentesi quadre. Appiè di pagina abbiamo notato alcune grafie dell'autografo, che abbiamo corretto nel testo, e qualche parola che, sempre nell'autografo, si legge sotto le cancellature.

La quarta scrittura risguarda il quesito, perchè nel giuoco de' dadi alcuni punti sieno più vantaggiosi di altri, ossia possano quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi che questi; e Galileo la dettò, com'egli scrive, « per servire a chi mi ha comandato che io deva produr ciò che sopra tal difficoltà mi sovviene ». Possiamo forse supporre che ad essa abbia porto occasione una disputa sorta in qualche conversazione, tra quegli eruditi fiorentini che si dilettavano di curiosità, e che per la decisione delle loro questioni volentieri ricorrevano all'ingegno acuto di Galileo; com'era stato il caso del famoso quesito in proposito della stima d'un cavallo, disputato tra Galileo e Tolomeo Nozzolini [3].

---

[1] *Memorie e lettere inedite finora o disperse di Galileo Galilei, ordinate ed illustrate con annotazioni del cav.* Giambatista Venturi. Par. II, Modena, per G. Vincenzi e Comp., M.DCCC.XXI, pag. 351 e seg.

[2] In capo alla copia si legge questa nota, di mano dello stesso copista: « Del Sig. Vincenzio Galilei. Copiata da me da una bozza originale in mezzo foglio rect.e ». Crediamo (per il confronto con note simili, premesse, di mano del Viviani, ad altre copie di suo pugno che sono nel medesimo Tomo dei Manoscritti Galileiani, p. e. a car. 69*r.*: e cfr. pure la nota riferita a pag. 561) che il copista del secolo XVIII abbia trascritto tale nota, insieme col testo susseguente, dall'originale che esemplava; che chi parla in questa nota sia Vincenzio Viviani; e che la prima parola, con cui la nota comincia, sia stata letta male dal copista, il quale abbia trascritto *Del* in luogo di *Dal* che fosse nell'originale di mano del Viviani, e intendiamo che il Viviani ebbe l'autografo di cui si valse « dal Sig. Vincenzio Galilei ». Cfr. ciò che scrive il Viviani nel luogo del *Quinto libro* ecc. citato a pag. 559.

[3] Vedi *Le Opere* di Galileo Galilei. Edizione Nazionale, vol. VI, Firenze, tip. di G. Barbèra, 1896 pag. 566 e seg.

Anche di questa scrittura, per la quale il Nostro fu annoverato tra i precursori della teoria delle probabilità, possediamo la bozza autografa, che è nei Manoscritti Galileiani, a car. 24*r*.-25*t*. del T. III della Par. VI. Nell'autografo essa non porta alcun titolo: ma abbiamo tolto quello *Sopra le scoperte de i dadi*, che vi apponiamo, da un breve elenco di scritture di Galileo, che si legge, autografo del Viviani, nel T. IV (car. 32*t*.) della Par. V degli stessi Manoscritti Galileiani. Riproduciamo fedelmente la scrittura di sull'autografo, rendendo conto appiè di pagina delle più notevoli fra le correzioni che, sotto le cancellature di quella bozza, si discernono.

La quinta scrittura, *Intorno la cagione del rappresentarsi al senso fredda o calda la medesima acqua a chi vi entra asciutto o bagnato*, è conosciuta comunemente come una Lettera a Piero Bardi de' Conti di Vernio [1]; ma veramente è un discorso, indirizzato a questo gentiluomo, appartenente a famiglia legata a Galileo da antica amicizia [2], il quale con altri nobili personaggi aveva visitato il Nostro nel suo « piccolo tugurio » d'Arcetri e quivi aveva messo in campo quel problema, pregando Galileo che gliene distendesse in carta la risoluzione. Col più appropriato titolo di *Discorso* essa si legge anche nei codici che ce l'hanno conservata, e che testimoniano d'una certa diffusione di cui godette. Ne conosciamo infatti quattro copie manoscritte, delle quali abbiamo profittato, desiderandosi l'autografo: e sono le seguenti, tutte del secolo XVII:

G = Manoscritti Galileiani, Par. VI, T. III, car. 26*r*.-27*r*.;

A = Biblioteca dell'Arsenale in Parigi, cod. 4128 (Papiers de Conrart, vol. 23), pag. 317-320;

B = Biblioteca predetta, cod. 2891, car. 357-359;

M = Biblioteca Marciana, cl. IV It., cod. LX, car. 13*t*.-16*r*.

Abbiamo riprodotto la scrittura dal cod. *G*, che ci parve molto attendibile, correggendone soltanto qualche grafia e migliorandolo in pochi luoghi col sussidio degli altri codici [3], dei quali registrammo appiè di pagina le più notevoli varietà (ma non gli errori manifesti, nè le omissioni di alcuni tratti) insieme con le grafie e le lezioni di *G* da noi emendate.

Il Discorso indirizzato a Piero Bardi ha per argomento una questione, la quale è trattata altresì in uno di quelli che, tra le scritture galileiane, sono più propria-

[1] Anche il VIVIANI chiama la presente scrittura « quella breve lettera indirizzata dal Galileo al Sig. Conte Piero de' Bardi »: vedi *Quinto libro* ecc., pag. 100.

[2] Già VINCENZIO GALILEI sen. dedicava a GIOVANNI BARDI de' Conti di Vernio il suo *Dialogo della musica antica et della moderna*. Quest'istesso GIOVANNI BARDI faceva fede, sotto il dì 12 dicembre 1587, che certe dimostrazioni matematiche erano state ritrovate da GALILEO: cfr. nel primo volume della presente edizione, pag. 183.

[3] I cod. *A* e *B* derivano, a quanto pare, da una stessa fonte; ma *B* è meno accurato di *A*, ed è trascritto da copista che forse non conosceva l'italiano.

mente conosciuti sotto il titolo di *Problemi*. Sono questi in numero di dodici, e noi abbiamo dato loro posto tra gli scritti di Galileo (collocandoli appunto dopo il Discorso al Bardi), perchè, sebbene siano stati distesi dal figliuolo del Nostro, Vincenzio, pure quanto alla sostanza appartengono a Galileo, e stanno a rappresentare, in qualche modo, una delle opere alle quali egli rivolse più diuturnamente il pensiero.

In quel maraviglioso disegno dei lavori iniziati, e che si proponeva di condurre a termine, che Galileo tracciò nella famosa lettera a Belisario Vinta del 7 maggio 1610 [1], troviamo pure indicato un libro « de i problemi », per il quale possiamo credere che fin d' allora egli andasse raccogliendo i materiali: e per quanto più tardi l'attenzione sua si volgesse ad argomenti svariati, e fosse distratta da tanti e sì gravi avvenimenti, pure egli non dovette mai abbandonare il proposito di stendere quel libro, se ventisette anni dopo, il 24 maggio 1637, scriveva ad Elia Diodati: « Tra tanto ... andrò riducendo al netto altre mie composizioni non ancor vedute, che saranno un libro *de centro gravitatis solidorum*, ovvero una mano di problemi parte fisici e parte matematici, ovvero un libro di postille fatte a libri de' miei oppositori » [2]. Purtroppo però le dolorose condizioni nelle quali Galileo versava, dovettero impedirgli di mandare ad effetto questo proposito, almeno per la parte che concerneva i Problemi, poichè il 7 novembre dello stesso anno, ancora al Diodati, scriveva: « Porgami, per sua pietà, la sua mano adiutrice, acciocchè, sgravato da cure che mi tengono oppresso, io possa tornare a distendere i miei problemi spezzati fisici matematici, che sono in buon numero e tutti nuovi » [3]. E che il Nostro non deponesse punto il pensiero di quest' opera, lo conferma anche l' altra sua del 23 gennaio 1638, in cui allo stesso Diodati, che il 22 dicembre dell' anno precedente gli aveva chiesto « la nota particolare dell' opere sue sin qui non stampate » [4], rispondeva: « Quanto poi all' altre mie fatiche, sappia V. S. che io ò buon numero di problemi e questioni spezzate, tutte, al mio consueto, nuove e con nuove dimostrazioni confermate » [5]. Ma quando egli faceva scrivere queste parole, purtroppo era ormai « inreparabilmente del tutto cieco » [6]; inoltre, la cura di altre opere, che pure aveva in mente, e la traduzione in latino di alcune delle stampate occupavano la maggior parte del suo tempo, ed è probabile che la morte lo cogliesse prima che gli fosse dato distendere sugli appunti in vari tempi raccolti, ossia ridurre al netto, tale scrittura: tra le bozze infatti de' suoi scritti, ereditate dal figliuolo Vincenzio e delle quali dà ragguaglio il Viviani, non ne è menzionata alcuna di veruna opera dettata da Galileo intorno ai Problemi [7]. Il Viviani ricorda bensì

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. V, car. 34.
(2) *Quinto libro* ecc. cit., pag. 81.
(3) *Quinto libro* ecc., pag. 83.
(4) *Quinto libro* ecc., pag. 84.
(5) *Quinto libro* ecc., pag. 85.
(6) Lettera di GALILEO ad ELIA DIODATI del 2 gennaio 1638 (*Quinto libro* ecc., pag. 84).
(7) *Quinto libro* ecc., pag. 101-105.

« numero 12 Problemi o questioni spezzate del medesimo Galileo ... Questi Problemi erano di mano del Sig. Vincenzio, che dissemi avergli distesi lui medesimo su le soluzioni spiegategli dal proprio padre, già cieco, in alcuni giorni ne' quali, avanti al mio stanziare in Arcetri, egli andava colà a visitarlo » : e aggiunge che di questi Problemi, distesi da Vincenzio Galilei, egli prese copia, dettandoglieli (come avvenne per il principio della cosidetta *Giornata Sesta* delle *Nuove Scienze* e per le *Operazioni Astronomiche* [1]) lo stesso Vincenzio [2]. Le visite di Vincenzio Galilei al padre, dalle quali ebbe origine questo disteso de' Problemi, dovettero essere nell' anno 1638, poichè soltanto « verso il principio del 1639 » Galileo volle appresso di sè come ospite il Viviani, che prima, da circa quattro mesi, si trasferiva spesso in Arcetri, ma ancora non vi stanziava [3] : e perciò caddero appunto in quel tempo in cui Galileo aveva sempre viva l'intenzione di attendere a' Problemi, come attesta la citata lettera al Diodati del 23 gennaio 1638, ma era tutto occupato nelle traduzioni in latino del *Saggiatore*, delle *Lettere sulle Macchie Solari* e del *Discorso* sulle Galleggianti, per far le quali traduzioni egli tenne appresso di sè per più d' un anno e mezzo, sino allo scorcio del 1638, il sacerdote Marco Ambrogetti [4]. La stesura de' Problemi dovuta al figliuolo del Nostro è pervenuta infino a noi, appunto per la mano del Viviani: possiamo infatti riconoscere con tutta sicurezza tale stesura in quella copia di dodici problemi, autografa del Viviani, che ora è nei Manoscritti Galileiani, a car. 28*r*.-35*t*. del T. III della Par. VI, essendo che in capo ad essa copia il Viviani ha notato, in matita, quanto appresso : « Di mano del Sig. Vincenzio, distesi da lui in più fogli cuciti, in numero 11 che 3 scritti e 8 bianchi ; e nella coperta intitolati *Problemi*, di mano del Galileo, e *Problemi distesi dal Sig. Vincenzio,* di mano dell' Ambrogetti ». Con questo appunto il Viviani pone fuori di dubbio che quella sua copia dei dodici Problemi è tratta da un originale non solo scritto, ma anche disteso, da Vincenzio Galilei; e lo conferma citando il titolo scritto sopra la coperta dell' originale dall' Ambrogetti, che dei colloqui in Arcetri del figliuolo col padre poteva essere stato testimonio; mentre possiamo credere che con quel semplice *Problemi,* con cui li intitola Galileo (già cieco, ma che può tuttavia vergare, con mano tremante, qualche parola [5]), questi intendesse, null' altro aggiungendo, di attribuirne, con tutta ragione, la paternità a sè, come colui che aveva spiegato le soluzioni al figlio, il quale poi le aveva messe in carta.

Questi *Problemi* adunque, alcuni dei quali erano prima d' oggi inediti, tengono il posto, come abbiamo detto, dell' opera di lunga mano meditata da Galileo ; ma pur troppo quanto imperfettamente la rappresentano ! Possiamo invero

---

(1) Cfr. pag. 27 e pag. 452 di questo volume.

(2) *Quinto libro* ecc., pag. 102.

(3) *Quinto libro* ecc., pag. 99.

(4) *Quinto libro* ecc., pag. 83 e 87.

(5) La lettera citata del 23 gennaio 1638 al Diodati è stata, p. e., dettata all'Ambrogetti, ma sottoscritta di propria mano da Galileo: vedi *Quinto libro* ecc., pag. 85.

credere che il libro di Galileo ne avrebbe compreso molti più che questi dodici, sebbene « impossibil è indovinar quali e quanti » [1]; e Galileo, come pensa il Viviani, voleva forse avvivarli con la forma dialogica, comprendendoli nella prima delle Giornate che divisava aggiungere alle quattro delle *Nuove Scienze* [2]. Questi stessi dodici ci sono giunti incompiuti [3]; e lo stile di essi (per non parlare del contenuto di alcuni) quanto fa desiderare che Galileo avesse dato egli la veste al suo pensiero! Noi li abbiamo, ad ogni modo, fedelmente riprodotti dalla copia di mano del Viviani, nel corpo di carattere che a prima vista dimostra, non esser essi scrittura dettata dal Nostro: appiè di pagina abbiamo notato, quando ci parve mettesse conto, qualche raro errore e qualche grafia del codice, che abbiamo corretti.

Ai *Problemi* distesi da Vincenzio Galilei, e che formano nel loro complesso un' operetta, per quanto imperfetta, non abbiamo creduto opportuno di unire quelli, piuttosto che problemi risoluti, appunti per le risoluzioni, o anche semplicemente enunciazioni di quesiti, che abbiamo trovato disseminati qua e là nei manoscritti del Nostro, e che veramente sono da attribuire a lui; ma ci parve miglior consiglio pubblicare questi appunti tra i *Frammenti* di cui diremo tra poco. Riconosciamo in tali appunti (e alcuni risguardano gli argomenti stessi dei quali trattano i *Problemi* di Vincenzio Galilei) quei materiali che il grande ricercatore della Natura raccoglieva per l' opera divisata; e non ne mancano di quelli di cui è lecito determinare con qualche precisione la data, e che confermano quanto risulta dalla lettera a Belisario Vinta, cioè che fino dagli anni, possiamo dire, giovanili Galileo andava pensando al libro « de i problemi » [4]. In appendice a' *Problemi* abbiamo invece dato posto a un brevissimo ricordo d' una semplice maniera immaginata da Galileo « per cavar da un medesimo tino il vino dolce e maturo e far che vi resti l' agro ». Dobbiamo questo ricordo, che non è inedito [5], al Viviani, il quale lo scrisse in un suo zibaldone autografo [6], e a cui l' « invenzione del Galileo » era stata insegnata da un altro discepolo del Nostro, Andrea Arrighetti.

---

[1] *Quinto libro* ecc., pag. 102.

[2] *Quinto libro* ecc., loc. cit.

[3] In principio del Problema ottavo è promessa una dimostrazione, che poi non si trova (cfr. pag. 604, lin. 1); al Problema duodecimo doveva tenerne dietro per lo meno un altro (cfr. pag. 607, lin. 4): e come della mancanza della dimostrazione dopo l'ottavo non è da attribuire la colpa al manoscritto, da cui noi abbiamo quest' operetta (cfr. la nota 1 a pag. 604), così molto probabilmente nemmeno dell'esser essa mutila in fine. Abbiamo veduto che i fogli dell'originale di mano di VINCENZIO GALILEI erano « in numero 11, che 3 scritti e 8 bianchi ».

[4] Accenniamo agli appunti che pubblichiamo a pag. 633, lin. 11-18, e che si leggono, autografi del Nostro, in mezzo a note, pure autografe e d' argomento non scientifico, che risalgono agli anni della dimora di GALILEO in Padova: cfr. ANTONIO FAVARO, *Galileo Galilei e lo Studio di Padova*, Firenze, Successori Le Monnier, 1883, vol. II, pag. 189.

[5] Fu già stampato dal TARGIONI TOZZETTI, *Notizie degli aggrandimenti delle scienze fisiche* ecc., In Firenze, MDCCLXXX, Tomo III, pag. 110, che lo ricavò dallo zibaldone del VIVIANI di cui noi profittiamo.

[6] Mss. Gal., Tomo CXXXV dei *Discepoli*, car. 5r. Vedi pag. 607, nota 1.

Ai *Problemi* facciamo seguire i *Frammenti* di vario argomento, coi quali si compie l'edizione delle Opere scientifiche di Galileo.

Vengono prime due serie di pensieri e di appunti (per la maggior parte inediti), talora alquanto sviluppati, talora contenenti quasi soltanto delle enunciazioni di questioni o dei titoli, e succedentisi alla rinfusa, senza alcun ordine d'argomento, qua e là anche con ripetizioni, che così abbiamo trovato, copiate di mano del Viviani, nei Manoscritti Galileiani, a car. 60*r.* e *t.* e a car. 61*r.*-64*r.* del T. III della Par. VI. Il Viviani nota in capo alla prima d'averla trascritta « da un mezzo foglio, scritto di mano del Galileo », e in capo alla seconda avverte: « Di mano di Messer Marco Ambrogetti, in 4°, da 4 facciuole »: questa nota però, che ci permette di assegnare tale scrittura con ogni verisimiglianza al 1637 o al 1638, non si può estendere a tutta la scrittura stessa; chè di fronte ad alcune linee di essa il Viviani avverte: « Di mano del Galileo », e di fronte ad alcune altre: « Di mano d'un servidore »[1]. Quella prima serie d'appunti porta in testa l'intitolazione: « Nell'arte navigatoria »; ma nè tutto ciò che poi tien dietro, è relativo a questo argomento, nè mancano appunti attenenti all'arte navigatoria nella seconda serie. In questa troviamo, come sopra abbiamo accennato, le enunciazioni di parecchi dei problemi distesi da Vincenzio Galilei, e di molti altri ancora; troviamo appunti che risguardano gli argomenti di opere diverse del Nostro, a partire dalla scrittura sua giovanile sulla *Bilancetta* e venendo fino ai *Dialoghi delle Nuove Scienze* e alla Giornata aggiunta *Della forza della percossa* (e uno di questi appunti è anzi un frammento di dialogo, in persona del Sagredo); troviamo un elenco di *Principia Aristotelis,* e persino un motto « da porsi nel titolo del libro di tutte l'opere », cioè, crediamo, nel frontespizio della ristampa, da Galileo vagheggiata, delle sue opere, riunite in un volume. Non sarebbe stato difficile introdurre qualche ordine in tutta questa materia: ma noi non credemmo doverlo fare, poichè pensiamo che quel singolare disordine provenga, almeno in parte, non dal copista, ma da Galileo stesso, e rappresenti, quasi diremmo dipinga, il tumultuario avvicendarsi di tanti e sì diversi pensieri in quella mente, del continuo rivolta a investigare i mirabili e più svariati effetti della Natura.

Tra questi appunti ve n'hanno parecchi che risguardano i moti degli animali e gli errori di Aristotele nel libro *De incessu animalium* (pag. 610, lin. 11-27, e pag. 612, lin. 9-11): essi richiamano in modo speciale la nostra attenzione, perchè sappiamo che su tale argomento Galileo aveva in pensiero di stendere una particolare scrittura. Uno dei « diversi opuscoli di soggetti naturali » che egli scriveva da Pa-

[1] Vedi pag. 615, nota 1. Il « servidore » può essere Pier Ferri, della cui mano è uno squarcio tra i *Frammenti attenenti ai Discorsi e Dimostrazioni matematiche intorno a due Nuove Scienze,* che contiene alcuni dei concetti stessi accennati in questo appunto: cfr. pag. 441, lin. 1-15.

dova nella citata lettera a Belisario Vinta del 7 maggio 1610, di avere tra i suoi scritti, era quello « de animalium motibus »; e tanti anni dopo, cioè il 23 gennaio 1638, comunicava, nella lettera pur citata, ad Elia Diodati: « Sono ancora sul tirare avanti un mio concetto assai capriccioso, e questo è di portare pur sempre in dialogo una moltitudine di postille fatte intorno a' luoghi più importanti di tutti i libri di coloro che mi ànno scritto contro, ed anco di qualche altro autore, in particolare d' Aristotile, il quale nelle sue Questioni Meccaniche mi dà occasione di dichiarare diverse proposizioni belle; ma molto più ancora me ne dà nel trattato *De incessu animalium*, materia piena di cose ammirabili, come quelle che son fatte meccanicamente dalla natura: e qui mostra, essere assai manchevole, ed in gran parte falsa, la cognizione che dall' autore ce ne vien data. » Anche questa scrittura però, che, secondo il Viviani, avrebbe dovuto esser compresa nella quinta Giornata da aggiungere a quelle delle *Nuove Scienze* [1], rimase nella mente dell' Autore: nulla che ad essa si riferisse fu trovato fra le carte di lui dopo la sua morte, e gli appunti a cui accennavamo ce ne possono dare soltanto una qualche idea. Ma poichè nel T. II (car. 15*r*.-18*t*.) della Par. VI dei Manoscritti Galileiani ci è stato conservato il principio d' una scrittura di Pier Francesco Rinuccini, scolaro e familiarissimo di Galileo, che è « un saggio fatto ad instigazione del Galileo cieco [2], per introduzione all' esame sopra del trattato *De incessu animalium*, che esso Galileo voleva fare » (come in capo alla scrittura stessa si legge), così ci parve conveniente di pubblicare anche questo « saggio », quale appendice agli appunti trascritti dal Viviani, perchè è molto probabile che in esso siano svolti concetti comunicati al Rinuccini dal Nostro. Il manoscritto che ce ne è pervenuto è copia moderna, della stessa mano di cui abbiamo la scrittura di Galileo *A proposito di una macchina per pestare*; ed è stato esemplato dall' autografo del Rinuccini, che questi aveva dato al Viviani dopo la morte di Galileo [3]. Noi l' abbiamo fedelmente riprodotto, salvo l' aver corretto i materiali errori dell'amanuense, notandoli quasi sempre appiè di pagina.

Agli appunti trascritti dal Viviani, ed all'Appendice ad essi relativa, segue buon numero di altri frammenti, dei quali alcuni furono già messi insieme, di mano d' un copista del secolo XVII, in due fogli che ora sono nel T. II (car. $5^a r$.-6*t*. e 19*r*.-20*t*.) della Par. VI dei Manoscritti Galileiani, e molti più abbiamo noi adunati, racimolando nei codici di Galileo, dove si trovano sparsi in luoghi differentissimi. Di quest' ultimi, che in gran parte sono inediti, i più sono autografi di Galileo; altri si leggono di mano di Niccolò Arrighetti o di Mario Guiducci, altri

[1] *Quinto libro* ecc., pag. 102-103.

[2] La circostanza della cecità di GALILEO mostra che la scrittura del RINUCCINI è posteriore al 1637. Egli visitava di frequente il Maestro in Arcetri.

[3] Così interpretiamo la nota che, della stessa mano del copista, si legge in principio della copia e che noi pubblichiamo in capo alla scrittura; e crediamo che l'amanuense non abbia fatto che trascrivere essa nota dal foglio autografo del RINUCCINI che aveva dinanzi, sul quale sia stata scritta dal VIVIANI. Cfr. pag. 562, nota 2.

ancora di mano di Vincenzio Viviani ed uno di mano di Vincenzio Galilei; e i frammenti scritti dai discepoli o dal figliuolo del Nostro (come pure alcuni degli autografi) sono estratti da quei Tomi II e IV della Par. V dei Manoscritti Galileiani, dai quali abbiamo ricavato i *Frammenti* attenenti ai Dialoghi delle Nuove Scienze: altrove abbiamo addotto le ragioni perchè dovemmo separarli dai loro compagni, con cui sono materialmente uniti [1], ed altresì perchè li attribuiamo a Galileo, anche se non ne sia rimasto l'autografo [2]. Quanto a quelli messi insieme nel T. II della Par. VI, e che furono in gran parte, ma in maniera assai scorretta, già più volte pubblicati, noi non dubitando della loro autenticità, per la quale fanno buona testimonianza gli argomenti interni che possiamo desumere dai frammenti stessi, concorriamo nel giudizio che ne fecero gli editori padovani del 1744, da cui furono messi primieramente in luce [3]: e congetturiamo che quella raccolta antica, i cui due fogli furono a torto disseparati da chi li legò nel Tomo che ora li conserva, sia stata forse trascritta da appunti del Viviani (presso i cui eredi fu trovata nel 1744 [4]), appunti simili a quelli fino a noi giunti nel T. IV della Par. V. Tale congettura è confermata dal fatto che uno dei frammenti del T. II della Par. VI si ritrova tra quelli di mano del Viviani nel T. IV della Par. V; il qual frammento, altro non essendo che uno squarcio attenente alla cosidetta Giornata sesta *Della forza della percossa*, noi non lo pubblicheremo qua appresso, ma già ne abbiamo profittato al suo posto [5].

Tutti questi *Frammenti* si riferiscono a soggetti disparatissimi: a rami vari di scienza, e specialmente a quegli argomenti che tennero più a lungo occupata la mente e l'animo di Galileo; alle sue polemiche con gli avversari; alla diuturna battaglia di tutta la vita contro gli eccessi della dottrina peripatetica. Ognun capisce come sarebbe stato impossibile stabilire un ordine di rigorosa successione tra questi frammenti, e come, d'altra parte, si sarebbero potuti disporre in maniere diverse e secondo diversi criteri: a noi parve di accostare tra loro, formandone de' gruppi, quelli che avessero affinità di materia o in cui si potesse scorgere ch'erano stati ispirati dalla medesima idea, da uno stesso intendimento. Non abbiamo perciò esitato punto a separare tra loro quelli che formano la raccolta antica, per così chiamarla, del T. II della Par. VI; anzi abbiamo persino collocato in luoghi diversissimi dei tratti che in quella raccolta si susseguono senza capoverso, perchè non apparisce che alcun criterio direttivo abbia guidato quel trascrittore. Per ciascun frammento indichiamo, in nota, in qual luogo ne' codici, e di qual mano, si legge: ci siamo astenuti, secondo il nostro istituto, da illustra-

---

[1] Di uno dei *Frammenti* che pubblichiamo in quest'ultima parte del volume, e che si trova nello stesso manoscritto che contiene i più di quelli attenenti alle Nuove Scienze, NICCOLÒ ARRIGHETTI avverte espressamente: « haec prima propositio non est motus materia ». Vedi pag. 619, nota 3.

[2] Vedi pag. 34 e 36 di questo volume.

[3] *Opere di* GALILEO GALILEI ecc. In Padova, MDCCXLIV. Tomo III, pag. 442-447.

[4] Cfr. la prefazione *A chi legge* nel Tomo I dell'edizione padovana.

[5] Vedi pag. 343, nelle varianti.

zioni attenenti all'argomento, e che talora si sarebbero potute soggiungere in abbondanza: bensì alcuni frammenti saranno ampiamente illustrati nel Carteggio. Di volta in volta abbiamo riprodotto fedelmente il manoscritto, correggendone sempre i materiali errori, che appiè di pagina abbiamo notato per regola, quando il manoscritto era autografo di Galileo, ma soltanto in rari casi quando avevamo dinanzi delle copie. Dagli autografi raccogliemmo anche le parole o i tratti cancellati.

Tra i *Frammenti* si leggono quattro postille (pag. 625, lin. 1-4; pag. 627, lin. 17-19; pag. 637, lin. 3-9), che Galileo scrisse di suo pugno su esemplari di opere proprie od altrui. Non ignoriamo a questo proposito che nelle biblioteche si conservano parecchi altri libri, i quali si giudicano postillati dal Nostro; ma, per quanto ci fu dato esaminare gli esemplari di cui si fa tale stima, possiamo altresì soggiungere, che, tranne i quattro casi or ora accennati e le numerosissime postille ad opere degli avversari di Galileo che abbiamo pubblicato nei volumi precedenti, quel giudizio è affatto senza fondamento. E poichè era conveniente che le postille polemiche alle scritture degli avversari fossero pubblicate a' luoghi che loro appartenevano secondo la ragione cronologica, così, non rimanendo per quest'ultima parte del presente volume che quelle quattro, ci parve meglio, piuttosto che riunirle insieme, distribuirle tra i *Frammenti*, ai posti che a ciascuna di esse singolarmente spettavano.

INTORNO AGLI EFFETTI DEGL' ISTRUMENTI MECCANICI.

A PROPOSITO DI UNA MACCHINA CON GRAVISSIMO PENDOLO ADATTATO AD UNA LEVA [1].

Io non posso negare ch' io non restassi ammirato e confuso quando, alla presenza del Serenissimo Gran Duca e degli altri Principi e Signori, mi faceste vedere il modello della macchina da voi, in vero con sottilissima invenzione, immaginata e fabbricata per uso di superare con piccola forza grandissime resistenze, e la quale allora era applicata a tirar su colla tromba con pochissima fatica quella medesima quantità di acqua, che senza l' aiuto della vostra invenzione molto maggior fatica ne richiedeva; e quello dal che nacque la somma ammirazione, fu il vedere servirsi voi di un mezzo, che mi pare che a giudizio di ogni uno dovesse non agevolar l' opera, ma grandemente difficoltarla. Attesochè quella forza che non è potente ad alzar cento libbre di peso, chi crederebbe che, aggiugnendovene, oltre alle cento, mille appresso, le alzasse tutte? e quello che accresce lo stupore, che le mille aggiunte fosser quelle che avvalorassero la debil forza del movente? Le vidi, ed io stesso tentai con una semplice e poco pesante leva zancata di alzare il peso, credo, di 40 libbre con una limitata forza, la quale non fu bastante per l' effetto; voi dipoi ingraviste la detta leva con più di 200 libbre di piombo, e tornando a far prova di alzare quelle prime 40 libbre coll' istessa forza, si vedeva alzar queste e le 200 appresso dall' istessa leva, la quale, stando pendente a perpendicolo, nello spignerla, fa il suo moto al-

[1] Apponiamo noi i titoli alle seguenti scritture: di che cfr. l'Avvertimento.

l' in su: sicchè, e lo replico coll' istessa ammirazione, quel peso di 40 libbre il quale una tal forza non poteva alzare con una tal leva non più grave di due libbre, la medesima forza francamente l' alza adoperando l' istessa leva fatta grave di 200 libbre.

E perchè io, già gran tempo fa, mi era formato un concetto, e per molte e molte esperienze confermatolo, che la natura non potesse esser superata e defraudata dall' arte, nel veder sì fatta maraviglia restai ammirato e confuso: e non potendo quietar la mente nè deviarla dal meditare sopra questo caso, ho fatto un cumulo di vari pensieri, e risoluto di distendergli in carta e comunicarvegli; acciocchè, quando si veda in pratica e nella macchina grande la riuscita della vostra vera acutissima invenzione, io possa da voi essere scusato, e per voi scusato appresso gli altri, che le difficoltà che promuoverò non sono del tutto fuor di ragione, e se non concludenti, almeno in parte verisimili; e talvolta, quando, nel discorso che son per fare, fosse cosa che muovesse dubbio circa i vostri supposti e fondamenti, possiate coll' acutezza del vostro ingegno usarvi gli opportuni rimedi. Perchè da persona di onore vi affermo, e ne chiamo Dio in testimonio, che io assai più desidero la riuscita di questa invenzione e che tale strumento sia sopra tutti gli altri avvantaggiato, che l' opposito; ancorchè io mi sia lasciato intender in genere, tutte le macchine esser dell' istesso valore, quanto all' effetto da farci formalmente, tuttavolta che si rimuovessero gl' impedimenti che si possono attribuire alla materia; dal che ne séguita, che le macchine quanto più saranno semplici, tanto meno saranno sottoposte agl' impedimenti, ed in conseguenza di maggiore operazione.

Quando io dico che la natura non permette di esser superata nè defraudata dall' arte, intendo (stando nella materia che si tratta) che avendomi essa natura conceduto, v. g., 10 gradi di forza, che è quanto a dire virtù di pareggiare 10 gradi di resistenza, ella mi nega e non mi permette per artifizio veruno il superarne nessuna che sia più di 10 gradi; e di più soggiungo che ella mi vieta l' applicare tutta la mia forza di 10 gradi in superare o muovere una resistenza che sia solamente 4 o 6 gradi, o in altro modo minor di 10. E chi direbbe che, mentre con tutta la mia forza io strappo una cordicella, io tutta la medesima forza adoprassi o potessi adoprare in rompere

14. *ragione, se,* s —

un debole spaghetto? o se con tutta la mia io alzo un peso di 100 libbre, la medesima io usassi in alzarne uno di 10?

Questo mio primo detto, cioè che per artifizio nessuno sia possibile che forza nessuna superi o muova resistenza alcuna maggiore di lei, pare che abbia molte e molte esperienze in contrario, nelle quali vediamo, non senza maraviglia, con piccolissima forza muovere ed alzare gravissimi pesi. Consideriamo la stadera, dove apertamente si vede il romano, che non pesando più di 10 libbre, contrappesa ed alza una balla che ne peserà più di mille. Guardiamo l'argano: non si vede egli colla forza di un uomo tirare in alto una pietra di 3000 libbre? E non è questo un superare coll'arte un'immensa resistenza con piccolissima forza? Bene: ma io, Signor mio, da queste medesime esperienze argomenterò tutto l'opposito; e mi maraviglierò come quella balla di 1000 libbre non possa alzare il romano, che non resiste salvo che con 10, e che le 3000 della gran pietra non isforzino l'uomo, la cui forza è eguale appena al momento di 100 libbre. Da questi due strumenti dunque non si può cavare con più vera conseguenza, che l'arte guadagni 100 o 300 per uno, che ella scapiti e perda a cento o trecento doppi: dalle quali due egualmente concludenti conseguenze, tra di loro contrarie, la vera conclusione da tirarsene è, che l'arte, per quanto appartiene al far forza, non guadagna nulla sopra la resistenza della natura; e quella stima che resta negli uomini proviene dal comodo e dall'utilità che caviamo, attesochè mille volte il giorno ci serviamo del romano per alzare e pesar balle, e dell'uomo per tirare in alto gravissimi sassi, e raro o non mai delle balle per alzare i romani, e de' sassi per respignere indietro gli uomini.

Ora è bene che consideriamo in che consista l'aggiustamento fra l'arte e la natura; calcolo e ragione che è assai facile e chiara, mentre che tutto si ragguaglia colla velocità e tardità di moto, o vogliam dire tardità e lunghezza di tempo. È vero che un solo uomo, la cui forza ha momento per 100 libbre, alzerà e strascicherà per terra 10 mila libbre di peso; ma se noi avvertiremo quanto sia il viaggio che fa l'uomo, e quanto quello che fa la colonna, troveremo che quando questa si sarà mossa un braccio, il motore ne averà camminate 100, che è quanto a dire che il motore si è mosso 100 volte più veloce della colonna: dove si vede che, ragguagliando le partite, quando

quel sasso si fosse diviso in cento parti eguali, ciascuna sarebbe stata 100 libbre, e però equivalente alla forza del motore, il quale, in cento viaggi di un braccio l'uno, avrebbe traportati i cento pezzi del sasso in distanza di un braccio, muovendosi con quella medesima velocità, cioè dentro al medesimo tempo. Il vantaggio dunque dell' argano non è che e' ci diminuisca la fatica o il tempo, ma che la colonna si conduca intera e non in pezzi, i quali poi non si possono rattaccare ed unire in un solo, conforme al nostro bisogno: dove si vede che se il peso da condursi fosse di un vaso di acqua di 100 barili, poco o niun comodo mi apporterebbe il condurre coll' argano tutta la gran botte piena in un sol viaggio colla forza di un uomo, o condurla col medesimo uomo in altrettanto tempo a barile per barile in cento viaggi, avvengachè l' acqua si rattacca insieme e torna in una sola massa come prima.

Due altri modi, in apparenza diversi dal sopraddetto, par che l' arte abbia ritrovati per poter pure con pochissima forza superar resistenze grandissime. L' uno è l' urto o vogliam dire il colpo o la percossa, alla quale par quasi che non sia resistenza che non ceda. L' altro è il fare una, dirò così, conserva e cumulo di forze aggregate insieme: il che si fa quando, imprimendo io la mia forza, che ponghiamo che sia di 10 gradi, in un mobile che me la conservi, torno ad imprimergliene altrettanta, sicchè, congiunta co' primi 10 gradi, in quello che la conserva se ne trovano 20; e continuando d' imprimerne di volta in volta altri 10 e 10, si rauneranno nella conserva 100, 200 e 1000 gradi di virtù, potente a superare resistenze grandissime, contro le quali di niuno effetto era la mia prima virtù di 10 gradi.

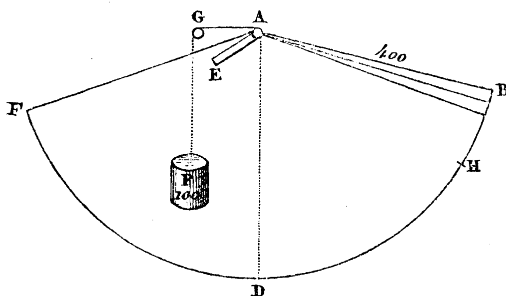
Per una tal conserva di forza accomodato esemplo ce ne dà il gravissimo pendolo da voi medesimo adattato alla leva, il quale, ricevendo impulsi dalla debolissima forza, facendo di quelli conserva, ne fa un cumulo, e per così dire un capitale, tanto grande, che soprabbondantemente ne può andar poi distribuendo ed applicando a superar resistenze, quali la prima forza non bastava a gran segno di muovere. Esempio della virtù e possanza degli urti ne abbiamo in quelle viti colle quali si soppressano le rasce o si stringono le gabbie dell' ulive per trarne l' olio: le quali viti sul principio, mentre

26. *mia pura virtù,* s —

la resistenza non è molta, si volgono con una piccola stanga; ma finalmente, crescendo, nello strignere, la resistenza, conviene moltiplicare gli uomini ed usare una stanga maggiore, colla quale, spingendo, pure si gira la vite; sin che in ultimo, non bastando più il semplice impulso, si ritira indietro la grande e grave stanga, con la quale, con replicati urti, si arriva a cacciar la vite con que' tre o quattro uomini, dove collo spignere, senza urtare, non la caccerebbero sei o sette.

Sopra queste due esperienze mi par che, con grande accortezza e con sottil ragione, si appoggi il fondamento della vostra macchina: dove si vede, il gravissimo pendolo, quasi abbondante conserva di forze, poterne andar dispensando continuamente quella parte e quantità che è necessaria per superare la resistenza del peso che si dee alzare, e di più, servendosi del secondo benefizio degli urti, dopo essersi ritirato indietro, tornare, a guisa di gagliardo ariete, a raddoppiare la percossa e l'impeto. Tutto questo mi par che sia con tanta industria e con tanta sottigliezza d'ingegno compartito, che quando ben l'effetto non rispondesse puntualmente all'aspettazione, io ad ogni modo anteporrei questa a molte altre invenzioni. E perchè io estremamente desidero che l'effetto risponda all'opinione, ho risoluto andar toccando que' dubbi ch'io non so risolvere, e che mi par che possano arrecare qualche intoppo all'opera, acciocchè voi (quello che non so far io) me gli rimoviate, e se ne avessero bisogno, vi arrechiate opportuno rimedio.

Riducendo la vostra macchina artifiziosa al più semplice disegno ch'io possa, per più chiara esplicazione del mio concetto, figuro questa DAE esser una leva zancata, sospesa nel punto A; dove intorno ad un asse, o vogliam dire un perno, ella sia convertibile, sicchè spingendo l'asta maggiore AD verso AF, la zanca AE venga a urtare col termine E in un rampino G, dal quale penda



il peso P da esser alzato, il qual peso pongo, per esempio, esser 100 libbre; suppongo poi, l'asta AD esser, v. g., lunga 5 volte più della

4. *vite; sicchè in*, s —

zanca AE, e la forza che dee muovere pongo minore assai della resistenza del grave P. Sia per tanto equivalente al momento di 5 libbre, sicchè applicata nel termine D, spignendo verso F, non potrebbe col punto E alzar peso se non minore di 25 libbre, e però impotentissima ad alzar il grave P, supposto esser libbre 100.

A questa impotenza voi soccorrete col sommamente ingravire il braccio della leva AD, convertendolo in un pendolo grave di 400 libbre di peso, o di più ancora, se più ve ne bisogneranno. Apparecchiate queste cose, voi senza errore discorrete, ed in atto pratico osservate, che essendo costituito simil pendolo a piombo secondo il perpendicolo AD, e sostenuto in A con un bilico esquisito, non è forza così piccola, che spignendolo verso la parte F (tolto via il rampino e il peso P), non lo rimuova qualche poco del punto D: e però, applicandovi la supposta forza di 5 gradi, si muoverà alquanto verso F, e lasciato in libertà ritornerà per sè stesso verso D, oltre al quale passerà poco meno d' altrettanto verso B quanto, per l' impulso datogli, era pur ora andato verso F. E perchè tal impeto non si è perduto, se coll' istessa virtù di cinque gradi se gli aggiugnerà il secondo impulso, già ne averà 10, e più oltre trapasserà verso F; ed in somma, aggiugnendo impulso sopra impulso 4, 6, 10 e 20 volte, verremo ad imprimer nel pendolo impeto tale, che ampliando le sue vibrazioni, nello scender dal termine B per l' arco BD sarà bastante a sollevare sè stesso, cioè 400 libbre di peso, per altrettanto spazio sino in F: e tutta questa virtù e impulso è frutto della piccolina forza de' 5 gradi, i quali è manifesto che, continuando gl' impulsi, glie la potrebbero accrescere ancora o almeno perpetuare. Aggiunghiamo adesso il rampino G col peso P di libbre 100: non è da dubitare, che scendendo il pendolo AB nell' arco BD, ed incontrando nel punto D, dove l' impeto suo è il massimo e il moto è il velocissimo, colla zanca AE il rampino G, gli darà d' urto con tal forza, che ben per grande spazio solleverà il peso P delle 100 libbre; e ritornando poi indietro verso B, io a tempo colla replica e giunta de' miei 5 gradi andrò mantenendo in vigore il pendolo e continuando l' opera.

Ora, se il discorso vostro fondamentale procede così, mi si rappresentano alcune difficultà, che mi muovono a dubitare. E prima, conceduto, del che non dubito, che nel pendolo sia stata fatta una conserva di forza potente a sollevare le sue 400 libbre di peso per

tutto l' arco DF, questo accaderà sempre tutta volta però ch' ei non trovi intoppo nel viaggio; ma se passando per D urta colla zanca AE in una resistenza di 100 libbre, ancorchè quivi in D sia il sommo vigore della sua forza, pare che pur glie ne debba in parte essere diminuita, cioè, s' io non m' inganno, la ventesima parte. Imperocchè, trovandosi il pendolo AB, quando è pervenuto in D, con impeto d' alzare le sue 400 libbre sino in F, tal impeto ne alzerebbe colla zanca AE cinque volte tanto, cioè due mila, per essersi posto il braccio AB quintuplo in lunghezza della zanca AE: l' urto dunque nel peso P, che è 100 libbre, detrae 100 dalle due mila, cioè la vigesima parte. Ritorna dunque il pendolo indietro colla vigesima parte manco dell' impeto col quale dianzi si partì, scendendo dal punto B: tal che nella tornata non ricalerà dal punto B, ma da altro H più vicino a D; e l' impeto, che fu come di 400 libbre, verrà ora come di 380, cavandone cioè le venti toltegli dall' urto in G. Bisognerebbe dunque, per ristorar la perdita de' venti gradi d' impeto, restituirgliene altri venti; ma la forza del movente non ne ha da prestare se non cinque; adunque il pendolo, che nella prima scesa dal termine B si partì con impeto tale che arrivando in D si trovava con 400 gradi d' impeto, in questo secondo passaggio ne averà solamente 385: de' quali il nuovo urto in G torna a levargliene venti (chè tanti son quelli che son necessari per alzare il peso P), tal che i gradi 385 diventano 365; per lo che tornando indietro il pendolo non risalterà alla medesima altezza H, ma più basso, dove il motore gli somministrerà i suoi cinque gradi di forza; sicchè, scendendo con 370, alzerà ben per ancora il peso P, ma con perdita di venti gradi di forza: e così continuando in ogni andata la perdita di venti ed il ristoro di cinque, in breve tempo mancherà l' aiuto di costa del pendolo.

Propongo, nel secondo luogo, un' altra considerazione. Voi dite: La forza che s' adopra non è più di cinque gradi; adunque colla pura leva DAE, della quale il braccio DA è quintuplo della zanca AE, non si può alzare più di 25 gradi di resistenza: ma la resistenza del peso P è 100 gradi: adunque è impossibile alzarlo. Vero: ma ditemi, se con fare quattro parti del peso P non potrò io colla detta forza alzarne una per volta, e tra quattro volte alzar tutto il peso, come col pendolo io l'alzava in un tratto solo? Certo sì; e l' opera sarebbe ragguagliata, tutta volta che si potesse, nel tempo che col pendolo si danno, v. g., dieci impulsi, se ne dessero 40 con la leva sem-

plice: il che penso io che si potrà fare. Però considerate le seguenti particolarità nel pendolo.

Prima, a voler che il momento della sua somma gravità lavori, bisogna ritirarlo indietro in gran lontananza dal perpendicolo AD, altrimenti l'urto suo è debole; e questo tornare indietro da D verso B, colla tornata in D, è tutto tempo ozioso e gittato via: ma all' incontro la forza applicata in D alla leva leggiera è tutta utile, lavorando per tutto lo spazio che si spigne verso F. La gravità del pendolo fa che la forza non lo può brandire, nè far che le sue andate e tornate, cioè le sue vibrazioni, non sieno se non sotto un tempo limitato e assai lungo, in comparazione delle vibrazioni che, apprendendo colla mano il termine D dell'asta leggiera AD, la forza potrà fare molto frequenti. Aggiungasi che se l' andata del pendolo non è per un grand' arco, l' impeto del pendolo scendente non acquista gran momento, e per breve spazio trapassa oltre AD verso F, e poco s' alza la stremità della zanca E, ed in conseguenza poca è l' acqua che si cava in una sgorgata: dove è da notarsi che l' impeto del pendolo sempre va diminuendo nel montar su dal D verso F; ma la forza posta in D, spignendo verso F, sempre è la medesima, sicchè si può continuare quanto ne piace a fare la sgorgata lunga, e cavar in conseguenza più acqua.

Per concedere alla parte ogni maggior vantaggio che desiderar si possa per la ragione sua, io concedo, i membri di tutta la sua macchina, cioè macine, ruote, conocchie e leve, essere di maniera aggiustate librate e così proporzionatamente compartite, e più gli assi, i perni ed i poli esser tanto delicatamente lavorati, bilicati ed unti, che il tutto insieme, mentre abbia da camminar vacuo, possa esser mosso con qualsivoglia gran velocità da ogni minima forza, da un soffio solamente: e questo si dee intendere trattone il pendolo, il quale, essendo un peso molto grave e dovendo nel muoversi esser alzato (il che non accade ad altro membro della macchina), non può esser rimosso dal suo stato perpendicolare se non da qualche forza. E perchè tal pendolo ritiene per qualche tempo l' impeto che successivamente gli viene dalla virtù movente contribuito, io (persistendo nella medesima larghezza, di concedere alla parte ogni maggior van-

9. *non la può*, s —

taggio) voglio supporre che tal tempo sia una eternità, quando da esterno impedimento non gli venisse fatto resistenza ed intoppo; sicchè finalmente, in virtù di tal impeto impresso nel pendolo, anche tutto l' ordingo insieme fosse atto a muoversi in perpetuo, muovendosi però vacuo da ogni operazione. Ma quando si levi il pendolo e si aggiunga sotto la macine il grano da frangersi, perlochè ella non si muova più nella sola aria libera, ma urti negli intoppi de' grani frapposti, è ben necessario concedere che per far l' effetto, e continuare l' operazione del macinare, il primo movente vada continuando di far forza, e che dove prima, per mia concessione, tutto l' ordigno, rimossone il pendolo, doveva andare a voto, aggiuntovi ora la resistenza del grano, abbia bisogno d' una determinata e non minor virtù movente. Determini dunque la parte quanto debba esser almeno tal virtù, e chiamisi, v. g., dodici gradi, sicchè da virtù minore di dodici gradi il grano non potrebbe esser macinato: e però possiam dire che la resistenza di esso grano, nell' atto dell' esser macinato, pareggia dodici gradi di virtù movente, senza che niente gli avanzi; e questo s' intende, lavorando senza il pendolo. Ma considerando la parte come il pendolo è in un certo modo una conserva inesausta di virtù (poichè egli è atto a ritenere eternamente qualsivoglia impeto una sol volta conferitogli), e di più vedendo come, col farlo più e più grande e pesante, si può esso ridurre ad esser atto a ricevere e conservare maggiore e maggior numero di gradi di virtù, e che perciò tal immensa virtù gli può esser impressa anco da pochissimi gradi di forza motrice, coll' andar successivamente più e più volte facendogli impeto; considerando, dico, la parte cotali accidenti, ha creduto, coll' intervento del pendolo poter far l' istesso effetto, nel macinare, con forza minore di dodici gradi (che per supposizione è la minima che possa macinare senza il pendolo). Ora, posto il pendolo capace d' ogni gran numero di gradi di virtù, determini la parte quanta forza vuol che sia quella del primo movente, del qual ella si vuol servire, e quanti gradi ella ne voglia imprimere e depositare nella conserva del pendolo innanzi che si cominci a mandare il grano sotto la mola: sia, per esempio, cento gradi. Or cominciando l' operazione, dia il movente il primo impulso, col quale e' muoverà il pendolo dal suo stato primo perpendicolare e lo solleverà tanto, che nel ritorno averà acquistato due gradi di virtù, quanto è quella del movente (chè se

23. *gradi e di virtù*, s — 35. *e' si muoverà*, s —

la parte credesse ch' e' ne acquistasse più, non occorrerebbe dar più impulsi; perchè ritornando il pendolo verso il perpendicolo, ed avendo egli concepito più di due gradi di virtù, trapasserebbe, spinto da sè medesimo, dall' altra banda del perpendicolo per maggiore intervallo che non fu quello del primo impulso, datogli da due gradi soli del movente, e così successivamente si anderebbe da sè stesso avanzando nell' impeto infinito, che è grande assurdo): ma perchè questa virtù è impressa nel pendolo indelebilmente, tornando il movente a dargli un altro impulso, gl' imprimerà altri due gradi di virtù, sicchè già ritornerà con quattro; e nel terzo impulso ne acquisterà altri due, sicchè saranno sei; e successivamente in 50 spinte acquisterà i cento gradi di virtù, in sè stessa perpetua, quando bene il movente cessasse, pur che non gli fosse opposto alcuno intoppo. Or continui pure il movente la sua operazione, e comincisi a mandare il grano sotto la mola, la resistenza del qual grano, per la supposizione, pareggia 12 gradi di virtù movente. Adunque nel tempo d' uno impulso il movente conferisce due gradi di virtù; ma il grano ne arreca dodici di resistenza; però a i cento gradi d' impeto del pendolo ne saranno levati dieci, ond' egli opererà con novanta solamente. Ma nel seguente impulso il movente ne aggiugne due, e il grano pur ne rimuove dodici, sicchè il pendolo si riduce a lavorar con ottanta; e così conseguentemente, levando il grano cinque volte più che non rimette il movente, in manco tempo di quello di nove impulsi sarà finita la virtù e fermato il mulino, il quale non cominciò a macinare se non dopo il tempo di cinquanta impulsi: e così in tale operazione si sarà buttato via circa i $^5/_6$ del tempo, anzi molto più ancora, se noi meglio andremo considerando il tutto. Sarebbe tale il dispendio del tempo, quando la virtù adiutrice del pendolo prestasse il suo aiuto continuatamente, siccome la resistenza del grano senza intermissione continuatamente impedisce: ma il pendolo circa agli estremi termini delle sue andate, nelle quali e' si riduce allo stato di quiete, pochissimo o nulla opera, facendo forza colla sola sua gravità, privata di velocità di moto, la qual velocità egli ancora languidamente racquista mediante la resistenza del grano; dal che ne séguita che i suoi impulsi sono interrotti, e che buona parte del tempo si spende oziosamente.

Ma dirà forse l' avversario, poter pur ricever comodo dal pendolo, sebben non così grande quanto sarebbe il già detto, che era

1. *e' non acquistasse,* s —

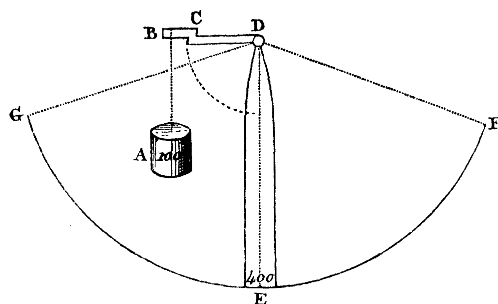
il poter fare, mediante l' aiuto del pendolo, con due soli gradi di forza quello che senz' esso si farebbe con dodici gradi; ma dirà, ciò potersi ottenere colla forza di dieci gradi. Ma io, replicando il medesimo discorso, mostrerò, questo esser impossibile, dichiarando che se in dieci impulsi s' imprimono nel pendolo cento gradi d' impeto, operando senza grano, all' incontro nel tempo di 44 impulsi susseguenti la resistenza aggiunta del grano fermerà il macinare: perchè mentre la forza de' dieci gradi moventi fa un impulso tale che i 100 rimangano 98, e scemandone due nell' altro impulso rimangano 96, e finalmente al quarantaquattresimo impulso si riducano a dodici, i quali vengono pareggiati dalla pura resistenza del grano. E tutto questo segue quando la macchina tutta fosse libera da tutti gl' impedimenti esterni ed accidentari, conforme alla vantaggiosa supposizione fatta a principio: la qual cosa è del tutto falsa e impossibile; anzi gl' impedimenti son eglino pur molti e molto grandi, mediante i tanti toccamenti di denti con ruote e conocchie, di fusi con perni, di poli con sostegni, e dell' immensa gravità stessa delle ruote e delle macine: tal che assolutamente la forza movente meglio e più validamente opererebbe senza il pendolo, e meglio ancora lavorandosi con una sola e semplice ruota dentata, che toccasse un solo rocchello, adattato nel fuso della macina.

INTERLOCUTORI.

SALVIATI, SAGREDO.

Salv. Non so s' io m' abbia ben capito la struttura e la maniera d' operare di questo nuovo strumento, per sollevare con poca fatica pesi gravissimi: dirò ciò che apprendo, e voi supplirete in quello ch' io mancassi. Nel proposto disegno, il peso da essere alzato è questo notato A, posto essere di cento libbre; questa CDE si figura essere una leva zancata, convertibile intorno ad un perno stabile, fermato in D; il braccio maggiore, che pende, cioè la lunghezza DE, si pone esser quintupla del minore CD; la forza movente, applicata nell' estremità E, è eguale al momento di cinque libbre di peso. Ora, astraendo dal peso della leva, cioè supponendo ch' ella non pesi nulla, è manifesto che la forza posta in E, non avendo maggior momento che l' equi-

valente di cinque libbre, spignendo contro al grave A, non potrà coll'estremità C alzar più di venticinque libbre, anzi sostenere; ma l'A



è cento, dunque lontanissimo dall' esser mosso da cinque. Per far dunque che questa piccola forza o momento superi la quattro volte maggiore resistenza o momento, servendosi pur dell' istessa lunghezza di leva, si ha l' autor della macchina (in vero con sottile avvedimento) immaginato di sommamente ingravire il braccio della leva DE, e dove si supponeva esser senza gravità, convertirlo in un pendolo di quattrocento o più libbre, figurato per DFG; ed accomodando al peso A un rampino B, sotto il quale vadia a urtare l' estremità C della zanca DC, ha senza errore compreso, che mentre il pendolo sia a piombo, ogni minima forza lo può rimuovere dallo stato perpendicolare, nel quale poi, mercè della propria gravità, lasciato libero, ritorna non solamente, ma oltre di quello trapassa quasi altrettanto, quanto dalla detta forza ne fu allontanato: dal che ne séguita, che se nel ritorno, che per sè solo farebbe, se gli applicherà il secondo impulso della medesima forza, trapasserà lo stato perpendicolare di assai più che prima; ed aggiugnendo poi al secondo ritorno il terzo impulso, e così successivamente continuando gl' impulsi a tempo proporzionato a' ritorni, piglierà, a guisa di campana, frega ed impeto tale, che sarà bastante a sollevare in ciascuna sua vibrazione non solo il proprio peso delle quattrocento libbre, ma, urtando coll' estremità della zanca C nel rampino B, alzerà il peso ancora delle cento di A; e la forza movente, benchè non superiore al momento di cinque libbre, lavorando in E, conserverà e continuerà perpetuamente l' impeto del pendolo, col quale, come si vede in ogni vibrazione, leverà su il peso di cento libbre del peso A col solo peso di cinque. Non so s' io m' abbia bene inteso e spiegato il concetto dell' autore.

Sagr. Inteso, per quanto credo, e spiegato benissimo. Ora che dice V. S. d' invenzione così bizzarra?

Salv. Dico che ha sembianza d' una delle più ingegnose che mai sieno cadute ne i più svegliati ingegni; perchè il sentirsi dire « Mentre che colla leva DE tu non sei potente ad alzare la quarta parte del

6-7. *superi le quattro,* s —

peso A, io voglio far sì che coll' istessa, e nell' istesso modo usata, tu ne alzi non solo le cento di A, ma quattrocento altre appresso, e che queste quattrocento sien quelle che ti avvalorino », pare che trapassi tutte le immaginazioni. Ma vorrei io qui sapere se l' inventore termina qui l' uso di tale invenzione, o pur l' adatta a qualche particolare, con notabile acquisto sopra la facoltà d' altre macchine indirizzate a simili effetti di alzar pesi.

Sagr. Io credo, e così parmi, che la macchina si potrebbe applicare a varie operazioni, una delle quali, che per ora ha nell' intenzione l' autore, è di applicarla ad una tromba per alzar l' acqua; dove il solido A rappresenta il zaffo, con tutto il peso dell' acqua da alzarsi. E più manifestamente si scorge, che in virtù del pendolo ad ogni sgorgata si potrà buttar fuori gran quantità d' acqua, cosa che senz' esso non si farebbe.

Salv. Tutto cotesto è verissimo: ma crede V. S. che per ciò tale strumento sia bastante a cavarne notabil quantità più d' ogn' altro? perchè dal discorso fatto sin qui par che si possa concludere un eccesso grandissimo, giacchè colla tromba circoscritta in virtù del pendolo se ne caverà gran copia, e senz' esso nè pure una gocciola.

Sagr. Una differenza tanto grande, quanta è dal molto al niente, mi conturba, e mi fa entrare in sospetto che sotto così speziosa e mirabile apparenza non s' asconda qualche gran fallacia: però non so che mi rispondere.

Salv. Credo che il vostro sospetto non sia vano, anzi tengo per fermo che non pochi altri strumenti, nel presente caso di alzar acqua, non saranno inferiori a questo; ma per non avere a fare lunghi discorsi nel paragonarlo con altri molto diversi, voglio che trattiamo d' una simil tromba, la quale lavori coll' istessa leva zancata, privata e libera dalle quattrocento libbre del pendolo e da ogn' altro peso. Ma prima che passar più avanti, penso di poter mostrare a V. S., con certa general considerazione, come veramente è forza che nel discorso sopra fatto si occulti qualche fallacia. Però ditemi, se (rimosso il peso A) applicata una limitata forza equivalente, v. g. di quattro libbre di peso, a spignere e far vibrare il pendolo DE di peso di quattrocento libbre, vi sia necessaria una distanza determinata, oltre alla quale non sia possibile passare.

Sagr. Circa questo che V. S. mi domanda, stimo primieramente, che non solo il momento delle quattro libbre di forza sarà bastante

a rimuovere il pendolo dalla quiete, cioè dallo stato perpendicolare, ma che ogni minima che se gli applichi ne lo rimuoverà, la quale poi, secondo che sarà maggiore, per maggior distanza lo sospignerà. Inoltre, se nel ritornare indietro, che farà esso pendolo per la propria gravità, la detta forza lo risospignerà, lo farà slontanare ancor più dal perpendicolo, ma però una forza molto inferiore al momento della gravità del pendolo, quale è la preposta di quattro libbre, v. g. d'un arco di dieci o dodici gradi, oltre al quale nol potrà giammai far sormontare.

Salv. Così è necessario che sia. Ma quando, levato il peso del pendolo, la leva DE restasse leggierissima, e quella medesima forza delle quattro libbre se gli applicasse, sino a quanto allontanamento dal perpendicolo la potrebbe sollevare?

Sagr. Potrebbe accompagnare per tutto un intero quadrante e più.

Salv. Or torniamo alla figura col pendolo: e posto che esso dal momento delle quattro libbre di forza non potesse, nè accompagnato nè vibrato, muoversi oltre a dieci gradi, quando la distanza CB, tra la zanca DC e il rampino B, fosse di dieci gradi del cerchio descritto dalla linea DC intorno al centro D, l'estremità C, cacciata dalla vibrazione del pendolo, non vi arriverebbe mai, e in conseguenza mai non verrebbe alzato il peso A, quando ben fosse solamente un'oncia. Ma consideriamo adesso quello che si potrà fare colla medesima leva zancata, rimossone il peso del pendolo: e perchè si è concluso che le quattro libbre di forza potranno sospigner la leva non solo oltre a dieci, ma oltre a novanta gradi, quando l'estremità C della zanca arriverà al rampino B, essendo la leva ED quintupla della zanca DC, la forza quattro potrà levar venti di resistenza che fosse in A. Ecco dunque scoperto come nel discorso fatto di sopra ci è sotto qualche fallacia: poichè in quello si concludeva, che la medesima leva in virtù del gravissimo pendolo alzava gran peso, e senza il pendolo non alzava nulla; ed in questo, per l'opposito, si dimostra, che la giunta del grave pendolo toglie del tutto il poter alzar gran peso, che senza il pendolo comodamente si solleva con quattro di forza. La proposizione dunque universale, che la gravità aggiunga forza alla leva nell'alzar pesi, è falsa.

A PROPOSITO DI UNA MACCHINA PER PESTARE [1].

Molti comodi, e di grandissima utilità, son provenuti in diverse arti manuali dagl' istrumenti mecanici, ed altri se ne possono alla giornata sperare dai professori perfettamente intelligenti d'essa scienza macchinatrice. Ed ho detto *professori perfettamente intelligenti,* perchè altri, che s' applicano a nuove invenzioni svegliati solamente da certo natural talento, ma privo delle ragioni mattematiche, le quali intrinsecamente dimostrano la natura dei primi e semplici strumenti dei quali le altre macchine si compongono, possono facilmente restare ingannati dai lor pensieri, e spender vanamente il tempo, le fatiche ed i denari: e di questi il numero è grande; e sarà sempre di tutti quelli che credono con la loro arte poter defraudare la natura, cioè poter, o con minor fatica, o con minor dispendio di tempo, effettuare quelle operazioni che senza la macchina non potrebbono effettuare se non con più fatica o in maggior tempo, cosa che, assolutamente parlando, è del tutto impossibile. In quest' errore (se non son io quello che erra) mi par che si trovi involto l'artefice, che avendo veduto quattro pistoni soli da polvere esser fatti lavorar da tutta la forza d'un uomo, si è persuaso, in virtù d'una sua macchina moltiplicar tanto la forza del motore, che ei ne faccia lavorar sedici; e tanto maggiormente si è confermato in tal suo pensiero, quanto che realmente ha fabbricato la macchina, e visibilmente ne mostra l'effetto: l'effetto, dico, di far andar sedici pistoni con la forza di un sol uomo. Ora, scusando primieramente la fallacia dell' artefice, dependente invero da una molto probabile apparenza, cercherò, comandato da chi sopra di me tiene assoluto imperio, di scoprire la fallacia, traendo insieme l'artefice d' errore.

[1] Vedi la nota 1 a pag. 571.

E facendo principio da una proposizione che può parere, nel primo aspetto, molto stravagante, dico che quei pestatori, che l'artefice mi dice lavorar, quello con quattro pistoni, quello con sedici, e altro, se vi fusse, con cento, non è vero che uno pesti con quattro, l'altro con sedici ed il terzo con cento, ma tutti pestano con un piston solo, e non più; ed è come se due, pestando, uno desse i colpi sempre con il medesimo pistone, e l'altro ad ogni colpo lo scambiasse: dove gran semplicità sarebbe il dire (per quanto appartiene all'opra del pestare o poco o assai) che uno pesta con un pistone solo, e l'altro, v. g., con quattro, e che per ciò questo fa quattro volte più lavoro di quello. Vero sarebbe questo, quando costui alzasse li quattro pistoni tutti insieme, e che con essi desse le botte così frequenti quanto l'altro con quel solo. Avverta dunque l'artefice che la multiplicazione del lavoro non consiste nella moltitudine dei pistoni, ma nella frequenza delle pestate; chè tanto lavora un piston solo quanto mille, tutta volta che il solo darà mille colpi in quel medesimo tempo che i mille ne daranno un per uno.

Ora, venendo alla sua macchina, con la quale mi dice far lavoro per quattro di quell'altre, atteso che colla forza di un uomo fa andar, la sua sedici pistoni, e l'altra quattro solamente; dico che, come ei non vuol altro, io farò che il medesimo uomo ne faccia andare non solamente li sedici, ma venti, trenta e quaranta, con l'ampliare la ruota della volanda, ingrossare l'asse e crescere il numero de' suoi denti, che l'uno doppo l'altro successivamente alzano i pistoni: questo effetto, dico, lo farò io, ed esso ancora; ma non creda per questo di accrescer l'effetto del pestare il carbone o salnitro in maggior quantità dentro il medesimo tempo. Per crescer l'opra, bisogna crescere non il numero dei pistoni, ma il numero delle pestate: se dunque e' vuol che io intenda ed affermi che la sua macchina da sedici pistoni opri quattro volte più dell'altra dei quattro, bisogna che mi faccia vedere che nel tempo medesimo che l'altra fa dare una botta per uno ai suoi quattro, la sua faccia dare una botta per uno ai suoi sedici, che è il medesimo che dire che nel tempo che la piccola ruota dell'altra macchina dà una volta, anco la sua grande ne dia parimente una; chè quando, per la minore resistenza, il motor facesse dare quattro girate alla piccola ruota mentre che la grande ne desse una sola, l'operazione sarebbe del pari,

perchè le botte sarebbono sedici tanto dell' una quanto dell' altra macchina: e così son sicuro che succederà l' effetto, quando la volanda de' quattro pistoni sia fatta con la debita proporzione rispetto all'uso suo, che è di moderare gli urti de' denti dell'asse in quelli de' pistoni, sì che meno ne vengano offese le braccia del movente. Anzi voglio mettere in considerazione all'artefice, che il pensiero suo, di agevolare ancora più l'operazione con il crescere e di grandezza e di peso la volanda, è, per mio credere, per partorirne effetto tutto contrario alla sua intenzione: il che dichiarerò così.

Due sono le resistenze che si hanno a muovere: l'una è dei pistoni, e l'altra è della volanda. Quella dei pistoni non si accresce o diminuisce per crescere o scemare il lor numero, tutta volta però che se ne abbia da alzare uno per volta; chè così tanto è che i pistoni siano uno, quanto venti. Resta dunque la considerazione della volanda, la quale, sendo figurata in una ruota che ha da girare sopra il suo asse, può essere più o meno resistente, secondo che ella sarà più grave o più grande: perchè, di due ruote del medesimo peso, ma l'una di maggior diametro dell'altra, la maggiore resisterà più al moto, e dalla medesima forza verrà mossa più tardamente, in quel modo che per ritardare il tempo dell'orivolo basta allontanare i due piombi dal centro; di quelle poi di egual grandezza, ma disegual peso, la più grave verrà dalla medesima forza mossa più lentamente. Ora, mentre l'artefice voglia ampliare ancora più la sua gran ruota ed ingravirla con altri piombi, farà che ella necessariamente non si muoverà se non tardamente; che è l'istesso che dire che i pistoni in molto tempo daranno manco botte.

DI ALCUNI EFFETTI DEL CONTATTO E DELLA CONFRICAZIONE [1].

Credo che più ordinatamente e con magg[iore brevità] si potrebbe proporre e risolvere la prima quistione: nella quale, circa l'ordine, par superfluo il dir da principio *Sit sphaera ABC constituta super circulum DE,* tornando poi poco sotto a dire *Deinde constituamus, ipsam sphaeram tangere circulum DE in eodem puncto* [*I*], il che quando sia fatto, è manifesto che la retta dal centro H al contatto I è perpendicolare al piano DE; onde non par ben detto che *a centro H ad contactum I ducatur perpendicularis ipsi plano DE,* e massime adducendo la 18 del 3°, dove non si tratta nè di sfere nè di piani, ma solo di cerchi e di linee. Però forse con maggior proprietà geometrica si potrebbe ordinare e risolvere il tutto così: *Sit cylindri recti et ad orizontem erecti DEFG superior basis circulus DE, cuius centrum I, et axis KI; sitque sphaera ABC, cylindro superimposita, ipsumque tangens in centro I: ductaque ab I ad centrum sphaerae H* (*quod et magnitudinis et gravitatis est centrum*) *recta IH, constat, hanc ad basim DE esse perpendicularem, et in directum axi KI. Quod autem in circumvolutione cylindri sphaera immobilis persistat, constat ex eo quia super immoto consistit: talis enim est axis cylindri, cuius terminus superior est centrum circuli DE,. cui sphaera inhaeret.*

La verità di tal conclusione, presa in astratto, non veggo che si possa negare; ma perchè mi pare che V. S. la pigli in concreto, trattando di materie gravi realmente, come sassi e metalli, dubito gran-

15. *sphaere* — 17. *Tra directum* e *axi* si legge, cancellato, *ipsi.* — 19. *cilindri* — 20. *ineret* —

[1] Apponiamo noi questo titolo: l'autografo non ne porta alcuno.

demente che il negozio fusse per succedere altrimenti, cioè che non solo quando l'incumbente solido fusse un prisma o cubo, come ella pone nel secondo luogo, ma anco dell'istessa figura sferica. Imperò che, sia pure essa sfera di materia quanto si voglia dura, come di bronzo o di porfido, ed il piano, medesimamente, del cilindro, terso e durissimo; nel posare la sfera sopra tal piano, gravata dal proprio peso, non resterà con un contatto di un punto indivisibile, ma o incaverà la superficie del cilindro, o ammaccherà la propria, o farà l'uno e l'altro. Il quale accidente io argomento dall'esperienza, mentre veggo palle di porfido, cadenti da alto sopra piani durissimi, ribalzare gagliardamente: argomento che, sì come accade nel pallone ben gonfiato, la superficie di tal palla s' inflette alquanto, ed anco quella del piano soggetto; nel ritorno delle quali 2 superficie al suo pristino stato, disfacendo l'arco e la inflessione, sospingono in alto essa palla: la quale, accompagnata dall'impeto guadagnato nello scender da alto, fece ammaccature, nella propria superficie e nel piano suggetto, maggiori che non fa nel solo posarvisi con la propria gravità, ma pure anco con questa ve le fa. Sì che, occupando il contatto di tal palla non un punto solo, ma una superficie circolare, ed essendo di più la palla convolubilissima circa 'l proprio centro, io tengo per fermo che alla conversion del cilindro, e massime quando il moto fusse tardissimo, essa palla ancora si lascerebbe trasportare.

L'istesso, e molto più, stimo che accaderebbe del cubo o parallelepipedo posatovi sopra 'l medesimo cilindro, e questo mediante la confricazione delle 2 superficie, la quale non veggo che si possa far tanto debole, che si riduca come se ella non vi fusse e come che le 2 superficie non si toccassero. Il che mi par che si possa argumentar da questo: che se noi intenderemo una superficie pulitissima, come, v. g., di uno specchio, piana e situata orizontalmente, sopra la quale sia posata una palla perfettissima e un dado parimente pulitissimo, quando tal superficie, inclinandosi, benchè poch[issimo], si rimuova dall'esser parallela all'orizonte, la palla scenderà senza dubio, ma non così farà il dado; e questo perchè la palla, girando, andrà mutando sempre contatto senza alcuna confricazione; ma il dado, non potendo scendere senza che una delle sue facce vadia continuamente confricandosi con quella dello specchio, credo che troverà per tal confricazione

8, 21. *cylindro* — 15. *dal proprio impeto* [*proprio* è cancellato]. —

intoppo: e quando ciò sia, posato sopra 'l cilindro si lascerà traportare, non potendo essere che la confricazione si faccia senza resistenza nissuna. Parmi anco che, trattandosi di corpi materiali, sottoposti a varii accidenti oltre al peso e alla figura, si devano porre essi ancora in considerazione: imperò che, oltre alla scabrosità e politura di superficie, per le quali agevolmente o con resistenza possono soffregarsi, vegghiamo gran differenza derivare dall' esser tali superficie, o [mercè] di qualche vapore oleoso, che le rende lubriche, o di qualche altro acido, che le allega, esser quelle pochissimo resistenti, e queste assaissimo, alla confricazione. Guardisi qual sia la [lub]ricità della pelle [dell'] anguille, e la renitenza al tagliare d'un coltello che abbia solamente tagliato qualche frutto, e massime agro.

La sfera [1] sopra un piano ad ogni piccola inclinazione scende, ma non così una piastra: segno dell' aderenza di tutte le parti.

Nota la differenzia tra la confricazione delle parti e la convoluzione, dove sempre si muta contatto. Il mobile cede alla confricazione; e però la sfera si moverà al moto del cilindro, e molto più il cubo.

13. *scenda* —

---

[1] Quanto segue si legge, di mano di Galileo, come un appunto sul margine superiore della carta che contiene la precedente scrittura.

SOPRA LE SCOPERTE DE I DADI [1].

Che nel giuoco de' dadi alcuni punti sieno più vantaggiosi di altri, vi ha la sua ragione assai manifesta, la quale è il poter quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi che questi, il che depende dal potersi formare con più sorti di numeri: onde il 3 e 'l 18, come punti che in un sol modo si possono con 3 numeri comporre, cioè questo con 6. 6. 6, e quello con 1. 1. 1, e non altramente, più difficili sono a scoprirsi che, v. g., il 6 o 'l 7, li quali in più maniere si compongono, cioè il 6 con 1. 2. 3 e con 2. 2. 2 e con 1. 1. 4, ed il 7 con 1. 1. 5, 1. 2. 4, 1. 3. 3, 2. 2. 3. Tuttavia, ancor che il 9 e 'l 12 in altrettante maniere si componghino in quante il 10 e l'11, per lo che di eguale uso devriano esser reputati, si vede non di meno che la lunga osservazione ha fatto da i giocatori stimarsi più vantaggiosi il 10 e l'11 che 'l 9 e 'l 12. E che il 9 e 'l 10 (e quel che di questi si dice, intendasi de' lor sozzopri 12 e 11) si formino con pari diversità di numeri, è manifesto: imperò che il 9 si compone con 1. 2. 6, 1. 3. 5, 1. 4. 4, 2. 2. 5, 2. 3. 4, 3. 3. 3, che sono sei triplicità; ed il 10,

3-4. *quelli più facilmente e più frequentemente scoprirsi che questi* fu corretto in luogo di *loro più facilmente e più frequentemente scoprirsi,* che prima Galileo aveva scritto. — 4. Tra *questi* e *il* si legge, cancellato, *Onde, v. gr., il 6.* — 5. Tra *potersi* e *formare* prima aveva scritto *tali punti,* che poi cancellò e corresse in *quelli;* da ultimo cancellò anche *quelli.* — 7. In luogo di *6. 6. 6* prima aveva scritto *3 sei;* e in luogo di *1. 1. 1* aveva scritto *3 assi.* — 11. Tra *maniere* e *si* leggesi, cancellato, *e diversità di numeri.* — 12. In luogo di *uso* prima aveva scritto *stima.* — 13. In luogo di *stimarsi più vantaggiosi* prima aveva scritto *più vantaggioso stimarsi.* —

[1] Intorno a questo titolo, che apponiamo noi, veggasi l'Avvertimento. L'autografo di Galileo non porta nè questo nè alcun altro titolo.

con 1. 3. 6, 1. 4. 5, 2. 2. 6, 2. 3. 5, 2. 4. 4, 3. 3. 4, e non in altri modi, che pur sono 6 combinazioni. Ora io, per servire a chi mi ha comandato che io deva produr ciò che sopra tal difficoltà mi sovviene, esporrò il mio pensiero, con speranza non solamente di scior questo dubbio, ma di aprir la strada a poter puntualissimamente scorger le ragioni per le quali tutte le particolarità del giuoco sono state con grande avvedimento e giudizio compartite e aggiustate.

E per condurmi con la maggior chiarezza ch' io possa al mio fine, comincio a considerare come, essendo un dado terminato da 6 faccie, sopra ciascuna delle quali, gettato, egli può indifferentemente fermarsi, 6 vengono ad essere le sue scoperte e non più, l'una differente dall' altra. Ma se noi insieme col primo getteremo il secondo dado, che pure ha altre 6 faccie, potremo far 36 scoperte tra di loro differenti, avvenga che ogni faccia del primo dado può accoppiarsi con ciascheduna del secondo, ed in conseguenza far 6 scoperte diverse; onde è manifesto, tali combinazioni esser 6 volte 6, cioè 36. E se noi aggiugneremo il terzo dado, perchè ciascheduna delle sue 6 faccie può accoppiarsi con ciascuna delle 36 scoperte delli altri 2 dadi, averemo, le scoperte di 3 dadi esser 6 volte 36, cioè 216, tutte tra di loro differenti. Ma perchè i punti de i tiri di 3 dadi non sono se non 16, cioè 3. 4. 5 etc. sino a 18, tra i quali si hanno a compartire le dette 216 scoperte, è necessario che ad alcuni di essi ne tocchino molte; e se noi ritroveremo quante ne toccano per ciascheduno, aremo aperta la strada di venire in notizia di quello che cerchiamo: e basterà far tale investigazione dal 3 sino al 10, perchè quello che converrà a uno di questi numeri, converrà ancora al suo sozzopra.

Tre particolarità si devono notare per chiara intelligenza di quello che resta. La prima è, che quel punto de i tre dadi, la cui composizione risulta da 3 numeri simili, non si può produrre se non da una sola scoperta, o ver tiro di dadi: e così il 3 non si può formare

4. Prima aveva scritto *sciorre;* poi corresse *scior.* — 16. La parola *onde* fu sostituita al seguente tratto, che si legge cancellato: *ed essendo le faccie del primo dado pur sei, e ciascheduna potente ad accoppiarsi con qualsivoglia delle 6 del secondo.* — 17. In luogo di *E* aveva scritto *Ma.* — 20. In luogo di *de i tiri* aveva scritto *delle scoperte.* — 21-25. In luogo di *tra i quali .... cerchiamo,* prima aveva scritto: *è necessario ora che* [e prima ancora, *segue ora che veggiamo ora*] *andiamo distribuendo* [e prima ancora, *distribuendo e investigando*] *le dette 216 scoperte differenti tra essi sedici numeri, ed investigando quante ne toccano per ciascheduno.* —

se non dalle 3 faccie dell' asso; ed il 6, quando si dovesse compor con 3 dui, non si farebbe se non da una sola scoperta. Seconda: il punto che si compone da i tre numeri, due de' quali sieno i medesimi e 'l terzo diverso, si può produrre da 3 scoperte: come, v. g., il 4, che nasce dal 2 e da li 2 assi, può farsi con tre cadute diverse; cioè, quando il primo dado scuopra 2, e 'l secondo e terzo scuoprano asso; quando il secondo dado scuopra 2, ed il primo e terzo asso; e finalmente quando il terzo dado scuopra 2, ed il primo e secondo asso. E così, v. g., l' 8, in quanto risulta da 3. 3. 2, può prodursi parimente in 3 modi: cioè, scoprendo il primo dado 2, e li altri 3 per uno; o scoprendo il secondo dado 2, ed il primo e terzo 3; o finalmente, scoprendo il terzo 2, ed il primo e secondo 3. Terza: quel numero di punti che si compone di 3 numeri differenti, può prodursi in 6 maniere. Come, per esempio, l' 8, mentre si compone da 1. 3. 4, si può fare con 6 scoperte differenti: prima, quando il primo dado faccia 1, il secondo 3, e 'l terzo 4; seconda, quando il primo dado faccia pur 1, ma il secondo 4, e 'l terzo 3; terza, quando il secondo dado faccia 1, e 'l primo 3, e 'l terzo 4; quarta, facendo il secondo pur 1, e 'l primo 4, e 'l terzo 3; quinta, quando facendo il terzo dado 1, il primo faccia 3, e 'l secondo 4; sesta, quando sopra l' 1 del terzo dado il primo farà 4 e 'l secondo 3.

Aviamo dunque sin qui dichiarato questi 3 fondamenti: primo, che le triplicità, cioè il numero delle scoperte de i tre dadi, che si compongono da 3 numeri eguali, non si producono se non in un modo solo; 2°, le triplicità che nascono da 2 numeri eguali e dal terzo differente, si producono in 3 maniere; 3°, quelle che nascono da 3 numeri tutti differenti, si formano in 6 maniere. Da questi fondamenti agevolmente raccorremo in quanti modi, o vogliam dire in quante scoperte differenti, si possono formare tutti i numeri de i 3 dadi, il che per la seguente tavola comodamente si comprende: in fronte della quale sono notati i punti de i tiri dal 10 in giù sino al 3 [1], e sotto essi le triplicità differenti, dalle quali ciascuno di essi può risultare;

4. Prima scrisse *si possono produrre;* poi, senza cancellare, a *possono* sovrappose *può.* — 6. In luogo di *scuoprano* prima aveva scritto *ciascuno.* —

[1] Dapprima nella tavola aveva notato, invece dei punti dal 10 in giù sino al 3, i punti dall' 11 sino al 18, e cioè l' 11 al posto del 10, il 12 al posto del 9, ecc., ma poi corresse.

accanto alle quali son posti i numeri secondo i quali ciascuna triplicità si può diversificare, sotto i quali è finalmente raccolta la somma di tutti i modi possibili a produrre essi tiri.

10		9		8		7		6		5		4		3		1 3
6. 3. 1.	6	6. 2. 1.	6	6. 1. 1.	3	5. 1. 1.	3	4. 1. 1.	3	3. 1. 1.	3	2. 1. 1.	3	1. 1. 1.	1	6
6. 2. 2.	3	5. 3. 1.	6	5. 2. 1.	6	4. 2. 1.	6	3. 2. 1.	6	2. 2. 1.	3					10
5. 4. 1.	6	5. 2. 2.	3	4. 3. 1.	6	3. 3. 1.	3	2. 2. 2.	1							15
5. 3. 2.	6	4. 4. 1.	3	4. 2. 2.	3	3. 2. 2.	3									21
4. 4. 2.	3	4. 3. 2.	6	3. 3. 2.	3											25
4. 3. 3.	3	3. 3. 3.	1													27
	27		25		21		15		10		6					108

Come, per esempio, nella prima casella aviamo il punto 10, e sotto di esso 6 triplicità di numeri con i quali egli si può comporre, che sono 6. 3. 1, 6. 2. 2, 5. 4. 1, 5. 3. 2, 4. 4. 2, 4. 3. 3 : e perchè la prima triplicità 6. 3. 1 è composta di 3 numeri diversi, può (come di sopra si è dichiarato) esser fatta da 6 scoperte di dadi differenti; però accanto ad essa triplicità 6. 3. 1 si nota 6 : ed essendo la seconda, 6. 2. 2, composta di due numeri eguali e di un altro diverso, non può prodursi se non in 3 scoperte differenti; però se gli nota accanto 3 : la terza triplicità 5. 4. 1, composta di 3 numeri diversi, può farsi da 6 scoperte; onde si nota col numero 6 : e così delle altre tutte. E finalmente appiè della colonnetta de' numeri delle scoperte è raccolta la somma di tutte: dove si vede come il punto 10 può farsi da 27 scoperte di dadi differenti; ma il punto 9 da 25 solamente, l' 8 da 21, il 7 da 15, il 6 da 10, il 5 da 6, il 4 da 3, e finalmente il 3 da 1: le quali tutte, sommate insieme, ascendono al numero di 108; ed essendo altrettante le scoperte de i sozzopri, cioè de i punti 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, si raccoglie la somma di tutte le scoperte possibili a farsi con le faccie de i 3 dadi, che sono 216. E da questa tavola potrà ogn' uno che intenda il giuoco, andar puntualissimamente compassando tutti i vantaggi, per minimi che sieno, delle zare, de gl' incontri e di qualunque altra particolar regola e termine che in esso giuoco si osserva, etc.

1. Tra *quali* e *son* si legge, cancellato, *è posto*. — 8. In luogo di *scoperte* prima aveva scritto *tiri*. — 15. In luogo di *è raccolta* prima aveva scritto *si nota e raccoglie*. — 18. Tra *tutte* e *sommate* si legge, cancellato, *scoperte*.

INTORNO LA CAGIONE DEL RAPPRESENTARSI AL SENSO FREDDA O CALDA LA MEDESIMA ACQUA A CHI VI ENTRA ASCIUTTO O BAGNATO.

Per l' Illustrissimo Sig. Piero Bardi de' Conti di Vernio.

È ben degno dell' acuteza dell' ingegno di V. S. Illustrissima il problema che l' altro ieri ella messe in campo, alla presenza di quei nobilissimi gentil' uomini che furono ad onorare il mio piccolo tugurio che tengo nella villa di Arcetri, e del quale mi domandò che io gli distendessi in carta la resoluzione, mentre che allora non era tempo d' interrompere, parlando, più giocondi ragionamenti. Farollo adesso, più per obedire al suo comandamento che per speranza che io possa arrecarne condegna sodisfazione.

La questione proposta da V. S. Illustrissima è, onde avvenga, che andando nella stagione caldissima per bagnarsi nel nostro fiume di Arno, essendosi spogliata e trattenendosi ignuda per qualche tempo in luogo ombroso in riva al fiume, dove non sente molestia alcuna nè di caldo nè di freddo, trattenendosi, come dico, ignuda e all' ombra, nell' entrare poi nell' acqua sente su 'l principio notabilissima e quasi intollerabile offesa di freddo; stata poi per qualche tempo nell' acqua, ed assuefatta, per così dire, alla sua temperie, va comportando tal freddeza assai temperatamente; uscita poi dell' acqua e venuta su la medesima ripa ombrosa, dove da principio stette in dolce temperie di aria, sente ora estremo rigore di freddeza, e tale

1-4. Nei codici in capo a questa scrittura si legge: *Per l'Illustrissimo Sig. Piero* [*Pietro,* A, B] *Bardi de'* [*di,* A, B] *Conti di Vernio. Discorso* [*Discorso* manca in M] *di Galileo Galilei.*
6. *ella mise,* A, B — 7. *nobilissimi uomini,* M — *ad ornare il,* A, B — 8. *ch' io tengo,* M — 10. *parlando, i più,* G, M — 13. *avenga,* G — 19. *quasi insopportabile offesa,* M — *freddo, e stata,* M — 21. *tal freddo,* A, B — *dall' acqua,* A, B —

che l' induce a tremare assai gagliardamente; ma se di lì torna a rigettarsi nell' acqua, sente la temperie d' un bagno più tosto caldo che altrimenti, onde la medesima acqua, con l' intervallo di breve tempo, se gli rappresenta ora molto fredda e ora assai calda; ed uscendone di nuovo fuora per andare a vestirsi, gli è forza grandemente tremare. Si ricerca adesso la cagione del rappresentarsi al nostro senso la medesima acqua, e nel medesimo luogo, gratamente calda, che poco avanti parve grandemente fredda.

La questione veramente è assai bella e curiosa; e volendone investigare la ragione e conseguirne scienza, andrò proponendo quei principii e manifeste nozioni dalle quali cotale scienza depende, mostrando con l' esempio del presente progresso quanto sia vero il detto di Platone, che la nostra scienza non è altro che una certa ricordanza di proposizioni da noi benissimo intese e per sè stesse manifeste. Queste proporrò io ordinatamente, e da lei e da ogn' altro so che saranno conosciute per vere e note.

Dico per tanto, che se io domanderò a qualunque si sia, di senso e d' intelletto anco meno che mediocre, se mettendo egli la mano in un vaso pieno di acqua, che per lungo tempo sia stato in una stanza ombrosa, ei sentirà l' acqua molto più fredda che l' aria della medesima stanza, so che risponderà di sì, e ciò non per mia dottrina, ma per sua propria cognizione. E se, nel secondo luogo, io gli domanderò, se una quantità di acqua stata lungamente in luogo ombroso parrà al mio senso assai più fredda che altra acqua che per molte ore sia stata esposta a i più ardenti raggi del Sole estivo, e massime se ella sarà poco profonda, sono parimente sicuro che ei risponderà, tal proposizione esserli manifestissima senza alcuno insegnamento di altri. E se, nel terzo luogo, io l' interrogherò, se egli stima che una quantità di quell' acqua scaldata dal Sole, trasferita nella stanza ombrosa, si raffredderà, ed anco in breve tempo se ella sarà in poca quantità, non è dubbio che egli come cosa notissima l' affermerà.

Passiamo ora avanti: ed essendo che l' eccesso del freddo d' una quantità di acqua sopra il freddo dell' aria posta nel medesimo luogo è grandissimo, assegni V. S. quel numero che più gli piacerà de i

1. *di là,* A, B — 6. *rapresentarsi,* G — 10. *la cagione,* M — *consequire,* M — 11. *scienzia,* G — 14. *intese, per,* M — 18. *ancora meno,* A, B; *anche meno,* M — 24. *che l' acqua,* M — 25. *massimamente,* M — 31. *come notissimo,* A, B —

gradi di freddo all' acqua, e quale gli piacerà all' aria; ed abbia, per esempio, l' acqua 20 gradi di freddo, e l' aria ne abbi 4. È ben noto a ciascheduno che tra 20 e 4 cascano altri numeri di mezo: ora, all' acqua del fiume che in poca profondità viene scorrendo sotto i raggi del Sole, e che, per consequenza, riscaldata in parte, ritiene manco di 20 gradi di freddeza, gliene assegni, v. g., 10; là onde, benchè men fredda dell' acqua ombrosa, ella però è più fredda dell' aria opaca, il cui freddo fu posto solo 4 gradi. Consideri adesso V. S. come, constituita ignuda nell' aria ombrosa, che solo ha 4 gradi di freddo, si trova in tal temperie, che entrando nell' acqua, la quale, benchè assolata, ha tuttavia 10 gradi di freddo, sentirà notabile offesa sopra quella che sentiva dall' aria. Consideri poi come, uscendo dopo qualche tempo dell' acqua assolata, entra nell' aria ombrosa, ma bagnata e coperta da uno sottil velo di acqua, il quale, per sua concessione, prestissimo si raffredda e si riduce a 20 gradi di freddeza, che è quella che si è assegnata all' acqua posta in luogo ombroso. Trovasi dunque in tale stato circondata da 20 gradi di freddeza: ben dunque è per sè stesso manifesto, che se ella allora si getterà nell' acqua assolata, spogliandosi 10 gradi della freddeza che la circonda, goderà una temperie assai grata, cioè quella dell'acqua assolata.

Ridotto dunque tutto il discorso in brevi parole, scorgesi, tale diversità derivare dalle due differenti relazioni: cioè che nella prima entrata nell' acqua ella si parte dall' aria che ha poca freddeza, cioè 4 soli gradi, ed entra nell' acqua, la quale, in comparazione dell' aria, ne ha molta, cioè 10 gradi; ma nel secondo ingresso ella si trova circondata da 20 gradi di freddeza (chè tale è l' acqua posta in ombra, della quale ella è bagnata, e che, per la sua sottiglieza, repentinamente, posta in ombra, si raffredda), ed entra nell'acqua assolata assai men fredda.

1. *gli pare all',* A, B, M — 4. *sotto a' raggi,* M — 6. *di freddo,* B — *assegnamo,* M — *assegni gradi 10,* A, B — 8. *adesso come,* A, B, M — 11. *assolata, abbia tutta via,* M — 12. *quello che,* G, B — *dell' aria,* G — 13. *dall' acqua,* A, B — 14. *coperta d' un,* A, M; *coperto di un,* B — 15. *di freddo,* A, B — 17. *di freddo,* M — 24. *e entrerrà,* M — 29. *fredda etc.,* M —

PROBLEMI.

Problema Primo.

Per che cagione, volendo un nuotatore star fermo e a galla su l' acqua, sia necessario ch' ei stia supino, con le gambe aperte, con le braccia distese sopra 'l capo, e intirizzito.

La cagione del problema è questa. Volendo il nuotatore star a galla e fermo, bisogna ch' ei cerchi di farsi nell' acqua più leggieri ch' ei può: e questo gli succederà ogni volta ch' ei s' accomoderà in tal modo, che del suo corpo ne resti sommerso più che sia possibile, perchè un peso di tanto divien più leggieri nell' acqua, di quanto pesa tant' acqua uguale in mole alla parte demersa di esso peso. Ora il nuotatore stando nell' acqua supino, viene a farsi in essa leggierissimo, perchè, dalla bocca e piccola parte del viso in fuori, tutto 'l resto del suo corpo resta immerso; che se in altra positura ei si accomodasse, v. g. bocconi o per lato, non gli riuscirebbe lo stare a galla senza muoversi, perchè tanto si sommergerebbe, che cacciando la bocca sott' acqua, per non poter respirare andrebbe a risico d' affogarsi. Inoltre gli è necessario ch' ei tenga le gambe aperte assai, perchè, essendo il nostro petto, per l' aria che in esso si racchiude, mercè de' polmoni grandi assai, molto più leggiero nell' acqua che le cosce e le gambe, che son massiccie e piene, non bisogna che il nuotatore le tenga strette ed unite, perchè il lor centro di gravità cascherebbe assai lontano dal petto, onde sarebbe sforzato il nuotatore, per la leva e bricollo delle gambe e cosce, a dirizzarsi, nè potrebbe stare a diacere; dove che, se le terrà aperte e separate, il lor centro della gravità verrà più vicino al petto, e così gli faranno manco leva. Bisogna ancora ch' ei tenga le braccia distese sopra 'l capo, perchè, tenendole così, viene a contrapesare il peso delle gambe e delle cosce; che se le tenesse accosto a i

fianchi, aiuterebbe, col peso delle braccia, le gambe e le cosce a farlo dirizzare e tirarlo giù. Ed in ultimo gli conviene star con la vita intirizzita, sì che ei venga a far del suo corpo un composto solo, perchè se si abbandonasse e si lasciasse andare, le braccia e le cosce e le gambe, essendo più gravi del petto, anderebbero al fondo, e seco tirerebbero il nuotatore.

Problema Secondo.

Uno va per bagnarsi in Arno: si spoglia e si mette a sedere all' ombra; stando così, sente un fresco comportabile e temperato; entra poi nell' acqua, e gli par di sentirla assai fredda; statoci un pezzo, ne esce, torna all' ombra, e sente un freddo estremo; di nuovo si tuffa nell' acqua, e dove la prima volta gli parve molto fredda, la seconda gli apparisce più tosto temperata e calda: si domanda adesso la cagione di tal diversità.

Il problema si risolve così. Noi abbiamo in una stanza una tinozza piena d' acqua, e ci è stata, v. g., 15 dì: vien uno, si spoglia e entra nella tinozza: chiara cosa è ch' ei sentirà assai più freddo in quell' acqua, ch' ei non sentiva innanzi ch' ei vi entrasse; dal che si può concludere che, stando l' aria e l' acqua in un medesimo luogo, cioè ad un istesso caldo o ad un istesso freddo, sempre l' acqua apparirà assai più fredda dell' aria. Diciamo adunque che de i gradi di freddezza, de' quali l' aria ne ha, per esempio, 2, l' acqua ne abbia 10: adunque un' altra acqua che ne abbia 6 soli, apparirà fredda in comparazione dell' aria che ne ha due, ma ben calda in relazione all' acqua che ne ha 10. Ora, stante questo, colui che si va a bagnare in Arno, mentre sta ignudo all' ombra, gode il fresco temperato dell' aria, che ha due soli gradi di freddezza; ma quando entra nell' acqua d' Arno, sente la freddezza sua, che è di 6 gradi (di 6 gradi, dico, e non di 10, perchè il Sole ardente, che l' ha percossa per lo spazio di molte miglia, glie ne viene aver levati 4); e però in rispetto dell' aria, che ne ha due soli, gli pare assai fredda. Esce poi costui d' Arno e torna all' ombra, bagnato e coperto da un sottilissimo velo d' acqua, la quale, per esser pochissima, non sì tosto è condotta sotto l' albero all' ombra, che viene ad acquistare i 4 gradi di freddezza toltigli dal Sole, onde, di 6 ch' ella ne aveva innanzi, si riduce ad un tratto ad averne 10, sì che colui che si bagna non sente più sei gradi di freddezza, ma 10: e però mentre sta sotto l' albero bagnato, sente freddo estremo. Ma se ritorna poi a tuffarsi, entra nell' acqua, che ha 6 gradi soli di freddezza; onde perdendo 4 gradi di freddo, gli pare di esser entrato in un bagno temperato.

14. *dì freddezza; vien* [*freddezza* è aggiunto d' altra mano] — 28. *sottilissimo velo velo d' acqua* —

Problema Terzo.

Si domanda la causa onde avvenga che il nuotare arrechi grandissimo affanno a i nuotatori, non ostante che e' siano leggerissimi nell' acqua, onde per ogni piccola forza facilmente per essa si muovono.

Si risponde che non è la forza, che si fa per nuotare, quella che arreca l' affanno grande a chi nuota, ma l' avere a tirar sott' acqua buona quantità d' aria, mediante la necessità del respirare: il che si dichiara così.

Io piglio un pallone, e lo voglio gonfiar col mio fiato; piglio un cannello di canna, lo metto nell' animella, e comincio per quello a soffiar nel pallone: certo è, che se detto pallone non sarà circondato da altro che dall' aria, assai facilmente mi riuscirà il gonfiarlo; ma se piglierò poi il medesimo pallone sgonfio e lo metterò in un vaso grande, pien d' acqua, e vorrò poi gonfiarlo tenendolo in essa sommerso, chiara cosa è che durerò una gran fatica, perchè mi converrà alzar tanta acqua col fiato, quanta è l' aria ch' io caccio nel pallone. Ora, colui che nuota, non attrae, col respirare, l' aria nel petto, stando circondato da aria, dove con pochissima fatica il nostro petto si gonfia; ma deve respirare e tirar l'aria sott' acqua, della quale tanta mole ne viene ad alzare, ogni volta ch' ei respira, quanta è l'aria che respirando ei manda nel petto, i muscoli del quale, non essendo usi ad un esercizio tanto laborioso, grandemente s' affaticano: e di qui procede l'affanno grande del nuotatore. A questo si può aggiugnere ancora, che essendo per avventura i medesimi muscoli quelli che aiutono a muovere le braccia nel nuotare, gli si viene a raddoppiar la fatica; onde, e per questa e per quella dell'aver a tirar l'aria sott' acqua, cagionano a chi nuota l' affanno che aviamo detto.

Problema Quarto.

I funambuli, tenendo un' asta lunga in mano, facilmente camminano e ballano su la corda, e senz' essa con gran difficultà a pena ci possono camminare. Si domanda ora che aiuto gli porga la dett' asta.

La soluzione del presente problema depende da tre verissime proposizioni. La prima è tale. Io ho un pezzo di trave, e lo drizzo a perpendicolo sopra terra; drizzato ch' io l' ho, veggo che non vuole stare altrimenti in piedi, ma che comincia a inclinare, per cadersene disteso in terra: allora, se io, che lo vedo ca-

9. *per quello a gonfiar nel —*

dere, lo soccorro subito, con ogni piccola forza lo terrò che non vadia giù e lo tornerò a drizzare, cosa che non così facilmente farei se lo soccorressi quando e' fusse vicino a distendersi in terra. Da questa prima proposizione se ne cava la seconda, che è questa. Uno per passare un fosso è necessitato di camminar sopra un ponte strettissimo, qual sarebbe un tronco d'un albero o un pezzo di tavola larga $^1/_4$ di braccio: ora, se costui averà, nel passare, qualche ritegno o appoggio, ben che minimo, sul quale ei possa reggersi quando si sente barcollare, facilmente passerà il fosso, perchè, come aviamo detto nell'esempio della trave, basta ogni piccola forza o resistenza per tener in piedi una cosa che accenni di voler cadere. La terza proposizione è, che con assai maggior prestezza e velocità si vibra e si scuote un pezzo di legno corto con la mano, che non si fa un'asta molto lunga. Ora, il funambulo, a guisa di quello che ha da passare il fosso pel ponte stretto, ha da camminare sopra una corda, sì che se e' non avesse qualche appoggio, quando e' si sente vacillare, cascherebbe facilmente in terra: ma egli ha l'appoggio, e questo glielo porge l'asta lunga che porta in mano; perchè, quando ei si sente piegare e andar giù da una banda, egli s'appoggia ed aggrava dalla medesima su l'asta, la quale, per esser molto lunga, con gran lentezza si muove alla forza che gli vien fatta; sì che non così tosto ella comincia a muoversi, che il funambulo, al quale basta ogni minimo appoggio per riaversi, si è già riavuto e raddirizzato.

Problema Quinto.

Quelli che giocano alla ruzzola, mediante il filo col quale la cingono tre o quattro volte, fanno tiri assai più lunghi che non farebbero senza quel filo: si domanda la causa di questo; ed appresso si ricerca perchè con assai minor velocità vadia la ruzzola quando è in aria, che quando tocca terra, dove velocissimamente si muove.

Così risolverassi il problema. Io ho una girella, forata nel centro e infilzata 'n un perno; gli do su con una mano e la fo girare su quel perno velocissimamente; or, mentre ch'ella gira, la fo uscir del perno e cadere in terra per taglio: che farà questa girella? Certo che, in virtù del moto ch'io gli diedi quand'ell'era impernata, subito ch'ella arriverà in terra, comincerà a camminare: sì che quel moto ch'io gli diedi, di girare in sè stessa, è cagione ch'in terra ella giri e cammini. Ora, quelli che giocano alla ruzzola, la circondano tre o quattro volte con un filo e poi la tirano, e in quell'istante ella si svolge dal filo con somma prestezza, e per conseguenza viene ad acquistare un moto velocissimo in sè stessa; onde quand'ella arriva in terra, va velocissimamente, non tanto per la forza datagli dal braccio del tiratore, quanto in virtù della veloce circonvoluzione ch'ella

ha acquistato nello svilupparsi dal filo. Ma quelli che tirano senza filo, non danno alla ruzzola il vantaggio del girarsi in sè medesima, ma la mandano solamente con la forza del lor braccio; e però tirano manco che se tirassero col filo.

La causa poi perchè la ruzzola vadia con minor velocità mentre cammina per aria che in terra, è perchè in aria ella va solamente con la velocità datagli dalla forza del tiratore, e in terra cammina per la medesima forza e in virtù della vertigine veloce in sè stessa ch' ella aveva innanzi che arrivasse in terra: la qual vertigine in aria non opera nulla, perchè, essendo l' aria tenue e sottile, cede facilmente al girar della ruzzola, la quale, non trovando alla sua revoluzione intoppo alcuno, non ha occasione di scorrere avanti con più velocità di quella che gli dà il braccio di chi la tira; ma, come ell' arriva in terra, ch' è ruvida e scabrosa, trova moltissimi intoppi, ne' quali, nel girare, ell' urta e si risospigne a dietro, onde gli è forza di scorrere avanti velocemente non solo per la forza di chi la tira, ma ancora in virtù del suo volgersi in sè medesima.

Problema Sesto.

Due altri problemi hanno dependenza dal precedente: in uno de' quali si cerca, perchè quelli che giocano alla palla, tanto difficilmente rimettino le palle che gli son mandate trinciate; e nell' altro si domanda, perchè, giocando alcuni alle pallottole in una strada disuguale e sassosa, piglino la palla per di sopra con la mano, dove, giocando in un pallottolaio piano e pulito, la piglierebbero per di sotto.

Il primo problema si risolverà così. Colui che vuol trinciar la palla al compagno che gioca seco, gli dà, con la mestola o con la racchetta, per di sotto in tal modo, che, mandandola innanzi verso 'l compagno, gli dà facultà di girare all' indietro in sè medesima: sì che quando ell' arriva in terra, viene a fare, mercè di quel girar all' indietro, il balzo verso colui che l' ha mandata, o almeno balza pochissimo verso quello che aspetta di rimetterla, il quale, giudicando il balzo dover esser verso di lui assai più lungo, attende la palla troppo di lontano e resta ingannato e deluso. Similmente non la rimetterà di posta, perchè, non essendo la palla affatto liscia e pulita, ma avendo qualche risalto e scabrosità, viene, nel girare all' indietro per aria, a pigliar vento, onde la sua velocità alquanto si ritarda; sì che colui che la vuol rimetter di posta, l'aspetta prima ch' ella non arriva, e, pensando di coglierla, gli tira e fa il colpo vano.

La resoluzione del secondo problema è tale. Quelli che giocano alle pallottole per una strada sassosa, non possono, tirando la palla per terra, aggiustar bene il colpo, per li molti intoppi che troverebbe la palla; ma son necessitati, a guisa di quelli che fanno alle piastrelle, di procurare d' avvicinarsi al lecco, tirando di

posta. Ma perchè la palla non fa l' effetto della piastrella, che subito ch' ell' arriva in terra si ferma, è necessario che quelli che giocano trovin modo di fare che la palla si muova manco che sia possibile dal luogo dove la tirano: ma questo gli succede col tirare, presa la palla per di sopra, perchè così, mentre che ella è in aria, viene a girare in sè medesima all' indietro, cioè verso chi la tira, e quando ell' arriva, perchè la forza di chi l' ha tirata la farebbe trascorrere innanzi troppo e allontanarsi dal lecco, il moto ch' ell' aveva in sè stessa vien quasi a contrapesare la detta forza, onde la palla o si ferma o pochissimo trascorre innanzi. Ma quando poi si gioca ne i pallottolai ben netti e puliti, si può benissimo aggiustare il colpo tirando la palla per terra, onde non è necessario il pigliarla per di sopra.

Problema Settimo.

Si domanda la cagione perchè le trombe che si adoprano per cavar acqua de i pozzi, non alzino l' acqua se non insino ad una certa e determinata altezza.

La cagione di tal effetto depende da questo. Io piglio un pezzo di catena di ferro, un capo della quale fermo gagliardamente a una trave, ed all' altro comincio ad attaccare del peso: chiara cosa è che quella catena, non essendo possente a reggere un peso infinito, finalmente, se io seguiterò a caricarla, si strapperà. Diciamo dunque che un peso, v. g., di mille libbre appunto la facci strappare. Ora, se in cambio di attaccare alla catena un peso di mille libbre, io la farò tanto più lunga che quel pezzo ch' io ci aggiungo pesi le mille libbre, certo è che quella catena si strapperà nè più nè meno che si strappasse prima con le cento libbre di peso: sì che il proprio peso della catena è abile a farla strappare. Ora l' acqua che si tira su per le trombe, si regge in sè stessa sino ad una tale altezza, sì come si reggerebbe la catena alla quale io aggiugnessi un pezzo che pesasse solamente 999 libbre; ma s' io vorrò far passare all' acqua quell' altezza, cioè s' io vorrò allungar più la sua mole, a guisa della catena alla quale io aggiugnessi un pezzo di 1000 libbre, si strapperà pel suo proprio peso, e non potrà passare altrimenti la detta altezza.

Problema Ottavo.

Io ho due lance del medesimo peso e lunghezza, cioè che tanto legno è in una che nell' altra; ma una di esse è piena e massiccia, e l' altra è incavata e vota, a guisa d' una canna: si domanda qual di queste due lance più difficilmente si scavezzerà e romperà.

Si risponde che la vota farà maggior resistenza nel troncarsi che non farà la massiccia, e tanto maggior quanto maggiore è il diametro suo di quello della

piena: il che si dimostrerà qui di sotto. Quindi è che la provida natura, dovendo far gli uccelli molto leggieri, acciò più facilmente si muovessero per aria, ma con le penne gagliarde, acciò potessero durare a volare, dette loro le penne delle ali, le quali son quelle che più dell' altre s' affaticano, di materia leggerissima, ma col calamo voto, acciò fussero gagliarde e resistenti al troncarsi; chè se con la medesima quantità di materia glie ne avesse fatte piene, assai più facilmente si potrebbero spezzare. E l' istessa industria ha osservato ancora in farli alcuni ossi, come quelli delli stinchi e delle cosce, i quali si veggono molto sottili, e questo per leggerezza dell' uccello, ma voti dentro, perchè e' siano più gagliardi. Ma qui potrebbe domandar uno, perchè la natura non ha fatto a' quadrupedi, e agli altri animali che camminano sopra terra, l' ossa delle gambe vote come quelle de gli uccelli, ma molto grosse e piene di midollo, come si vedono. A questo si risponderà, che i quadrupedi, ed altri animali che vanno sopra terra, andando sempre a pericolo d' urtar le gambe in sassi o altri intoppi, con risico di frangersi o schiacciarsi gli stinchi, era necessario che la natura glie ne facesse pieni e massicci, acciò non così facilmente si potessero schiacciare, perchè, pigliando l' esempio delle due lance, con più facilità si può schiacciar quella ch' è vota, che la piena. Ma gli uccelli, che vanno per aria, dove non hanno a temere intoppo alcuno, hanno gli stinchi e le penne dell' ali vote, e per leggerezza, e perchè nel moto, che fanno nel volare, faccino più resistenza a spezzarsi [1].

. . . .

. . . .

. . . .

Problema Nono.

Si domanda onde avvenga che un uovo rinchiuso tra le mani per punta, e stretto con grandissima forza, non si possa schiacciare.

Il presente problema facilmente si risolverà, premettendo come principii alcune vere proposizioni. La prima è, che sì come delle figure piane, e che abbiano il medesimo ambito, la maggiore è il cerchio, così anco delle figure solide, ed isoperimetre, la sfera è la maggiore e la più capace dell' altre. La seconda proposizione è, che la natura grandemente aborrisce il vacuo, onde in essa e' non si dà

5. *gagliardi* — 25. *un vuovo*; e così *l'uuovo* (pag. 605, lin. 4), *dell'uuovo* (lin. 9), e tutte le altre volte che tale parola ricorre in questo Problema. —

[1] Vincenzio Viviani nella copia scritta di sua mano avverte a questo punto: « Qui appresso nell' originale del Sig. Vincenzio [*Galilei*] séguita una faccia bianca, m'immagino per scrivervi la dimostrazione di questa proposizione ». Cfr. lin. 1 di questa stessa pagina.

se non con somma violenza. La terza è, che l'aria si distrae e rarefà, cosa che non può far l'acqua nè altri umori. La quarta è, che prima s'arrende un poco il guscio d'un uovo, e poi si rompe. Ora, da questi principii caveremo la resoluzione del problema. Imperochè, mentre che si preme l'uovo per lo lungo e si spingono le sue punte o estremità l'una contro l'altra, il suo guscio cede alquanto e s'arrende, sì che l'uovo, ch'è di figura oblonga, vien ad acquistar dello sferico, e, per conseguenza, si fa più capace (perchè, come aviamo detto, delle figure solide isoperimetre la sfera è la più capace); ma perchè la roba ch'è dentro dell'uovo non è cosa che si rarefaccia e si distenda per poter mantener pieno l'uovo, sarebbe necessario che il luogo che acquista l'uovo nel ridursi alla figura sferica, rimanessi voto. Ma la natura, che grandemente aborrisce il vacuo, repugna gagliardamente, e resiste per far che l'uovo non s'avvicini alla figura sferica, acciò, col diventar egli più capace e per non aver dentro cosa che lo possa riempiere, e per esser necessario che il suo guscio s'arrenda alquanto prima che e' si rompa, non si venga a dar il vacuo; quindi è che l'uovo non si può schiacciare. E per confermazione e chiarezza di questo pensiero, piglisi un uovo assai scemo, sì che dentro vi sia di molt'aria, e stringasi per lo lungo, chè al sicuro si schiaccerà; perchè l'aria ch'è dentro, seguiterà tanto a rarefarsi e distendersi, per mantener pieno l'uovo mentre, con l'avvicinarsi allo sferico, divien più capace, che il guscio, per non poter cedere ed arrendersi più, si verrà a rompere: ed il medesimo seguirà se faremo nel guscio ogni piccolo foro, sì che l'aria per quello possa entrare nell'uovo.

Problema Decimo.

Onde avviene che le stelle ci apparischino al senso immobili, con tutto che le camminino con somma velocità, sì che in brevissimo tempo le passano grandissimo spazio del cielo.

A tal quesito si risponderà così: che le stelle ci appariscono immobili nel medesimo modo che immobile si dimostra la lancetta dell'orivuolo. Perchè, se noi piglieremo un orivuolo, e l'accomoderemo in tal maniera, che prodotto il suo indice vada a ferire in una stella posta in oriente, e dall'altra parte di detto indice, che riguarda l'occidente, porremo l'occhio, vedremo che secondo che l'indice si va inalzando, la stella lo seguiterà, mantenendosi sempre nell'istessa linea retta dell'indice, nè mai accaderà che noi la veggiamo o sopra o sotto di esso, sì che ci parrà ch'ella si muova al moto dell'indice; il qual moto essendo a noi insensibile, insensibile ancora ci viene a esser quello della stella.

1. *se son con* —

Problema Undecimo.

Onde avviene che in tempo che sia nebbia, e la mattina a buon' ora, si veda intorno alle siepi grandissima quantità di ragnateli, dove che quando è tempo sereno, e nel mezzo giorno, non se ne vede pur uno.

Si vedono assaissimi ragnateli quand' è nebbia, perchè i fili di essi, che sono, per la lor somma sottigliezza, invisibili, vengono ad esser ingrossati da un grandissimo numero di stille minutissime d' acqua, componenti la nebbia, che ci si posano su; onde si fanno visibili, e ci appariscono come tante filze piccolissime di perle. E per quest' istessa ragione se ne veggono ancora in gran quantità la mattina a buon' ora, perchè l' istesso effetto che cagionano in essi le minute stille della nebbia, lo cagionano anco le stille della rugiada, la qual gli cade sopra la notte; onde poi la mattina si veggono quei fili carichi delle dette stille, le quali, insino che il Sole non le consuma, son causa che noi veggiamo tanta gran quantità di ragnateli.

Due altri problemi hanno dependenza da questo. Il primo è tale.

Problema Duodecimo.

Onde accade che alcune volte doppo una nebbia scoprendosi il Sole, le foglie di viti ed altre frondi divengono aride e si seccano.

La cagione di tal effetto è questa. Si posa (mentre dura la nebbia) su le foglie delle viti una grandissima quantità delle sopradette stille, che sono di figura rotonda e sferica perfettissima; si dissolve poi la nebbia e si scopre il Sole, i raggi del quale passando per quelle piccolissime sferette, percuote per refrazione la foglia che ad esse soggiace: sì che in quel modo che gl' istessi raggi, passando per una palla di cristallo o per una palla piena d' acqua, e percotendo su l' esca o sul panno o altra cosa simile, la riscaldano ed accendono, così anco, passando per quei piccoli globetti, vengono a riscaldar talmente la foglia, che la riardono e seccano affatto. Ma è da notarsi che non sempre accade questo: perchè se la nebbia durasse molto tempo, si verrebbero a radunar su le foglie tante di quelle minute gocciole, che si rammonterebbero una sopra l' altra, si confonderebbero insieme, e finalmente, perdendo affatto la figura sferica, si schiaccerebbero, onde

altro non apparirebbe su la foglia che un sottil velo d'acqua; ed in questo caso il Sole non fa in essa quell'effetto che fa mentre quelle gocciole ci son sopra intatte e intere.

Il secondo problema è questo.

. . . .
. . . .
. . . .

APPENDICE.

Per cavar da un medesimo tino il vino dolce e maturo e far che vi resti l'agro, si faccia empiere il tino d'uve, senza ammostare, in grappoli interi, e si lasci così stare qualche poco di tempo: che, sturando la cannella, uscirà vino maturo, che sarà quello de i grani dell'uve più maturi, spremuti dal peso e carico proprio de i grappoli, che sono i primi a scoppiare; e dopo che sarà uscito tal vino dolce, pigiando ed ammostando l'uve, ne uscirà il vino assai meno maturo, anzi assai agro, secondo però che l'uve per lor stesse saranno più o meno mature generalmente, etc. [1]

[1] Questo ricordo si legge nei Mss. Galileiani, a car. 5*r*. del Tomo CXXXV dei *Discepoli*, già citato a pag. 439, nota 1. In fine di esso ricordo il VIVIANI avverte: « Invenzione del Galileo, provata e riuscita, e insegnatami dal Sig. Senatore Andrea Arrighetti ».

FRAMMENTI DI DATA INCERTA.

Nell' arte navigatoria.

Quale sia l' uso del timone, e come con esso si volga il vassello con tanta facilità.

Come si possa col medesimo vento navigare in parti contrarie.

Come navigando a orza si mantenga il navilio dritto verso 'l luogo dove si desidera arrivare.

Perchè faccia più viaggio una galera con vento assai mediocre, che a remi, benchè mossa con la forza di 300 e più forzati.

Se sia vero quello che dice Aristotele, cioè che più gagliardamente spinga la vela quanto più è alta; e se ciò avviene per la ragione addotta da esso, e presa dalla leva. E se sia vero che quelli che vogano a mezza galera, voghino più che gli altri a poppa o a prua, parimente per ragione della leva.

Cercare con qual proporzione cresca la velocità del moto, crescendo il numero di quelli che vogano; sì che, essendo in galera 300 schiavi e facendo 3 miglia per ora, quando vogano 100, quante miglia si farà, o quando vogheranno 200, etc.?

Perchè (sì come è in proverbio) impedisce più uno che sia, che non aiutano quattro che voghino.

Se sia possibile guadagnare contro al vento, o almeno trattenersi senza esser rispinti in dietro, e come.

Osservar con l' occhiale se sopra 'l mare si veggono ascendere i vapori o esalazioni come sopra terra [1].

Ragione de' funambuli.

Perchè nel nuotare si stracca il petto e si affanna la respirazione.

Onde avvenga che andando l' estate a bagnarsi, l' acqua del fiume pare freddissima; ma se alquanto dopo si esce fuori, si sente freddo grandissimo; e ritornando nel medesimo fiume, l' acqua che prima parve freddissima, si sente calda.

Con quale artifizio alcuni nuotatori si distendano supini sopra l' acqua, e quivi restino, senza punto muoversi, a galla.

Qual muovimento facciano i pesci per nuotare, e come sia falso che per tale effetto si servano delle alette che hanno sotto la pancia.

Del camminar delle serpi.

Del volar degli uccelli, e qual sia l' uso delle penne della coda in questa operazione, e come essa coda non gli serve per timone, e qual parte del corpo faccia l' offizio del timone.

Errori d'Aristotele nel libro *De incessu animalium:* dove si mostra,

prima, che è falso che i quadrupedi non possano levar da terra nel medesimo tempo li due piedi dalla medesima banda, cioè l' anteriore e 'l posteriore, destri o sinistri;

mostrasi, essi quadrupedi muovere le gambe in tutti i modi possibili a combinarsi;

mostrasi l' errore d'Aristotele, mentre scambia il calcagno nel ginocchio, e 'l carpo nel gomito.

Erra parimente nel dire che le flessure delle braccia e delle gambe nell' uomo siano contrarie a quelle degli altri bipedi e de i quadrupedi; ma sono in tutti le medesime.

Che i tendini de' muscoli fanno maggior forza i lunghi che i brevi.

---

[1] Mss. Gal., Par. VI, T. III, car. 60*r.* e *t.*, di mano del VIVIANI, il quale in capo al foglio nota, in matita: « Da un mezzo foglio scritto di mano del Galileo ».

Esperienze varie per misurare la forza della percossa.

Con quale artifizio si navighi quasi diametralmente contro al vento, guadagnando con lo star su le volte.

Dell' uso de' remi.

Del navigare a orza.

Quanto puerilmente erri Aristotele nell' assegnar la cagione, perchè la vela posta più alta spinga maggiormente il vascello.

Vela, benchè piccola, posta altissima, giova a sostenere la nave che vadia alla banda.

Perchè ne i luoghi montuosi sono più frequenti le tempeste e le varie perturbazioni dell' aria.

Se la cagione de' tremoti si deve stimare esser sopra o sotto terra.

Onde avvenga che il reflusso prima cominci a i Due Castelli che a Venezia.

Perchè le aste lunghe, lanciate, facciano maggior colpo.

Perchè per far diversi effetti si ricerchino diverse grandezze di martelli e lunghezze di mánichi.

Quando si voglia ficcar l' asta nel maglio, meglio succederà percotendo l' asta in terra, lasciando il maglio libero, che se altri brancasse il maglio con la mano e percotesse con l' asta in terra.

Una palla molto grave, posata sopra un piano, e che, percossa dal vento gagliardo, non gli ceda nè si muova, se la medesima sarà mossa sopra quel piano sì che riceva il vento ad angoli retti, gli cederà, deflettendo verso la parte che il vento la caccia.

Qual sia la ragione che le trottole e le ruzzole, girate, si mantengano ritte; e ferme, no, ma traboccano.

L' uovo stretto fra le mani per punta, non si rompe.

Perchè la velocità cresce secondo il tempo, gli archi grandi e le ciarabottane e le canne d'archibuso tirano con più forza, avendo tempo d'accompagnare il proietto per più spazio.

Il colpo in materia cedente opera meno tanto, quanto è la ritirata del cedente.

Sagr. Forse per questo i nostri regattatori con canapi e traverse irridiscono le gondole, acciò la spinta del remo non si diminuisca nello sguindolare della barca, che per la sua sottigliezza è vergola.

Come il camminar di noi altri bipedi non sia a onde, ancorchè le gambe siano uguali e che si trovino diversamente inclinate sopra l'orizonte; dove par che Aristotele e Platone abbiano equivocato.

Inopinabil cosa parrà il sentire, come può essere che di una mole grandissima e gravissima, mentre precipitosamente descende al basso, si possa interporre quiete ed anco moto in contrario.

Le frecce e le aste lanciate, se non sono dirittissime, fanno poco colpo, e perchè. Vedo che ciò accada perchè, se nel percuotere si deve togliere tutta la velocità del percuziente, allora la percossa è massima; ma se, nel percuotere, la velocità del percuziente si scema in parte, la percossa resta più debole perchè depende non da tutta la velocità, ma da quella parte che rimane, cioè dall'eccesso della prima intera velocità sopra la parte detratta.

Le freccie e le aste che non siano diritte, non camminano dirittamente, ma fanno obliquo viaggio, mediante l'obliquo incontro dell'aria, che le piega a orza.

Esperienza d'Archimede falsa intorno alla corona di Ierone, con l'esplicazione della bilancia per trovare i pesi delle diverse materie.

Principia Aristotelis.

1. Propter quod unumquodque tale.
2. Si de quo magis, ergo et de quo minus.

3. De quolibet verum est affirmare vel negare.
4. Omne agens in agendo repatitur.
5. Nemo dat quod non habet.
6. Natura non aggreditur facere quod impossibile est esse factum.
7. Quae conveniunt uni tertio, conveniunt et inter se.
8. Ex nihilo nihil fit; immo si quid fit, fit ex nihilo.

Se quello sopra 'l quale si vuol percuotere cederà al percuziente con pari velocità della sua, la percossa sarà nulla. La forza dunque della percossa vien misurata dall' eccesso della velocità del percuziente sopra la cedenza del percosso. Quindi è che le frecce e le zagaglie torte fanno minor colpo, perchè il centro della loro gravità non rispondendo alla cuspide per la linea del moto, non cessa di proseguire alquanto, torcendosi da vantaggio l' asta lanciata; sì che il moto di esso centro detrae parte della velocità della cuspide che percuote.

Come senza offesa del pazziente se gli rompa sul corpo una grandissima pietra con un grossissimo martello.

Rompesi un' asta con la percossa d' un pugno.

Rompesi una mazza posata su due bicchieri senza rompergli.

Strappasi una corda attaccata ad una gran pietra, pendente da una simil corda....

Dell' operazioni de' remi, e come la forza de' remiganti non s' impiega tutta nel tirar il remo, mentre la barca scorre.

Perchè i banchi nella galera s' accomodino ad angoli obliqui.

Qual sia l'uso della piccolissima vela posta sopra la gaggia della nave.

La forza che muove non s' impiega tutta se non applicata al mobile mentre è fermo; ma quando esso ancora ha concepito il moto, l' eccesso della virtù movente è quello che solamente lavora. Di qui avviene che mentre la carrozza è ferma, sforzo maggiore bisogna che faccino i cavalli per sbarbarla, come si dice, di quello che fanno poi nel conservarla in moto.

Da porsi nel titolo del libro di tutte l' opere: *Di qui si comprenderà in infiniti esempli qual sia l' utilità delle matematiche in concludere*

circa alle proposizioni naturali, e quanto sia impossibile il poter ben filosofare senza la scorta della geometria, conforme al vero pronunciato di Platone.

Se a un peso massimo, pendente da una corda, si aggiugnerà per fianco qualsivoglia altro minimo peso, questo alzerà il massimo, essendo che il piccolo scende per un arco verso il contatto etc., ed il massimo ascende per la circonferenza; dal che ne seguirà che la sua salita sia secondo qualsivoglia proporzione minor della scesa del piccol peso.

Col misuratore del tempo si possono numerare le vibrazioni, tenendo il filo in mano come se fusse legato a un luogo stabile; e preso il tempo, con la mente si numereranno senza errore, benchè non si vegghino, le vibrazioni.

Assai manco si salterebbe a piè giunti se minor fusse la lunghezza del piede, e forse il salto sarebbe nullo se si posasse sopra le punte di due coni.

Un mobile non può aver impeto verso diverse bande: e però la ruzzola, andando velocemente, si sostien ritta; ed in fine, mancando la velocità per l'innanzi, comincia a piegare alla banda: e però il peso nelle pallottole lavora pochissimo quando quella si muove velocemente; ma ben lavora assai verso 'l fine del moto, dove egli è lento.

Quando la velocità è l'istessa ed uniforme, gli spazii passati hanno fra loro la medesima proporzione de' tempi; e quando il tempo è l'istesso e le velocità differenti, gli spazii passati son fra di loro come esse velocità. Quando dunque la velocità crescesse secondo la proporzione dell'allungamento del tempo, gli spazii passati crescerebbero con doppia proporzione di quella che cresce il tempo.

Volendo la natura far il cielo inalterabile etc., maraviglia è ch'ella non l'abbia fatto di sustanza tale che non lasci luogo di dubitare: ma, all'incontro, ammettono i filosofi trovarsi nel cielo qualità, dalle

quali più che da tutte l'altre si possa argumentare alterazione etc.; e queste sono il denso ed il raro, le quali appresso di noi sono cagione potissima di moltissime alterazioni, come di gravità e leggerezza etc.[1].

APPENDICE.

Del Sig.re Pier Francesco Rinuccini, datomi da esso doppo la morte del Galileo; di sua mano, come un saggio fatto ad instigazione del Galileo cieco, per introduzione all' esame sopra del trattato De incessu animalium, *che esso Galileo voleva fare*[2].

Nelle molte delizie per le quali si rende Napoli tra le altre città d'Italia ragguardevole, non sono di minore stima l'acque del Formale, le quali non solo alla sete degli abitanti con diletto soccorrono, ma quelli ancora mandono a torle, che e per diversi mari e per alpi diverse ne sono più che lontani, non perchè d'acque siano bisognosi, ma per di quelle abbeverarsi più saporitamente. Conservano queste credito per lunghezza di secoli; ed i Napoletani non pure godono di loro salubri purità e freschezza, ma di avere un sì ricco dono dalla natura se ne vanno sopra l'altre nazioni e gloriosi e altieri. Ora, se gli avvenisse che qualche valente empirico ritrovasse con sue distillazioni che le ritengono di qualche miniera che alla nostra complessione è nociva, con quanto ritegno bisognerebbe ch'egli ciò palesasse! quai romori da' paesani si leverebbono contro di lui, vedendo da tali non pensati distillamenti privarsi nell'avvenire del gusto che sin qui avevano goduto, ed esser loro stato messo nel capo uno scrupolo di aver colto, come si dice, co' fiori il serpente! Farebbe ben di mestiero all'alchimista averne più che certa e sicura la prova, per salvarsi dal furore del popolo, che di tante perdite in una perdita si dorrebbe. Non dissimile accidente sarà da temersi da chi che sia, che arrisicandosi a sottilmente esaminare i detti degli antichi filosofi, e sopra tutti quelli del *Maestro di color che sanno,* se si abbatterà a cosa ritrovarvi che sia lontana dal vero, tacerla più sarebbe forse a suo pro, e imparar da Cam e da Atteone esser sempre disvantaggioso di scoprir

27. *ritrovarvi che che sia* —

---

[1] Mss. Gal., Par. VI, T. III, car. 61r.-64r., di mano del VIVIANI, che in capo alla car. 61r. nota: « Di mano di M[esser] M[arco] A[mbrogetti], in 4°, da 4 facciuole »; e di fronte alle lin. 4-8 della pag. 612 avverte: « Di mano del Galileo », e di fronte alle lin. 23 e seg. della pag. 614 fino alla lin. 3 della pag. 615: « Di mano d'un servidore ».

[2] Intorno a questo appunto vedi l'Avvertimento.

l' altrui vergogne: ma se forza di verità gli sciogliesse la lingua, e la natura a vendicare i suoi oltraggi lo chiamasse, perchè negherà la voce che da lei ebbe, se ella al figliolo mutolo di Creso la rese, perchè il padre dell' imminente pericolo facesse avvertito? Dire è meglio, quando il fine è buono: e quale può essere o migliore o più lodevole, che scoprire un veleno che in una fonte pubblica si nascondesse, dove tutto il mondo corre a bere senza alcun riguardo? Tali sono gli scritti di Aristotile, cioè fontane esposte al pubblico, ove l' umano legnaggio a gara si lancia, per bere avidamente i dogmi filosofici. Laonde se altri scoprirà, quell' acque limpidissime, riputate pure e sincere, non esser del tutto da ogni immondizia purgate, molto mescolarvisi di fango, con quali strida sarà assalito, qual tumulto contro di lui, non meno da' fontanieri che da' bevitori, solleverassi? Maggiore al sicuro di quello che l' immaginazione possa rappresentare al pensiero. Sarà dunque lodevole tacersi dove con tanto rischio si ha da comprare la salute di chi ha per male il guarire? Non si ha da tacere. Mettiamo, dunque, alquanto dell' acqua peripatetica, e, distillatala, veggiamo se è così pura e netta, chente altri la ci ha dipinta. Pigliamo dov' egli tratta del camminare degli animali, e prima esaminiamo quel luogo dove del cavallo prende a ragionare.

Dice Aristotile che il camminare del cavallo non si fa, nè può farsi, altrimenti che movendo i piedi in maniera, che vengano come ad incrociarsi; cioè, a dirlo più chiaramente, che quando si muove, v. g., il piede diritto dinanzi, si muova di dietro nell' istesso tempo il manco: imperciocchè se il cavallo movesse tutti e due i piedi dall' istessa banda nell' istesso tempo, gli sarebbe forza cadere, mancandogli quell' appoggio del quale, per sostenersi ritto, l' ha provveduto la natura. Sin qui Aristotile; al quale dentro ogni termine di riverenza rispondendo, dimando così: Da qual cagione avete voi creduto esser derivato che voi non cascassi, ogni volta che voi vi mettessi a camminare? perchè io non credo che voi andassi per le strade soltanto a piè pari; e se voi non facevate così, o non vi facessi portare, vi era d' uopo, volendovi movere, muover prima l' uno dei piedi, cioè spogliare del suo sostegno interamente tutta quella parte, cioè cascare. Forse dal non cascare vi fiancheggiava la ragione, della quale sono manchevoli i cavalli? Oh se questa vale a poter trasgredire, movendosi, l' inviolabil leggi della natura, perchè non ci moviamo noi o senza piegar le ginocchia, o posati sopra piano non sodo e stabile, ma per l' aria, o sulla superficie dell' acque, o sulle cime delle biade? Ma se egli, osservando gli animali, non istimò conveniente a uomo filosofo rivolger gli occhi in sè stesso, doveva almeno più attentamente fermarsi alla contemplazione di quelli; e se voleva insegnar come si movano i piedi d' un cavallo che si move, bisognava prima imparare in quanti modi si move. Se così faceva, avrebbe veduto che tal volta si muove con i piedi rispondentisi reciprocamente di traverso, come viaggiando egli aveva facilmente

21. *di dietro nell' istesso nell' istesso manco* — 28. *portare, ci era di scopo, volendovi* —

osservato; alle volte muove insieme i due dalla medesima banda, come quei cavalli che chinei o portanti sono chiamati; tal ora alzano quei dinanzi uniti, quasi per uniti strascinando quei di dietro, come nelle corbette addiviene; e sovente tutt'a quattro gli levano, e ciò quando vanno in capriole; talvolta ne leveranno anche un solo; e forse in altri modi: ma questi che si son detti mi pare che siano a sufficienza, acciò si vegga quanto sia alla verità contrario il detto di Aristotile circa il muoversi del cavallo. È forse vero che il cavallo caderebbe se movesse tutt'a due i piedi dalla medesima banda, e nell'istesso tempo, con intenzione di star fermo; e si vede che, così facendo, piega a quella parte e con lui fa piegare chi ci è sopra, e se l'aiuto degli altri duoi indugiassero, male ne avverrebbe: ma quel pronto soccorso rimedia ad ogni inconveniente. E nell'istessa maniera segue in tutti gli altri moti; talchè se Aristotile diceva: Al cavallo che vuole star fermo conviene tener tutt'a quattro i piedi in terra, a mio parere avrebbe detto bene, non potendo star ritto naturalmente in altra maniera: ma quando egli è in moto, la natura non gli ha limitato l'adoperar le gambe più in questa che in quell'altra guisa, come potrà veder chiunque si piglierà briga di andare a qualsivoglia cavallerizza, ed osservare in quanti modi muova, ad un fischio di bacchetta, il cavallo i piedi obbedienti, etc.

In numeris ab unitate consequentibus, summa cuiuslibet multitudinis ad aliam summam alterius multitudinis, si ab utraque dimidium maximi numeri auferatur, est ut quadratum multitudinis unius ad quadratum alterius multitudinis. Summa enim *ab* est 36; ablato dimidio 8, remanet 32: summa *ac* est 21; ablato dimidio 6, remanet 18: et 32 ad 18 est ut quadratum multitudinis *ab*, nempe 64, ad quadratum multitudinis *ac*, quod est 36 (1).

a 1
2
3
4
5
c 6
7
b 8

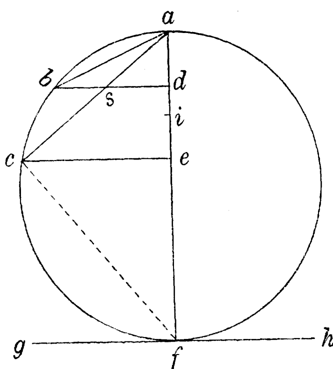
Quando si domanda che proporzione abbia il minor numero col maggiore, si dice un *sub:* come 7 a 3, *dupla sexquitertia;* domandato di 3 a 7, si chiamerà *subdupla sexquitertia.*

Per confrontar con i numeri le proposizioni del 2° libro, come della 4ª, si fa a questo modo. Sia una linea retta 8 palmi, per esempio; segata in qualsivoglia modo, verbigrazia che una parte sia 5 e l'altra sia 3, i quadrati della linea che è 5 e di quella che è 3 sono uguali alli rettangoli contenuti due volte dalle dette linee, cioè da 5 e 3: e si fa in questa maniera. Si raddoppiano i numeri di questi quadrati in sè stessi, come 5 vie 5 fa 25, e 3 vie 3, 9; 25 e 9 fa 34: così ha da tornare raddoppiando nel.... (2).

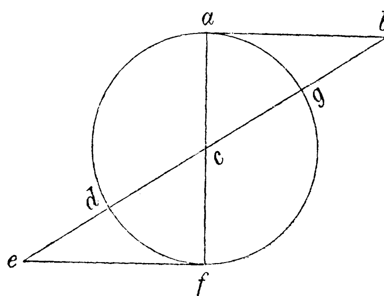
---

(1) Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 35*r*., di mano di Niccolò Arrighetti.

(2) Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 27*r*., di mano di Vincenzio Viviani. In capo al frammento si legge, pur di mano del Viviani: « Galileo Galilei ».

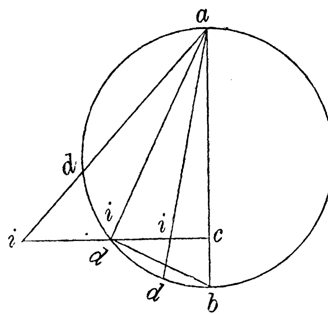


ab est media inter *ca, as:* nam rettangulum *càs* aequatur rettangulo *fad.* Si enim ducatur *cf,* erit triangulum *caf* simile triangulo *sad* [1].



Si ut *eb* ad *bd,* ita est *db* ad *bc,* erit ita *ed* ad *de;* et quia *eb* est dupla *bc,* erit □ *ed* duplum □ *dc* [2].

Sit *ic* perpendicularis ad diametrum circuli *ab;* ductaque a puncto *a* quaecumque linea circunferentiae et perpendiculari *ci* occurrens, ut *aid,* dico, rectangulum *dai* rectangulo *bac* esse aequale.



Si enim iungatur recta *db,* erit angulus in semicirculo ad punctum *d* rectus; estque angulus *c* quoque rectus, communis autem angulus ad *a:* ergo triangulorum aequiangulorum *dab, cai* latera erunt proportionalia, utque *ba* ad *ad,* ita *ia* ad *ac.* Ergo patet propositum [3].

Sit circulus, cuius diameter *ab,* et ipsi parallela tangens *ce,* et ex termino *b* quaelibet linea *bo* in circulo applicetur: dico, perpendi-

---

(1) Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 35*r.*, di mano di Niccolò Arrighetti.

(2) Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 158*r.*, autografo di Galileo.

(3) Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 58*r.*, di mano di Mario Guiducci. In capo al frammento leggesi la seguente nota, di mano di Niccolò Arrighetti: « haec prima propositio non est motus materia, et haec pagina est hic posita propter secundam ».

culares, quae a terminis *b, o* ipsi *bo* accomodantur, protractas, de linea *ce* partem diametro circuli aequalem semper intercipere.

Iungatur enim *ao,* et extendatur ad tangentem in *f,* quae ad *bo* erit perpendicularis, cui ex *b* parallela sit *be:* demostrandum, *fe* diametro circuli esse aequalem. Id autem constat, quia in parallelogrammo *abef* latera *ab, fe* opposita aequalia sunt, ex Elementis.

Vel dicas, quod ducta ex *o, og* parallela ipsi *ab,* et *bg* perpendiculari ad *bo,* abscindetur semper *og* aequalis diametro circuli; quod patet ex ∠^{is} *aob, obg* similibus et aequalibus [(1)].

□ *iae* esse omnium minimum *lab, oan, paf* etc., cum angulus *cax* bifariam sectus sit, pendet ex eo, quod angulus *aem* trianguli *aem* est aequalis angulo *aix* trianguli *aix* et, quod consequens est, minor omnium *alx, aox,* etc., et maior omnium *api, aci* etc.: probabitur ergo sic, □ *iae* esse minus □° *lab.* Cum enim angulus *ame* sit aequalis angulo *axi,* et angulus *mae* aequalis angulo *xai* (est enim angulus *a* bifariam sectus), ergo reliquus *mea* reliquo *xia* aequabitur: sed angulus *aem* maior est angulo *abe:* ergo 7 *ail* est maior 7 *eba.* Si igitur fiat 7 *ait* 7° *abe* aequalis, erit, ob triangulorum similitudinem, ut *ia* ad *at,* ita *ba* ad *ae,* et □ *iae* □° *tab* aequale: ergo □ *iae* est minus □° *lab.*

Similiter ostendetur, esse quoque minus □ *paf:* cum enim 7 *aef,* idest *ail,* sit maius angulo *api,* erit reliquus *afe* minor reliquo *aip;* si igitur constituatur *aiv* 7 ipsi *afe* aequalis, erit □ *vaf* □° *iae* aequale: ex quo patet propositum.

---

(1) Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 164*r.*, autografo di Galileo. Se ne ha copia di mano di Niccolò Arrighetti a car. 68*r.* dello stesso Tomo.

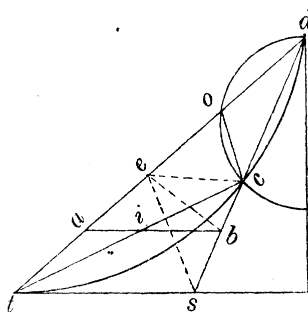
Demonstrabitur etiam, quod rectangula talia quae a lineis ex *a* ad lineam *cx* ductis et a linea *xm* sectis, ea quae fiunt a lineis viciniotibus ipsi *aei* semper minora sunt illis quae a remotioribus describuntur lineis.

Constat insuper, quod media inter *iae* est omnium mediarum minima, quae cadunt inter *paf, lab* etc.

Aliter brevius. Posito angulo *aeδ* aequali 7° *cam,* erit linea *eδ* parallela *am;* ergo perpendicularis ad *mx,* eritque aequalis *δa:* quare, centro *δ*, intervallo *δe,* circulus tanget *mx* in *e:* unde patet propositum.

Vide num *ya* ad *aʒ* sit ut *dc* ad *cz*[1].

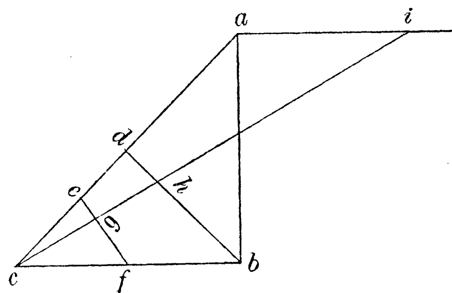
Sit *bd* media inter *sd, dc,* et centro *d,* intervallo *b,* secetur *de,* et per *b* ipsi *st* parallela *bia.*



Quia *ts* tangit, et *tc* secat, et *ba* est parallela *ts,* erit △ *ati* similis triangulo *tcd.*

Credo, angulum *sec* bifariam esse sectum per *eb.*

Angulus *tds* duabus circumferentiis *oc, ct* insistit; ergo illae sunt similes: et circumferentia *do* similis est *dct;* ergo ut linea *do* ad *oc,* ita *dt* ad *tc:* et quia □ *dsc* aequatur □ *st,* ergo ut *ds* ad *st,* ita *ts* ad *sc:* ergo △ª *dst, tsc* similia sunt, quibus et △ *odc, icb* similia sunt: quia est ut *sd* ad *de,* ita *de* ad *dc,* ergo △ *sde* similis est △° *dec,* et ut *se* ad *ec,* ita *sd* ad *de,* et ita est *sb* ad *bc:* ergo angulus *ces* bifariam secatur linea *eb*[2].



Sit triangulum rectangulum *abc,* et *ab* sit aequalis *bc,* et secetur bifariam *ac* in *d,* et connectatur *bd,* sitque *ai* ipsi *cb* parallela; positaque *ae* ipsi *ab* aequali, erunt *ca, ae, ad* continue proportionales. Secetur *cb* bifariam in *f* et connectatur *ef:* dico, quod si protrahatur

1. *Demontrabitur* — 8. *aequualis* — 13-14. *parallala* —

[1] Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 130*t.*, autografo di Galileo.

[2] Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 129*r.*, autografo di Galileo.

quaelibet linea ex puncto ad lineam *ai*, utputa *cghi*, esse proportionales *ci*, *ig*, *ih* [1].

Le parti quante nella linea terminata o sono finite o infinite: finite no, perchè la divisione non s' estenderebbe in infinito; infinite no, perchè la linea proposta sarebbe stata infinita in lunghezza. Dico, nè essere infinite nè finite, ma esser tante che rispondono ad ogni numero: e rispondendo ad ogni numero, non sono infinite, perchè nessun numero è infinito; nè meno sono finite, cioè determinate da qualche numero, perchè d' ogni numero determinato ce ne sono altri maggiori.

La fallacia è nel distinguere, dicendo, *O sono finite, o infinite,* perchè il finito e infinito sono differenti di genere: ed in questa guisa non è buona divisione: *L' avorio o è giallo o è dolce,* potendo essere nè giallo nè dolce.

Dirà alcuno: « Io divido la linea in due parti quante, poi in 4, poi in 100, nè mai arrivo al fine della divisione; adunque nella linea è l' infinito de' quanti ». S' inganna questo nel suo discorso, perchè non meno dista dall' infinito il mille che il 100, o che il 20, o che il 4; e dalle 4 alle 20, poi alle 100 ed alle 1000 etc., non si cammina verso la infinità: onde questa inquisizione non ci può accertare se vi sia l' infinito o no; sì come quello che, partendo da Venezia, naviga sempre verso mezzogiorno, non trovando mai Costantinopoli, non può dire: « Costantinopoli è lontano da Venezia in infinito », potendo essere o vero che Costantinopoli non sia in natura, o vero che quella strada non vadia in quel verso; ma potria ben dire, tal distanza esser infinita, quando, andando a quella volta dove fusse Costantinopoli, fusse impossibile l' arrivarvi mai. Concludo adunque, che la via della divisione e subdivisione, non camminando verso l' infinito, non ci serve a niente per concludere se l' infinito vi sia o no.

Puossi continuar sempre la divisione senza che mai le parti siano infinite, ma sempre contenute da qualche numero; perchè non c' è

[1] Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 176*r*., autografo di GALILEO. L' intero frammento è cancellato con linee trasversali, e in calce si legge, pur di mano di GALILEO: « falsa est ».

numero del quale non ne sia un altro maggiore, nè vi è numero che sia infinito.

Quello che risponde a tutti i numeri, non è di necessità infinito, perchè non c' è numero alcuno infinito; e quello ch' è determinato da qualche numero, non risponde a tutti i numeri, perchè nessun numero include tutti i numeri. Adunque quello ch' è determinato da qualche numero è altro che quello che risponde a tutti i numeri; e quello che risponde a tutti i numeri è altro che l' infinito. Adunque aviamo tre cose differenti, cioè, quello che è determinato da qualche numero, quello che risponde a tutti i numeri, e l' infinito. Chi dunque dirà che le parti del continuo sono tante che rispondono ad ogni numero, dirà bene [1].

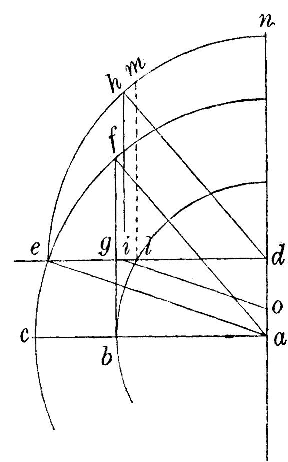
Si corpora physica non ex indivisibilibus constant, sed habent quanta minima in quae resolvantur, inquirendum est de ipsorum minimorum figuris, quae dubio procul erunt sphericae. Asserunt enim causam cur minima naturalia necessario sint quanta; quia, scilicet, talis formae, ut puta lapidis, terrae, auri, sub minori quantitate consistere nequeunt: cum autem tres sint quantitatis dimensiones, dicendum est, formam illius corporis physici sub minori longitudine, latitudine et profunditate, consistere non posse. Dimensiones autem istae in corpore non organico non differunt nisi secundum nostram considerationem; aequales ergo erunt in minimis hisce componentibus, et, per consequens, quia minima, erunt physica [2].

Sian *ca, ab, ad* note; sarà nota anco *de* e *bf:* e perchè *dh* è nota, sendo eguale a *de* ed essendo il △ *hid* simile al noto *fbc,* sarà noto *di;* ed è nota *dl,* che sono i sini degli archi *hn, mn,* li quali però saranno noti, e la loro proporzione.

[1] Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5"t., di mano del sec. XVII.

[2] Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6r., della mano stessa del frammento precedente.

Sia il globo solare, il cui semidiametro *ab*, e sia l'arco *bl* gr. 30: sarà la linea *ld* 866 di quali *ab* è 1000. Prima, è manifesto che 2 punti *b*, *l*, posti nella superficie, passeranno i sini *ld*, *ba* nell'istesso tempo: è in oltre chiaro, che ponendogli nelle linee *de*, *ac* prolungate in infinito, i punti *e*, *c* traverserebbono le medesime linee *ba*, *ld* in tempi proporzionali ad esse; sì che, non si dando tal distanza infinita, i transiti per *ba*, *ld* si faranno in tempi che fra di loro aranno minor proporzione che non ha la linea *ba* alla *dl*. E perchè, sendo *dl* 866, *ab* è 1000, ed il tempo per *ld* al tempo per *ba* deve esser come 7 a 8, facciasi come 7 a 8, così 866 a un' altra, che sia *di*; sarà 947[1], e la rimanente *ig* sarà 53. Adattisi la *io* eguale a *gd*, e per *a* passi la parallela *ae*, che concorra con *dg* in *e*, e, centro *a*, facciasi 'l cerchio *cef* ....[2].



Fixae sunt admodum exiguae, adeo ut neque Canis ipse multa superet minuta secunda[3].

Posita ☉ diametro gr. 0, m. 34, erit eius discus ad sui caeli superficiem ut 1 ad 221760[4].

Incertum esse numquid caeli medietas appareat supra orizontem necne, ex pluribus causis contingit, maxime autem ex refractionibus, stellas efferentibus; praeterquam quod ipsaemet stellae circa orizontem inconspicuae sunt[5].

14. Tra *53* e *Adattisi* leggesi, cancellato: *tirisi per* i *la parallela a* bf *e per* d *la parallela ad* af. —

[1] Nell' autografo si legge *947*. In margine del foglio è l' operazione, pur di mano di GALILEO, con la quale egli ricercò il quarto termine della proporzione, e da cui gli risultò, per errore di calcolo, appunto *947*.

[2] Mss. Gal., Par. V, T. II, car. 133*r*., autografo di GALILEO.

[3] Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r*., di mano del sec. XVII.

[4] Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t*., della mano stessa del frammento precedente.

[5] Mss. Gal., Par. III, T. III, car. 36*r*., autografo di GALILEO.

Falsitas observationis Dominici Mariae ex eo maxime deprehenditur, quia si in nostro meridiano talis facta fuisset poli elevatio, in aliis non secundum eandem quantitatem contigisset; quin et in aliis regionibus non nullis fere nihil immutata esset, etc.[1]

Utimur, tanquam rationali mensura, temporibus revolutionis diurnae; et eorum particulis menstruas ☾, Solis annuas, alias reliquorum planetarum, reversiones metiri consuevimus: quae, tum inter se, tum primae lationi, incommensurabiles cum sint, irrationabiles ergo et prorsus inexplicabiles extant. Quapropter iis qui sequentur astronomis, sicuti et superioribus omnibus, negocium in astronomia non deerit. Insuper, reliquarum omnium lationum mensuram facimus diurnam revolutionem eiusque particulas, quasi et ipsa aequabilis ac uniformis sit, aequalesque illius arcus aequalibus temporibus respondeant: sed quis observavit, quis vidit, aequatoris aequabilem esse transitum?[2]

Crediderunt Peripatetici, causam scintillationis fixarum esse remotionem, ob quam visus noster debilis ac trepidans ad illas pervenit, sed, ut rectius loquantur, ob quam illarum fulgor debilis ac titubans ad oculum pertingit: quod, de more, e diametro falsum erit. Nam fixae scintillant, quia, suapte natura lucidae, fulgorem ab intra emit-

1. *Marie* —

(1) Questo appunto si legge, di mano di GALILEO, come postilla marginale di fronte alle lin. 2-12 della pag. 213 dell'opera intitolata « GUILIELMI GILBERTI Colcestrensis, Medici Londinensis, *De magnete magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure, physiologia nova, plurimis et argumentis et experimentis demonstrata.* Londini, excudebat Petrus Short, anno MDC », in un esemplare che appartenne già a GALILEO, come egli stesso notò di suo pugno sul frontespizio, e che presentemente è posseduto dalla Biblioteca Nazionale di Firenze ed ivi segnato con la indicazione: *Banco rari, A. 8, p. 3, n. 14 (bis)*. Si riferisce al seguente passo dell'opera del GILBERT: « Quare Dominici Mariae Ferrariensis, viri ingeniosissimi, qui fuit Nicolai Copernici praeceptor, opinio delenda est, quae ex observationibus quibusdam suis talis est. Ego, inquit, superioribus annis, contemplando Ptolemaei Geographiam, inveni, elevationes poli Borei ab eo positas in singulis regionibus, ab iis qui nostri temporis sunt, gradu uno et decem minutis deficere, quae diversitas vitio tabulae nequaquam ascribi potest; non enim credibile est, totam libri seriem in numeris tabularum aequaliter depravatam esse: eapropter necesse est, polum Boreum versus punctum verticalem delatum concedere ».

(2) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6r., di mano del sec. XVII.

tunt, radiosque fulgentissimos vibrant: planetae enim, suapte natura obscuri, alieno tantum lumine in superficie pinguntur; languet exinde ipsorum lux ascititia, quae moveri desinit in planetarum corpora impingens [1].

Sensum visus asseris omnium maxime fallaciis esse obnoxium, ob idque non leviter quaecunque visui occurrunt esse credenda. Fateor: scias tamen te contra te ipsum obloqui. Dicam enim ego: Quia visus, praesertim si maximis distantiis, decipitur, hinc factum est ut omnes homines ad haec usque tempora ob visus imbecillitatem decepti sint, credentes, triformem Saturnum unam tantum esse stellam, Iovem solitarium incedere, cum tamen quatuor adstent illi circulatores, Lunam esse superficie perpolita, asperam tamen et tuberosam existentem, ♀ atque ☿ semper circulariter emicare, cum re vera instar Lunae formam in dies commutent: quae omnia priscorum visus, intra naturalis potentiae cancellos obstrictos, latuere; oculis vero nostris, mira perspicillorum efficacia munitis, obviam se se fecerunt [2].

Dicis, stellarum infra tertiam magnitudinem nullas esse operationes, deque illis nullam ab astronomis curam haberi. Verum tuam inscitiam non agnoscis? nonne nebulosarum curam maximam geris? at nebulosae quid aliud sunt, quam stellarum infra tertiam magnitudinem congeries? [3]

Licet 4 Mediceorum planetarum periodi velocissimae sint, nunquam tamen huc usque iidem fuerunt, qui in serie eosdem obtinebant situs, vel eaedem fuerunt intercapedines: quod liquido constat, si consequentes deinceps constitutiones observentur, quae eundem ordinem minime servant. Quod si et horum, numero tantum quatuor, brevissimae restitutiones irrationales sunt, ex quo nunquam eandem inter illos mutuam configurationem reversuram quispiam intelligat, et, quod consequens est, illorum singulorum certas periodos definire

---

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa del frammento precedente.

(2) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r.*, della mano stessa dei due frammenti precedenti.

(3) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa dei frammenti precedenti.

impossibile sit, quod, quaeso, de aliis 7 erronibus existimandum? quid eorum errores statutis legibus excribet? [1]

Si Luna esset speculum, ad imagines circumadstantium corporum pingeretur, ipsorumque simulacra ad nos retorqueret; verum Solis ac stellarum idola, ob nimiam illorum a ☽ distantiam nec non ob ☽ a nobis elongationem, itemque ob eius sphaericitatem, omnino inconspicua forent. Afficeretur igitur universa ☽^{ae} superficies ab imaginibus totius aetheris circumfusi, cuius colore coloraretur. Invisibilis ergo esset ☽ in caelo, ac Solis lumen nullatenus ad nos retorqueret: Sol enim in emispherio ☽ eam occuparet partem, quam corpus illius in toto fere caelo occupat [2].

Il cristallo, che voi ponete intorno alla ☽, non vien compreso se non con l'immaginazione: e voi volete prepor questa cognizione a quella del senso, che ci mostra le inegualità.

Può esser che il Colombo s' intenda de' Monti della Terra, ciò è del Presto, ma di quei della ☽ [3] ....

Vedi che il moto del cristallino, se è participato con lo stellato, non può mutar le sue parti rispetto alle stelle fisse; e se non è participato dalla sfera stellata, come si è conosciuto tal moto? [4]

---

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r*., della mano stessa dei frammenti precedenti.

(2) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t*., della mano stessa dei frammenti precedenti.

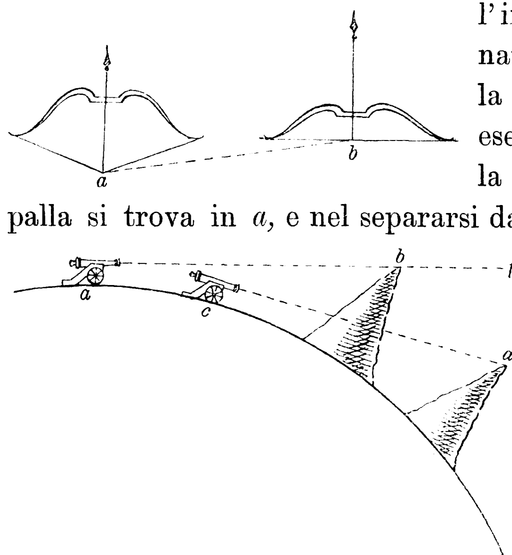
(3) Mss. Gal., Par. II, T. XIII, car. 28*t*., autografo di GALILEO.

(4) Questo appunto si legge, di mano di GALILEO, come postilla marginale di fronte alle ultime sette linee della pag. 48 del « *Discorso di* LODOVICO DELLE COLOMBE, *nel quale si dimostra che la nuova stella, apparita l'Ottobre passato 1604 nel Sagittario, non è cometa, nè stella generata o creata di nuovo, nè apparente, ma una di quelle che furono da principio nel cielo, e ciò esser conforme alla vera filosofia, teologia e astronomiche demostrazioni; con alquanto di esagerazione contro a' giudiciari astrologi.* In Firenze, nella stamperia de' Giunti, 1606 », in un esemplare che faceva parte della Biblioteca Boncompagni in Roma. Si riferisce al seguente luogo della pag. 48 del *Discorso:* « Risolvesi adunque, la nuova

Non è forse men contraria la quiete al moto in giù che 'l moto circolare: e pur date nella Terra 2 principii, uno di muoversi e l'altro di star ferma. Il retto e 'l circolare si compatiscono, ma non il moto e la quiete [1].

Licet motus Terrae diurnus 10000 conversiones singulis horis conficeret, inhaerentia corpora non extruderentur; quod experientia probatur. Dum enim canales in conica superficie dispositos convertimus, globali in latione, non admodum celeri, in partibus inferioribus ascendunt; quo autem magis elongantur a centro, eo ut ascendant, maiorem exigunt celeritatem; ergo etc. [2]

Correndo una nave velocissimamente, la freccia o palla (che sarà meglio) scaricata con l'arco a perpendicolo, veramente non riceve



l'impeto a perpendicolo, ma inclinato verso la parte dove cammina la nave, perchè, movendosi, per esempio, la nave dalla sinistra verso la destra, nello scattare dell'arco la palla si trova in *a*, e nel separarsi dalla corda, si trova in *b*; adunque l'impeto ricevuto è secondo la linea inclinata *ab*, e non secondo il perpendicolo.

Parimente se la Terra stesse ferma, l'artiglieria *a* al segno *b* darà giusto, movendosi la palla secondo la linea *abf*; ma se la Terra girasse, dovria dare alto, girando verso la destra; e così appare a chi considera poco: ma a chi considererà che mentre che la palla cammina dentro al pezzo,

stella, e l'altre simili apparite in diversi tempi, e se altre se ne vedranno, esser vere e reali stelle, da principio create nel cielo, ma nel primo mobile, e fattesi visibili mediante alcune parti più dense del cristallino cielo sottoposte, che la spezie luminosa di quelle assai maggior rappresentando, in sembianza delle prime stelle a gli occhi nostri palesate si sono; e che, per le ragioni, autorità, esempli mentovati di sopra, non vi abbia dubitanza veruna, potersi le nominate stelle esser vedute non sempre, e per più e manco tempo, e maggiori e minori dimostrarsi, e sparire affatto e ritornare senza fallo veruno, *ecc.* ».

(1) Mss. Gal., Par. IV, T. VI, car. 21*r.*, autografo di GALILEO.

(2) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r.*, di mano del sec. XVII.

l'artiglieria viene da *a* in *c,* onde la palla riceve l'impeto più inclinato, cioè secondo la linea *acd,* intenderà benissimo come la botta non doverà dar alto, ma nell'istesso segno *b,* trasportato dal moto della Terra in *d,* mentre la palla va per aria da *c* in *d;* e quanto più il moto sarà veloce, tanto più grande sarà la distanza *bd,* ma anco tanto sarà maggiore il progresso *ac,* e l'inclinazione del *cd* sotto al tiro primo *abf* [1].

Aggiugni al volar degli uccelli, che il maggior deviar dalla vertigine della Terra sarebbe il volar continuamente verso occidente; e così l'uccello doventa come una freccia tirata per quel verso, che non fa altro che detrarre alquanto al moto diurno [2].

---

nota remo [3].

pro articulo fidei debent sumi ea quae nullis rationibus, nullis experientiis, reprobari aut confirmari possunt. At, sicuti erroneum fuisset sub articulo fidei negare Americam aut antipodas, ita etc. [4]

Prima, si nihil interest, sileatur: deinde, si evidenter et manifestissime repugnat Scripturae, adeo ut loca eius nullam glosam patiantur, pariter sileatur, et Copernicus comburatur; at si non repugnat, non producatur Scriptura, set rationibus naturalibus disputetur [5].

Ancorchè i sacri teologi siano quelli che intendano meglio come camminino i moti del Sole e dell' altre stelle che non lo sanno gli astronomi, tuttavia per regolare i tempi delle Pasque e delle altre feste mobili ricorrono, anzi si rimettono, a gli astronomi. Ma perchè non regolarsi con la loro sopraeminente intelligenza? [6]

15. *nihil interet, sileatur* — 18. Dopo *disputetur* si legge, cancellato, *si concluserint.* —

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 20*t.*, della mano stessa del frammento precedente. Se ne ha un'altra copia, di mano del sec. XIX, a car. 56*r.* del cod. 562 della Biblioteca Universitaria di Pavia.

(2) Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 22*r.*, autografo di GALILEO (vedi vol. VII di quest' edizione, pag. 536).

(3) Forse IOANNES REMUS? (autore di un opuscolo col titolo: IOANNIS REMI, *Quietani, Matthiae Imperatoris medici et mathematici, libellus De cometa anni 1618.* Oeniponti, 1618).

(4) Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 25*r.*, autografo di GALILEO.

(5) Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 25*r.*, autografo di GALILEO.

(6) Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 15*r.*, di mano del VIVIANI, di seguito al frammento *SALV. In proposito* ecc., (cfr. pag. 632, lin. 16 — pag. 633, lin. 10), del quale il VIVIANI afferma d' aver l' originale.

Quell' empio che cercò di eternare il suo nome con la destruzione del tempio di Diana Efesia, rese la fama di esso tempio forse più celebre che per sè non saria stata [1].

Cercasi per qual cagione i luoghi montuosi, o vicini alle gran montagne, siano più de gli altri sottoposti alle tempeste, fulmini, tuoni e baleni. Forse la cagione è tale. Levansi dalla terra vapori ed esalazioni: sono i vapori materia delle piogge, nebbie e nugole; ma l' esalazioni producono stelle cadenti, travi ed altre impressioni ignee: queste sono frequenti nella state, per le molte esalazioni elevate dal caldo del Sole; quelle abbondano nell' inverno e ne' tempi non caldi, per la copia de i vapori umidi. E mentre che l' aria sarà ripiena di semplici vapori, darà solamente pioggia e neve; ma se vi saranno in copia semplici esalazioni, vedrannosi le sole impressioni ignee sopradette: ma se nell' istesso tempo abbonderanno nell' aria e vapori ed esalazioni, allora, per il contrasto delle contrarietà, l' esalazioni serrate e combattute da i vapori produrranno tuoni, lampi e saette, ed i vapori, per l' andiparistasi dell' esalazioni, non solo in pioggia, ma in grandine e tempesta, si risolveranno. Ora, acciò si elevino nell' istesso tempo e l' esalazioni ed i vapori, sono i luoghi montuosi accomodatissimi, e massime nel tempo caldo. Imperochè, ferendo il Sole i dorsi de i monti esposti a mezzo dì ad angolo retto, gli risecca, e ne estrae copia grande di esalazioni; ma da i dorsi boreali e dalle valli profonde ed umide ascendono in gran copia i vapori, i quali, mescolati con l' esalazioni, sono materia atta a produrre, mediante le loro contrarietà, quelli effetti più violenti, di tuoni, lampi, fulmini, grandini e tempeste: dove che dalle pianure lontane da i monti, per esser loro nell' istesso tempo ferite nel modo stesso da i raggi solari, non si fanno elevazioni di materie contrarie, ma simili, ed atte a produr effetti uniformi e meno violenti. L' inverno poi, per l' abbassamento del Sole, pochissime esalazioni da i monti, e meno

[1] Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 15*t.*, di mano del VIVIANI, il quale avverte: « Da una nota originale del Galileo su le coperte *De motu e della percossa* ». Il frammento è cassato con linee trasversali. Se ne ha copia nel T. III della Par. VI, a car. 36*t*.

dalle pianure, si elevano; onde in quella stagione si hanno solamente gli effetti de i vapori, cioè piogge e nevi, etc. In oltre da i paesi montuosi maggior copia di vapori ed esalazioni si elevano che dalle pianure, perchè la superficie, v. g., di 10 miglia di paese montuoso è assai maggiore che quella di 10 miglia di piano; e perchè l'evaporazioni si fanno dalla superficie, adunque etc.

Dico, in oltre, maggior copia di vapori elevarsi dalla terra umida che dall'acqua, perchè l'acqua, come diafana, trasmette i raggi del Sole, e meno si riscalda che la terra opaca, la quale, riscaldata più, maggiormente fuma. Segno di ciò sia, che in un giorno di state, d'un vaso d'acqua profonda, poca se n'asciugherà; ma se si continuerà d'asperger sottilmente una pietra o una tela, grandissima copia d'acqua si convertirà in vapore. Poco dunque di vapori, e meno di esalazioni, si eleva dal mare [1].

In proposito del Padre Abate D. Benedetto, nel trattato del lago Trasimeno.

È cosa degna di esser notata, quante sarebbero le gocciole dell'acqua piovente sopra la superficie del lago, data la distanza tra gocciola e gocciola, mantenuta sempre eguale tra ciascheduna di quelle, e dato quanto sarebbe il semidiametro di un cerchio eguale alla superficie del lago, cioè quante di tali distanze ei conterrebbe: imperò che, fatti due cubi, uno del numero di tutte le date distanze, e l'altro di un numero uno manco, e sottratto questo minor numero cubo dell'altro, la loro differenza è il numero delle gocciole sopra il dato cerchio cadenti. Per esempio, la distanza tra gocciola e gocciola sia un soldo; il semidiametro del cerchio sia soldi cento: facciasi il cubo di 100, che è un milione, dal quale si tragga il numero cubo di 99, che è 970299; tratto questo da un milione, resta 29701: e tanto sarà il numero delle gocce cadenti sopra il dato cerchio [2].

---

[1] Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5ª*r*., di mano del sec. XVII. Cfr. Mss. Gal., Tomo 135 dei *Discepoli*, car. 21*t*. — 22*r*.

[2] Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 19ᵇ*t*. — 20*r*., di mano di VINCENZIO GALILEI iun. Di qui il frammento è stato trascritto, da VINCENZIO VIVIANI, a car. 188*t*. — 189*r*. del T. IX della Par. V: vedi a questo proposito la

Esse in gravi repugnantiam intrinsecam ad motum instantaneum, adeo ut non ratione medii impedientis contingat successio et tarditas, qua dempta, scilicet per vacuum intervallum, mobile instantanea casurum foret celeritate, patet vel maxime ex eo, quod in principio lationis lente movetur, impetumque ac celeritatem acquirit successive; quod minime contingeret, si a principio intrinseco inesset illi propensio ad instantaneum motum. Cum enim, tam in principio quam .... in medio lationis, eadem semper habeatur medii resistentia (aëris nempe quiescentis), motus esset aequabilis, ortus nempe ab eodem principio, et factus in eodem medio, ... identidem dispositio [1].

Motus deorsum gravibus est naturalis, quatenus ea restituit in bonam constitutionem quae prius erant in mala: et sic motus etiam sursum iisdem naturalis est, ut cum lignum ex aquae fundo fertur ad superficiem; fertur enim ubi naturaliter quiescat. Ita quoque arboris ramus attollitur sursum naturaliter, quia vi inflexus fuerat [2].

Salv. In proposito di quello che è tanto simplice che vuole per via di trombe alzar tant'acqua, che nel cadere poi faccia andar un mulino il quale non poteva andare in virtù della forza che egli applica nell'alzare l'acqua; è egli possibile che tu creda di potere riavere dall'acqua più forza di quella che tu gli hai prestata? è pos-

7-10. Tra *quam* ed *in* (lin. 7-8) e tra *medio* ed *identidem* (lin. 10) mancano delle parole per guasto della carta. Gli editori padovani (*Opere di* Galileo Galilei, ecc. In Padova, MDCCXLIV, ecc. T. III, pag. 443), che pubblicarono i primi questo frammento, (e, per quanto sappiamo, sul ms. del quale anche noi ci siamo serviti) lessero *medio semperque eodem modo disposito:* ma *identidem dispositio* si legge anche oggi ben chiaramente. —

nota 1 a pag. 437 del presente volume. Così nell'originale di mano di Vincenzio Galilei, come nella copia di mano del Viviani, a lin. 22 dopo *distanze* si legge *con uno più,* a lin. 23 dopo *manco* si legge *di tutto quello,* a lin. 26 *cento* è corretto in *novanta nove,* e a lin. 27 dopo *100* si legge *che è uno di più di 99:* ma *con uno più, di tutto quello, novanta nove* e *che è uno di più di 99* nell'originale sono scritti tra le linee e d'altra mano, e nella copia sono sottosegnati con puntolini; e il Viviani avverte in margine della propria copia: « Le parole puntate sono aggiunte d'altra mano, che par quella del P. Alessandro Ninci ». Il Viviani nota pure: « Avverti che par sia contradizione tra l'esposizione della soluzione e l'esempio », il che sembra riferirsi alle aggiunte e alla correzione di mano del Ninci.

[1] Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r*., di mano del sec. XVII.

[2] Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t*., della mano stessa del frammento precedente.

sibile che tu non intenda, che quella forza che bastò a alzar l' acqua, basterà per muover la macina?

SIMPL. Signor no; perchè io ho bisogno d' avere per mantenimento della mia casa uno staio di farina la settimana; ed un mio ragazzino in 6 giorni con una secchiolina mi conduce in una conserva tant' acqua all' altezza di 4 braccia, che, lasciandola poi cadere sul ritrecine, mi macina in una ora uno staio di grano [1].

Tirando la ruzzola con lo spago, va velocissima, perchè, nello svolgersi della corda, lei aqquista impeto di rivolgersi con velocità in sè stessa; il quale impeto, aggiunto alla proiezzione, nell' arrivare in terra la fa ruzzolare velocemente.

Perchè l' aste lunghe vanno più lontane che le brevi.

Ragione della gran forza che si fa appuntando i piedi al muro, e con la schiena spingendo, facendo la gamba con la coscia angolo molto ottuso.

Chi vuol levare un moto, lo faccia comune. Il moto della penna di colui che scrive in barca, mentre quella cammina, è diversissimo da quello che ella fa stando la barca fermata: scrive i medesimi caratteri, *quia motus navis est comunis* [2].

Perchè i giocatori di pallone si fanno gettare il pallone in contro, ed anco se gli muovono contro correndo [3].

---

9. Tra *lei* e *aqquista* si legge, cancellato, *gira*. —

---

(1) Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 15*r*., di mano del VIVIANI, il quale avverte: « Di questo ho l' originale ». Nel ms. autografo del VIVIANI citato a pag. 439, nota 1, si ha, a car. 19*r*., quanto segue: « Al Migliorini, Landini ed ad altri, veramente ingegnosi, ma solo pratici, meccanici, che pretendono per via di trombe o simili artifizii alzar tant'acqua che nel cadere poi faccia andar un molino che non si saria potuto muover con la forza che si applica nell' alzar l' acqua, dicasi che non è possibile riaver dall' acqua più forza di quella che se gli è prestata, e che quella forza che bastò a alzar l'acqua, basterà ancora a muover la macine. Qui risponderanno d'aver bisogno, per mantenimento della lor casa, due staia di farina la settimana, ed un lor ragazzino in 6 giorni con una secchiolina gli conduce in una conserva tant' acqua all'altezza di 4 braccia, che, lasciandola poi cadere sul ritrecine, gli macina poi in un'ora due staia di grano. Adunque dirò io non.... ». E così rimane in tronco.

(2) Mss. Gal., Par. I, T. XVI, car. 22*t*., autografo di GALILEO.

(3) Mss. Gal., Par. III, T. II, car. 19*t*.,

Dicere quod attractio magnetis et electri sint a principio simili, est idem ac dicere, pinnam, dum a vento agitatur, ab eodem moveri principio ac avis, dum proprio nisu volat [1].

In vasculis vitreis undique occlusis liquores et fructus forte diu servantur [2].

Calidi est rarefacere, et frigidi condensare. Numquid corpus aliquod quod in aqua frigida non descendat, quia densior, descendat idem in calida, quia rarior? [3]

Appresso le scuole de' filosofi è approvato per vero principio, che del freddo sia proprietà il ristringere, e del caldo il rarefare. Ora, stante questo, intendasi che l' aria contenuta nello strumento sia della medesima temperie che l' altra aria della stanza dove si pone; e così, per ritrovarsi questi due corpi egualmente gravi in specie, ne segue che l' uno non scaccia l' altro, come a quello che, per non acquistar niente, è meglio restar quivi. Ma se l' aria circunfusa alla palla si raffredderà, con l' imporvi qualche corpo più freddo, i calidi contenuti nell' aria compresa nella palla, come quelli che per esser in un mezo men leggieri di loro, se ne saliranno in alto, e tal aria diverrà più fredda di prima; e così, per l' antidetto principio, si ristringerà e terrà men luogo: onde (*ne detur vacuum*) il vino salirà su ad occupar il luogo lasciato voto dall' aria; e di poi, riscaldata tal aria, rarefacendosi e tenendo maggior luogo, verrà a scacciare e mandar giù il vino, il quale, come grave, volentieri gli cederà

21. *voto dall' acqua; e di poi —*

---

autografo di Galileo (vedi vol. VII di quest' edizione, pag. 531).

[1] Mss. Gal., Par. V, T. IV, car. 15*r*., di mano del Viviani, il quale avverte: « Da una nota originale del Galileo su le coperte *De motu* etc. » Il frammento è cassato con linee trasversali. Se ne ha copia nel T. III della Par. VI, a car. 36*t*., di seguito alla copia del frammento che pubblicammo a pag. 446, lin. 1-5, di questo volume. Il copista, dopo aver trascritto quest' ultimo frammento, prosegue: « Sulle coperte di detta bozza *De motu etc.* trovansi queste altre note di mano del medesimo » (cfr. nota 1 alla citata pag. 446); e trascrive quindi il presente frammento e, appresso, il frammento *Quell' empio* ecc. (cfr. pag. 630, lin. 1-3).

[2] Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r*., di mano del sec. XVII.

[3] Mss. Gal., Par. VI, T. II, nella stessa carta e della mano stessa del frammento precedente.

quel luogo; onde ne segue che il freddo non sia altro che privazione di caldo.

Che gli uomini muoino intirizzati dal freddo, avviene che il freddo ambiente va consumando tutti quegli atomi ignei che trova nelle membra, onde, non v' essendo più il calor naturale, si muore.

L' acqua posta in una stanza si trova nella medesima temperie che la stanza dove si pone, partecipando amendue egualmente di atomi ignei. Ma che una mano, che tenuta in aria ti par calda, poi posta nell' acqua si raffredda, questa ne è la cagione, considerandosi e 'l caldo esterno e l' interno, che, mentre resta in aria, gli atomi ignei suoi proprii hanno luogo d' uscire, che son quelli che cagionano il caldo; ma posta in acqua, le particole d' essa turano e serrano gli aditi onde escono i detti atomi, essendo le parti dell' acqua maggiori delle porosità per le quali essi scappano fuori; il che non avviene nell' aria, trovando il campo libero, come quelli che non son tenuti dalle parti dell' aria, per esser minori de i pori onde *erumpunt*: essendo che il caldo non sia altro che il contatto e solleticamento di quei atomi calidi, i quali, nello scappar fuora, toccano le membra del corpo.

L' aria freddissima per tramontano è più fredda del diaccio e della neve: in confermazione di che, se si approssimerà allo strumento in tal tempo della neve o del diaccio, il vino calerà notabilmente. In oltre, per confermar questo, un vaso pien d' acqua, posto nell' acqua non ghiaccerà, e posto in aria diaccerà. In oltre, l' acque de' fiumi dovriano agghiacciarsi nel fondo, dove son più lontane dal caldo dell' aria, e non nella superficie, dove son vicinissime all' aria; ma ne segue il contrario; onde etc.

Nell' istessa maniera, cioè dall' operazion del caldo e del freddo, si maturano tutte le frutte e biade. Perchè, se considereremo la struttura e fabbrica di quelle, prima vedremo, l' uva è composta di grani, o vogliamo dire vesciche, e questo si vede apparentemente nell' uva, dove ogni grano è una vescica; il simile ne' pomi granati, fichi, cocomeri ed altri: onde tali vesciche essendo piene d' umore, venendo il caldo del Sole, le spreme e sgonfia, e mandano fuori parte di quell' umore, onde la sera son passe; ma nel sopraggiugner la notte, e raffreddandosi l' aria, tali vesciche si vengono a riempiere di nuovo umore, e maggior di quel che 'l giorno avanti aveano mandato fuori,

onde esse vesciche vengono a molto più farsi capaci; e per questa alterazione si maturano, facendo l'istesso effetto che fa lo strumento: in confermazion di che si veggon la mattina durissime.

Ed onde avvenga che 'l velluto tenga caldo, e l'ermisino fresco. Ciò è causa, perchè questo, come quel che s'accosta benissimo alla carne, serra i pori, onde restano i calidi drento, e così non si genera il caldo; ma quello, per non s'avvicinar bene, lascia aperto il passo a quegli atomi, e così ne séguita il caldo. Ed il simile avviene nelle pelliccie [1].

Che il fumar dell'acque de i pozzi l'inverno non venga da lor calore, è manifesto: perchè i panni che si asciugano al Sole, l'inverno fumano, e la state no; e l'alito si vede l'inverno, e non la state, etc. [2]

Incalescat vitreum vas oris angustissimi, donec aër extrudatur, statimque obturetur, ne novus subintret aër, et ita exinanitum ponderetur in libra exactissima: deinde immissum idem vas in aqua, aperiatur; ingredietur tantumdem aquae, quantum desiderabatur aëris; haec aqua servetur in alio vase: deinde primum vas optime siccatum iterum ponderetur, iam naturali aëre repletum: ponderabit dubio procul magis quam antea, dum esset exinanitum; acceptaque ponderum differentia, erit pondus aëreae molis, aquae servatae aequalis [3].

In un fiasco si può constipar tant'aria, che pesi, oltr'al peso ordinario del fiasco e dell'aria, quant'un coso di venti soldi; onde ne séguita ch'ella sia grave, e non leggiera: perchè, s'ella fusse tale, quanta più aria si constipasse nel fiasco, tanta più forza avrebbe d'andare ad alto; come si vede che un vaso, quanto più s'empie di terra, tanto più va al fondo [4].

---

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 20*r*., della mano stessa del frammento precedente.

(2) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t*., della mano stessa dei frammenti precedenti.

(3) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5*a r*., della mano dei frammenti precedenti.

(4) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 20*r*., della mano dei frammenti precedenti.

Problema. Perchè l'acqua nel zampillare all'in su si separa nelle parti alte, dove il moto è più lento [1].

Ogni sorte di figura, fatta di qual si voglia grandezza, bagnata va al fondo, e non bagnata resta a galla: adunque non è la figura o la grandezza cagione dell'andare al fondo o del restare a galla, ma l'esser o non esser bagnata [2].

Quanti fumi, quante esalazioni, quanti vapori, si veggono ascender velocemente nelle parti basse dell'aria, che poi, elevati, si ritardano, si sparpagliano e si fermano? [3]

Aquam in sua regione non gravare, colligunt ex eo, quod si quis in profundo maris locetur, pondus imminentis aquae non sentiat. Id autem si recte dictum est, inferam ego, non modo aquam non gravare, verum potius levitare. Nam si magnus, v. g., lapis in profundo maris ponatur, non modo ob imminentem aquam non reddetur gravior, verum longe minus ponderabit quam si aqua ablata fuerit [4].

Sia il solido *b* in specie egualmente grave come l'acqua; e sia la mole *c* più grave in specie del solido *b*, ma di gravità assoluta eguale ad esso; sarà dunque la mole *c* minore della mole *b*. Pongasi la mole *cd* eguale alla *b*, ed intendasi la parte *d* esser aria; adunque *d*, essendo aria, in aria non peserà niente, e però tutta la

---

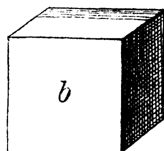
(1) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5^{b}r., autografo di GALILEO.

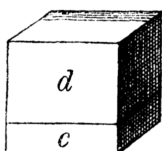
(2) Quest'appunto si legge, di mano di GALILEO, sul margine inferiore della pag. 50 della prima edizione del *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono,* in un esemplare posseduto dalla Biblioteca Palatina di Vienna, che porta la segnatura « Cod. XL. 24 »; e ha relazione col passo della stessa pag. 50, che in questa Edizione Nazionale si legge a pag. 117 del vol. IV, lin. 12-15.

(3) Quest'appunto si legge, di mano di GALILEO, sul margine, di fronte alle lin. 10-17, della pag. 64 nell'esemplare del *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua* ecc. citato nella nota precedente. Il passo, di fronte al quale è scritto, nella presente edizione è a pag. 131 del vol. IV, lin. 11-20.

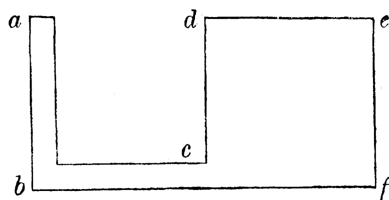
(4) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 5^{a}r., di mano del sec. XVII.

mole *cd* peserà in aria quanto *c,* cioè quanto *b.* Le moli dunque *b, dc* in aria pesano egualmente. Dico che anco in acqua saranno





eguali in peso, cioè che nè anco *cd* peserà nulla. Imperochè, pesando il solido *c* in aria quanto la mole *b,* cioè quanto una mole d'acqua eguale a *cd,* ed in oltre pesando *c* in acqua meno che in aria quanto è il peso in aria d'una mole d'acqua eguale alla mole *c,* adunque *c* in acqua pesa quanto una mole d'acqua eguale alla mole *d* in aria: ma la gravità in aria d'una mole d'acqua *d* è eguale alla leggerezza d'altrettanta mole d'aria in acqua: adunque la gravità del solido *c* in acqua è eguale alla leggerezza della mole d'aria *d* in acqua: adunque il composto *cd* in acqua non pesa nulla, come *b* [1].



Aqua *df* non plus premit quam *ba,* quod facile demonstrari potest: quod consonat cum eo quod a me scriptum est in tractatu *De insidentibus aquae,* quod, scilicet, magnum pondus ab exigua aqua sustinetur [2].

Mentre un metallo è freddo, ed in consequenza le sue parti continuate ed aderenti insieme, è necessario, per dividerlo, usare strumenti gagliardi e gran forza: dopo che il fuoco l'ha liquefatto, restano le sue parti divise, ed un solido che vi si ponga dentro, non l'ha più a dividere, ma solamente a muovere, perchè irragionevol cosa sarebbe a dire che una verga di ferro o altro corpo solido dividesse quello che non avesse diviso il fuoco. Nel penetrar dunque i liquidi ed i fluidi, non solamente non vi è resistenza alla divisione, ma non si ha a divider cosa alcuna, ma solamente a muovere [3].

20. Dopo *sustinetur* si legge, cancellato, quanto appresso: *Attamen Bonamicus, pagina 476 H, contrarium opinatur: credit enim, aquam maris comprimendo attollere ad montium cacumina aquas per angustas venas subterraneas, ad fontes et flumina producenda.* —

---

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 19*r.*, della mano stessa del frammento precedente.

(2) Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 71*t.*, autografo di Galileo.

(3) Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 72*r.*, autografo di Galileo.

Quando gli avversarii dicono che le mie dimostrazioni matematiche delle cose che stanno su l' acqua non concludono e sono petizioni di principii etc., bisogna che le conclusioni che io ne cavo non siano vere in materia; ed a loro toccherà a mostrar quali siano le false, ciò è come non sia vero che una trave poss' esser sostenuta da un fiasco d' acqua etc. [1].

Gli avversarii tassano me per avere scritto contro ad autore non inteso da me: e pure essi medesimi cascano in questo medesimo errore, mentre contradicono a me; e tanto più gravemente, quanto è dubbio se sia vero che io non abbia inteso Aristotile, e non so, se lui fusse vivo, s' ei negasse le mie interpretazioni; ma io, che vivo, dico bene di non essere stato inteso; sia poi per mia colpa o di loro, questo non determinerò io, etc. Potriano forse dire, non mi avere inteso perchè non metteva conto a porre studio nelle cose mie ed affaticarcisi come in quelle di Aristotile; ma io gli risponderò che se non metteva conto lo studiare le cose mie, meno metteva conto l' impugnarle [2].

Già ch' io sono in ballo, voglio ballare; e più presto che far come la volpe d' Esopo, quando non mi succeda il poter ottener l' intento, son per confessar di esser stanco e desperato di poterlo conseguire, e non affermerò che sia meglio aspettar che l' agresto si maturi [3].

---

4. *tuoccherà* — 21. Tra *che l'* e *agresto* leggesi, cancellato: *uva dia ben.* —

---

[1] Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 25*t.*, autografo di GALILEO.

[2] Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 75*r.*, autografo di GALILEO. Questo frammento ed il seguente, *Già ch' io sono in ballo* ecc., si leggono negli autografi attenenti alle Lettere sulle Macchie Solari (cfr. vol. V, pag. 15 e 19); ne' quali s' incontrano pure, su' margini o in altri spazi bianchi, i frammenti *Aqua* df *non plus premit* ecc., *Mentre un metallo* ecc., *Quando gli avversarii* ecc. (pag. 638, lin. 15 — pag. 639, lin. 6), che hanno manifesta relazione con le scritture intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono.

[3] Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 25*r.*, autografo di GALILEO.

Il dire che l'opinioni più antiche ed inveterate sieno le migliori, è improbabile; perchè, sì come d'un uomo particolare l'ultime determinazioni par che sieno le più prudenti, e che con gli anni cresca il giudizio, così della universalità de gli uomini par ragionevole, l'ultime determinazioni sien le più vere [1].

Fannosi liti e dispute sopra l'interpretazione d'alcune parole del testamento d'un tale, perchè il testatore è morto; che se fusse vivo, sarebbe pazzia il ricorrer ad altri che a lui medesimo per la determinazione del senso di quanto egli aveva scritto. Ed in simil guisa è semplicità l'andar cercando i sensi delle cose della natura nelle carte di questo e di quello più che nell'opere della natura, la quale vive sempre, ed operante ci sta presente avanti a gli occhi, veridica ed immutabile in tutte le cose sue [2].

Sembrano i Peripatetici verso Aristotile quel vetturale, il qual vedendo pender la soma delle mercanzie mal compartite da una banda, corrono a librarla con una grave pietra aggiunta dall'altra; quindi a poco, cominciando a declinare dal lato dove aggiunsero il sasso, occorrono con un altro a pareggiarla dal lato opposto; il qual di nuovo eccedendo in gravità, fa por nuove pietre all'incontro: nè trovando il poco giudizio del mulattiere il giusto equilibrio, finalmente con l'aggiugner molti pesi sopra pesi fa che 'l povero animale si fiacca le gambe, e resta sotto l'inegual soma oppresso. Meglio da principio cominciare a levar via della roba soverchia, etc. [3].

È bella cosa il sentire alcuni Peripatetici, ignoranti di matematica, farsi avanti con dire che Aristotile fu così gran matematico quant'altri; quasi che tanto basti, e che Aristotile ne abbia saputo per sè e per loro [4].

17. In luogo di *sasso,* prima Galileo aveva scritto *peso,* che si legge cancellato. — 18. Prima aveva scritto *un altro sasso a;* poi cancellò *sasso.* — 19. Tra *eccedendo* e *in* si legge, cancellato *l' equilibrio.* —

---

(1) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*r.*, di mano del sec. XVII.

(2) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, della mano stessa del frammento precedente.

(3) Mss. Gal., Par. III, T. X, car. 72*r.*, autografo di Galileo.

(4) Mss. Gal., Par. VI, T. II, car. 6*t.*, di mano del sec. XVII.

Mo che tin parsestre! questa razza di filuorichi è così fatta. Come loro trovano qualche ragione, la vuol bene esser grossa e grossa, che i' non la sorba su e che la non gli faccia anche buon pro; ma quelle de gli altri le non possono mai esser tanto chiare e smaccate, che ei se le possino cacciare in lo stomaco, non che digerire. Per mia fe', che le gli paiono ancudini o palle di trelari. Guarda se gli hanno buon stomaco per le vivande proprie, già che ei si quietano nell' assegnar ragione, perchè il cielo, che ha tante stelle, si contenta di un moto solo, e quelli che hanno una sola stella vogliono tanti movimenti: perchè, dicono essi, la giustizia distributiva ricerca così; ed è dovere, per non dare ogni cosa a un solo, che quello che ha abbondanza di stelle si contenti di pochi moti, e l' altro, che ha poche stelle, venga rifatto e ricompensato con la moltitudine de' movimenti. O questa sì che è madernale! tanto che questi filuorichi vogliono che messer Giesudio si governi come farebbe un di noi altri, che avesse purassai campi e purassai case, il quale, venendo a morte ed avendo dui eredi, a quello a chi lasciasse pochi campi, gli lasciasse molte case, ed all' incontro quello che redasse una casa sola, avesse molti campi. Mo, sarebbe uno spasso se li andasse così! Ma loro fanno come se tu avessi 2 eredi, ed uno di loro avesse un figliuol solo e l' altro 10, e che tu avessi da testare molti gabbani, e dicessi: « Gli è dovere che quello che abbonda di figliuoli abbia un gabban solo, e che quell' altro, che è povero di figliuoli, sia ristorato con la copia de' gabbani »; o pure, per dirla meglio, fa conto che le arti ed i mestieri si potessero distribuire e dividere come le altre cose, e che tu dicessi « A quello che ha un figliuol solo, voglio che tocchino molti mestieri; e quello che ha molti figliuoli abbia un mestier solo ». Oh così la vi va di brocca, perchè, co' sarave a dire, il mestiero delle stelle è andare in volta. Ma colui che facesse un tal testamento, sarebbe cagione che quel da i tanti mestieri non ne farebbe alcuno bene, e che quegli altri si morriano di fame, per esser tanti in un mestier solo etc.[1].

22. *abia* —

---

[1] Mss. Gal., Par. VI, T. III, car. 70*r.-t.,* autografo di GALILEO.